

기중기의 흔들림 방지제어

노치원^o 이광원
아주대학교 제어계측공학과

Anti-sway Control of Crane

Chi-Weon Roh, Kwang-Won Lee
Dept. of Control & Instrumentation Eng., Ajou Univ.

Abstract

This paper presents an algorithm to control the undesirable sway of a suspended load in the crane system that has a trade-off between positioning the load and suppressing the sway of the load. The aim is to transport the load to a specified place with small sway angle as quickly as possible. Dynamic model is based on a simple pendulum driven by a velocity drive that is mostly used for actuating a trolley in industry. Proposed algorithm is composed of two parts : one is a off-line optimal trajectory generator , the other on-line tracking control. The former produces optimal trajectories minimizing energy under the speed constraint of velocity drive. The latter controls outputs to track the generated trajectories. Digital simulations and experiments are performed on a pilot crane to demonstrate the performance of the proposed control algorithm.

1. 서론

항만, 제철소 등의 선적작업이나 하역작업에는 작업의 능률과 효율을 위해서 기중기의 조작시 화물의 흔들림문제와 동시에 목표위치에 정확히 운전하는 조작이 요구된다. 기존에는 흔들림방지과 목표위치의 정확성에 대한 두 제어목표에 대하여 숙련된 운전자에 의존하여 작업이 이루어졌으나 격심한 노동 환경, 운전자의 고령화, 인력난으로 인하여 기중기 운전의 자동화에 대한 요구가 점점 높아지고 있으며 이에 따라 여러 가지 기중기 자동 제어 방법들이 연구되어 왔다[1-9]. 기중기 자동제어에 대해 많은 제어 방법들이 제안되고 있고 각각 짧은 거리의 이송에는 만족할 만한 성능을 보이지만, 이송 거리가 길 경우에는 제어기의 포화과 화물의 흔들림이 커지게 되어 불안정하게 되는 문제를 야기할 수 있다. 또한 경로계획법에 있어서 트롤리의 위치나 속도등의 계획은 다항식법에 의한 궤적보간법, 호델 참조에 의한 방법 등이 제안되고 있지만, 서로 비교할 수 있는 특정한 방법이 없어 설계자의 임의에 따라 정해지고 있다[6-7]. 경로계획에는 기중기의 구동 방법에 따라 트롤리에 가해지는 힘에 대한 방법[6]과 트롤리의 속도에 대한 방법[7]이 있으며, 실제 경로계획에는 구동기의 최대출력 제한과 흔들림의 제약 조건이 고려되어야 하고 이송 시간을 최소화 하는 최적 경로를 구해야 한다.

본 논문에서는 트롤리의 구동 방법으로 산업 현장에 실제 많이 적용되는 속도 드라이브를 이용한 이송시간을 최소화 하는 동역학식을 유도하고, 속도 드라이브의 최대속도 제한조건을 만족하면서 성능지수를 최소화 하는 트롤리의 위치, 속도경로를 계획한 후 결정된 경로를 추종하는 제어알고리즘을 제안하고, 모형기중기에 적용하여 속도제어방법[8], 극배치제어에 의한 방법[2]과 비교하여 제안된 제어기의 성능을 확인한다.

2. 기중기의 동역학모델

기중기는 그림1과 같이 진자와 같은 동역학모델로 표현되며 트롤리(trolley)를 구동하는 방법에 따라 트롤리에 가해지는 힘을 입력으로 하는 동역학식과 트롤리에 가해지는 속도를 입력으로 하는 동역학식으로 나누어진다. 일반적으로 트롤리를 구동하는 방법으로 속도드라이브를 이용하므로 본 논문에서는 트롤리에 가해지는 속도를 입력으로 하는 동역학식을 구하고, 속도드라이브로 구동하는 것을 제어대상으로 한다.

기중기는 그림1과 같으며 y 는 트롤리의 위치, θ 는 운반물의 흔들림각, l 은 로프의 길이, m 은 운반물의 질량을 나타내며, 동역학식을 간단히 하기 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

- 운반물의 이송중에 로프의 길이는 변하지 않고 일정하다.
- 운반물은 2자유도를 갖으며 평면상에서 움직인다.
- 트롤리와 붐(boom)의 마찰력은 무시할 수 있다.

위와 같은 가정하에서 기중기는 단일 진동모드를 갖는 단진자로 모델링 될 수 있으며 뉴턴의 법칙에 의해 다음과 같은 선형화된 동역학식을 구할 수 있다[10].

$$m l^2 \ddot{\theta} + m g l \sin \theta = m l \cos \theta \ddot{y}, \quad (1)$$

(g : 중력가속도 [m/sec²])

운반물의 흔들림각이 작다면 식(1)의 비선형항을 $\cos \theta \approx 1, \sin \theta \approx \theta$ 로 선형화 할 수 있으며, 식(2)와 같이 가속도 \ddot{y} 를 입력으로 θ 를 출력으로 하는 덤핑이 없고 고유 진동수가 $\omega_n = \sqrt{l/g}$ 인 시스템이 된다.

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = \frac{\ddot{y}}{l} \quad (2)$$

트롤리의 가속도는 속도드라이브의 지령입력전압 u , 과 트롤리의 속도 \dot{y} 에 대하여 다음과 같이 일차 시스템으로 모델링된다[9].

$$\dot{y} = \frac{1}{\tau} (k u - y) \quad (3)$$

τ : 속도드라이브의 시간상수[sec], k : 환산계수[m/sec²/V]

식(1)과 식(2)로부터 운반물의 흔들림 각 θ [rad], 운반물의 각속도 $\dot{\theta}$ [rad/sec], 트롤리의 위치 y [m], 트롤리의 속도 \dot{y} [m/sec]를 상태 벡터로 하고, '속도드라이브의 지령속도를 입력으로하는, 다음과 같은 상태 공간모델을 구할 수 있다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix}^T, \quad x + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{g}{l} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \theta + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \dot{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad (4)$$

3. 최적경로계획 및 추종제어

기중기는 운반물의 정확한 이송과 이송중의 운반물의 흔들림을 최소화 하며 이송시간을 최소화 하는 것을 제어목적으로 한다. 기중기의 동역학식은 고전적인 단진자동역학식으로 단순화 될 수 있지만, 실질적으로 기중기 시스템은 단일입력에 다중출력을 갖는 SIMO(single-input multi-output)시스템으로 입력의 수보다 자유도가 더 많은 matching problem과 불안정한 내부 진동모드등의 문제점을 가지고 있다[2].

일반적인 비선형 시변동적시스템에 대해 $x(t)$ 를 상태변수 벡터, $u(t)$ 를 제어 입력으로 하였을 때 동역학식을 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (5)$$

최적제어문제는 이 시스템에 대하여 초기시간 t_0 에서의 초기 상태값 x_0 에서 고정된 최종 시간 t_f , 혹은, 고정된 최종 상태 x_f , 혹은 최종

시간과 최종 상태가 고정되었을 때 초기 조건과 최종 조건을 만족하고, 성능지수(performance index, cost function)를 최소로 하는 최적의 제어입력을 구하는 것으로, 최종 시간과 최종 상태가 고정된 문제에 대한 성능지수 J 는 식(6)과 같은 형태를 갖는다[11].

$$J = \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t) dt \quad (6)$$

$L(x, u, t)$: 가중 함수(weighting function)

즉, 최적제어 입력 u 는 성능지수를 최소로 해야하며 고정된 최종시간 t_f 에서의 상태값 $x(t_f)$ 는 원하는 상태값 \bar{x}_f 와 같아야 한다.

$$x(t_f) = \bar{x}_f \quad (7)$$

위의 식들로부터 성능지수를 최소로 하고 최종조건을 만족하는 제어입력을 구하기 위해서는 Pontryagin의 최대원리와 Lagrange 곱수(multiplier)를 이용하여 Hamiltonian 함수를 구하고 costate 함수와 stationarity 조건으로부터 최적의 제어입력 u 를 구할 수 있다.

Hamiltonian 함수 H는 가중함수와 Lagrange 곱수와 시스템 함수의 곱의 합으로 이루어지며 Pontryagin의 최대원리에 의한 costate 함수와 stationarity 조건식은 각각 식(8), 식(9), 식(10)과 같다.

$$H(x, u, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t) \quad (8)$$

$$-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial f^T}{\partial x} \lambda + \frac{\partial L}{\partial x}, \quad t \leq t_f \quad (9)$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial L}{\partial u} + \frac{\partial f^T}{\partial u} \lambda \quad (10)$$

초기값이 주어지고 최종 시간과 최종 상태가 주어졌을 때 미분방정식의 경계치문제에 대한 수치해석방법으로 최적의 입력 \bar{u} 를 구할 수 있으며, 입력 \bar{u} 에 대한 상태들의 최적경로 \bar{x} 를 구할 수 있다.

최적경로를 구한 후에는 시스템의 출력이 최적경로를 따르게 하는 추종의 문제가 남아있으며 추종제어는 상태피드백에 의한 극배치기법으로 상태 오차에 대하여 원하는 성능을 얻을 수 있다.

4. 기증기모형 실험결과

본 논문에서 실험을 위해 제작한 기증기모형 실험장치에 대한 설명과 실험방법을 설명하고, 속도제어형 오픈루프제어와 극배치제어, 본 논문에서 제시하는 최적경로 및 추종제어방법을 각각 모의실험과 모형기증기의 실험결과를 비교검토한다.

4.1. 실험장치

본 논문에서 실험용으로 제작한 모형기증기는 그림1과 같다.

트롤리는 모터축에 타이밍벨트와 풀리로 연결하여 구동하고 트롤리의 중앙에 포텐서미터를 장착하여 운반물의 흔들림을 측정하였으며, 포텐서미터에 최막대기를 연결하여 로프대신에 사용하였으며 운반물용으로는 무게중심에 가까운 위치를 잡았다. 모터는 200 [pulse/rev] 2상 엔코더가 장착되어있는 Japan Servo사의 45W 서보모터를 사용하여 감속비없이 구동하였으며 모터 구동으로는 일본 NDK사의 속도드라이브를 사용하였다. 전체시스템은 TI사의 TMS320 DSP와 16bit ADC, 16bit DAC, 디지털 I/O가 장착되어 있는 상용 제어보드를 사용하였다. 그림2는 전체시스템의 블록다이어그램으로 전체 시스템의 샘플링주기는 10 [ms]이며 흔들림과 트롤리위치를 디지털 미분하여 각속도와 속도값을 구하였다. 제어알고리즘에서 구한 출력값은 DAC하여 속도드라이브의 입력으로 전달되며 계단응답을 통한 실험으로 속도드라이브의 시상수는 약 0.025[sec]로 측정되었다. 제어알고리즘은 C언어로 작성하여 컴파일한 후 PC를 통해 DSP보드에 다운로드하여 기증기 제어실험을 하였다.

4.2. 최적경로계획 및 추종제어

식(1)의 기증기의 비선형동역학식과 식(3)의 속도드라이브모델식은 다음의 식(11)과 같이 상태변수를 운반물의 각도, 각속도, 트롤리의 위치, 속도로 하고 입력을 속도드라이브의 입력전압으로 할 때 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{I} [g \sin x_1 - \cos x_1 \frac{1}{r} (ku - x_4)] \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{r} (ku - x_4) \end{aligned} \quad (11)$$

$x_1(\theta)$: 로프 각 [rad]
 $x_2(\dot{\theta})$: 로프 각속도 [rad/s]

$x_3(y)$: 트롤리 위치 [m]
 $x_4(\dot{y})$: 트롤리 속도 [m/s]
 u : 속도 드라이브 입력전압 [V]
 l : 로프 길이 [m]
 k : 트롤리 구동기 이득 [m/s/v]
 g : 중력 가속도 [m/s²]
 r : 속도 드라이브 시간상수 [sec]

초기값이 주어지고 최종 시간과 최종 상태가 고정되었을 때 구동기의 에너지를 최소로 하는 최적제어문제에서 성능지수를 다음과 같이 정한다.

$$J = \int_{t_0}^{t_f} L(x, u, t) dt, \quad L(x, u, t) = u(u - x_4) \quad (12)$$

기증기의 비선형역학식이 4차식이므로 costate 함수도 4차식이 되며 Hamiltonian과 costate 함수는 다음과 같다.

$$H = u(u - x_4) + \lambda_1 x_2 - \lambda_2 \frac{1}{I} [g \sin x_1 - \frac{\cos x_1}{r} (ku - x_4)] + \lambda_3 x_4 + \frac{\lambda_4}{r} (ku - x_4) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= \frac{\lambda_2}{I} g \cos x_1 + \frac{\lambda_2}{r I} (ku - x_4) \sin x_1 \\ \dot{\lambda}_2 &= -\lambda_1 \\ \dot{\lambda}_3 &= 0 \\ \dot{\lambda}_4 &= u + \frac{\lambda_2 \cos x_1}{r I} - \lambda_3 + \frac{\lambda_4}{r} \end{aligned} \quad (14)$$

또한, stationarity 조건으로부터 속도드라이브 입력전압 u 는 다음과 같다.

$$u = \frac{1}{2} (x_4 - \frac{k \lambda_2 \cos x_1}{r I} - \frac{k \lambda_4}{r}) \quad (15)$$

일반적으로 구동기에는 최대구동능력에 제한이 있으며 제어기설계에 반드시 고려되어야 하므로 속도드라이브 입력전압은 최대구동 입력전압보다 작아야 하는 제약 조건이 최적제어 설계시에 포함되어야 하므로 전 동작시간에 대하여 다음과 같은 부등식이 만족해야 한다.

$$|u| \leq v_{max}, \quad t_0 \leq t \leq t_f \quad (16)$$

(v_{max} : 속도 드라이브 최대속도)

미분방정식의 경계치 문제와 같이 초기 상태값이 주어지고 고정된 최종 시간에서의 최종값을 만족하는 u 를 상태방정식과 costate 방정식의 8차 비선형 미분방정식으로부터 구해야 하는데 costate에 대한 초기값과 최종값은 해석적 방법으로 구하는 것이 어렵기 때문에 수치해석적인 방법을 이용해야 한다. 이러한 이중 경계치 문제에 대한 방법으로 shooting 방법을 이용하여 시행착오로 구한다[12-13]. 임의의 costate의 초기치를 선정하여 최종시간까지 적분하여 구한 상태의 최종값과 원래 목표의 최종값을 비교한 후 설정한 오차보다 클 경우나 혹은 $|u|$ 가 v_{max} 보다 클 경우에는 다시 costate의 초기값을 조정하여 다시 적분한다. 이렇게 초기값을 수정하는 방법으로는 Newton 방법을 사용했으며, 이 방법으로 최종적인 최적상태 값인 \bar{x} 와 최적제어 입력 \bar{u} 를 구할 수 있다. 트롤리의 이송기간 중 기증기의 상태값이 최적경로 알고리즘에 의해 설정된 상태값을 추종하기 위한 제어에는 상태피드백을 이용한 극배치제어로 적절한 페루프의 극점이 되도록 하는 제어게인행렬 K를 구할 수 있다. 본 논문에서는 페루프 시스템 극점을 [-2.5+j2.5, -2.5-j2.5, -10.0+j2.0, -10.0-j2.0]으로 설정했으며 이때의 제어게인행렬K는 [1.6328, -0.1781, 1.6565, -0.0189]로, K에 대한 오차제어입력 $u_f = -K \bar{x}$, ($\bar{x} = x - \bar{x}$)를 구할 수 있다. 전체적인 제어시스템은 그림2와 같으며, 최종적인 속도드라이브 입력 u 는 다음과 같다.

$$u = \bar{u} + u_f \quad (17)$$

이송거리 0.8 [m]로 하고 속도드라이브의 최대속도는 0.3 [m/s], 최종 이송시간은 3.5초로 하였을 때의 모의실험결과와 모형기증기의 실험결과를 다음과 같다.

그림3은 오픈루프 속도제어에 대한 실험결과로 모델링이 이상적인 경우엔 흔들림이 동속구간과 정상상태에서 0이 되지만 오픈루프 특성 때문에 시스템의 불확성에 의해 흔들림이 많이 발생하는 것을 볼 수 있다. 그림4는 극배치에 의한 방법으로도 속도드라이브의 속도제한에 의하여 정상상태까지의 시간이 많이 걸리는 것을 알 수 있으며, 그림5는 식(11~16)으로부터 최적경로를 구하고, 추종제어기 없이 속도드라이브의 입력이 최적입력 \bar{u} 를 따르는 오픈루프시스템의 모의실험과 모형기증기에 대한 실험결과이다. 기증기모형의 불확실성과 비선형성 때문에 정상상태오차가 존재하고 흔들림이 발생하는 것을 볼 수 있다. 그림6~7은 상태값이 최적경로를 따르도록 하는 극배치제어에 의한 추종제어기를 추가했을 경우의 모의실험과 모형기증기의 실험결과이다. 기증기모형의 불확실성과 비선형성에 대해서도 추종제어기는 상태출력값이 최적경로를 따르도록 하면서 동속구간과 정상

상태에서의 운반물의 흔들림을 최소화 하며, 정상상태에 도달하는 것을 볼 수 있다.

5. 결론

정확한 이송거리와 운반물의 흔들림을 최소화 하는 기증기의 제어에 속도드라이브를 이용한 기증기의 동력학모델에 속도드라이브의 최대속도제한을 고려하여 운반물의 흔들림과, 각속도, 트롤리의 위치, 속도를 상태변수로 하여 이송시간이 주어졌을 때 초기상태값에서 이송시간후에 목표한 최종상태값을 만족하는 속도드라이브 입력과 상태값을 에너지 성능지수로 하는 최적제어 이론을 바탕으로 미분방정식의 경계치문제를 풀어 구하고 극배치제어에 의한 추종제어를 이용함으로써 정상상태오차를 최소화 하며, 이송시간을 최소화할 수 있는 최적경로 및 추종제어를 개발하였으며 모의실험과 모형기증기에 적용하여 제어기의 성능을 확인하였다. 산업현장에서는 대부분 속도드라이브를 트롤리의 구동방법으로 이용하므로 실제 실용가능성이 많을 것으로 생각되며, 실제 산업 현장에서 적용하기 위해서는 실질적인 외란과 오차요인들을 확인하여 제어기 설계시에 고려되어야 하므로 차후에는 실제 기증기에 적용하여 응용할 수 있을 것이다.

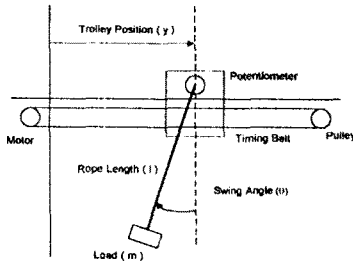


그림 1 모형기증기의 구조

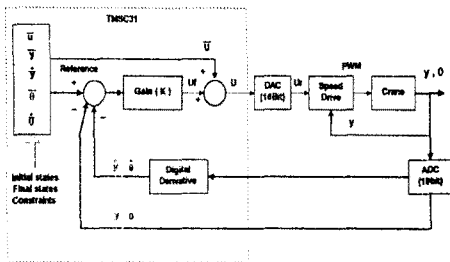


그림 2 최적경로와 추종제어기

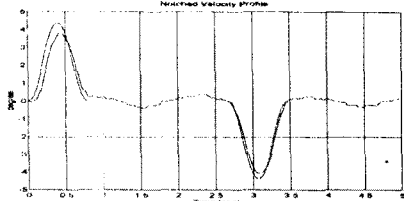


그림 3 오픈루프 속도제한 흔들림과 비교

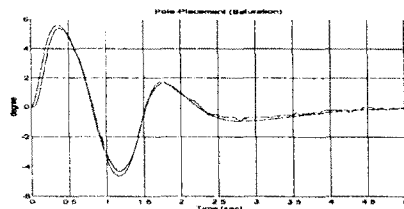


그림 4 극배치제어 흔들림과 비교

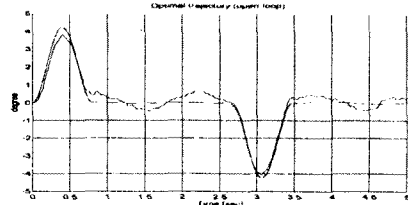


그림 5 추종제어기 없는 최적경로 오픈루프의 흔들림과 비교

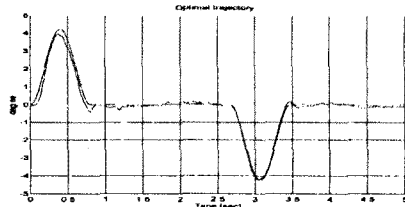


그림 6 최적경로 추종제어기의 흔들림과 비교

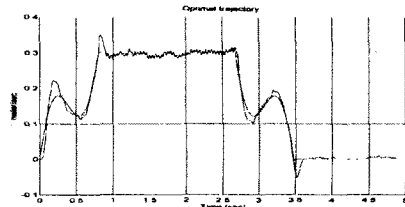


그림 7 최적경로 추종제어기의 속도비교

참고문헌

- [1] Y. Sakawa, Y. Shindo, "Optimal Control of Container Cranes", *IFAC Control Science and Technology*, pp. 463-468, 1981.
- [2] A. Marttinen, J. Virkkunen, R.T. Salminen, "Control Study with a Pilot Crane", *IEEE Transactions on Education*, Vol. 33, No. 3, pp. 298-305, 1990, 8.
- [3] H. Butler, G. Honderd, J.V. Amerongen, "Model Reference Adaptive Control of a Gantry Crane Scale Model", *IEEE Control Systems*, pp. 57-62, 1991, 1.
- [4] O. Itoh, H. Migita, Y. Irie, J. Itoh, "クレーン自動運轉へのファジィ制御の適用", *日本ファジィ學會誌* Vol. 6, No. 2, pp. 402-411, 1994.
- [5] 김용석, "로프 트롤리 방식 컨테이너 크레인의 진동억제 제어", *전기학회논문지*, Vol. 44, No. 12, pp. 1668-1674, 1995, 12.
- [6] W. Li, X. Cheng, "Computer Control of High Speed Cranes", *American Control Conference*, pp. 2562-2566, 1993, 6.
- [7] J. J. Hamalainen, et al., "Optimal Path Planning for a trolley crane: fast and smooth transfer of load", *IEE Proc. Control Theory Appl.*, Vol. 142, No. 1, pp. 51-57, 1995, 1.
- [8] 홍형주, 이신섭, "크레인 진자계의 최적제어", *제2회 전산동역학 및 전산교육*, pp. 33-38, 1995.
- [9] R. Salminen, *Towards Industrial Crane Computer Control*, Licentiate Thesis, Helsinki University of Technology, 1991, 5.
- [10] G. F. Franklin, J. D. Powell, A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, Addison-Wesley, 3rd edition, 1994.
- [11] F. L. Lewis, *Applied Optimal Control and Estimation*, Prentice Hall, 1992.
- [12] J. Stoer, R. Bulirsch, *Introduction to Numerical Analysis*, Springer-Verlag, 1993.
- [13] W. H. Press, et al., *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, 1992.