

# GPS 위성의 가시성이 제한을 받는 도심지 환경하에서의 차량항법을 위한 변형된 확장칼만필터기법

원종훈\*, 이자성  
아주대학교 대학원 제어계측공학과

## Modified Extended Kalman Filter Technique for Car Navigation in Urban Environment with Limited GPS Visibility

J. H. Won\* and J. S. Lee.

Dept. of Control & Instrumentation Eng. Ajou Univ. Suwon

### ABSTRACT

In this paper, Modified GPS Kalman filter algorithms which allow user to estimate its position when the number of visible GPS satellites becomes less than four are presented. They are derived using the previous estimation of altitude and clock bias. Thus, it is possible to estimate 3-dimensional user position even when only two GPS satellites are visible. The algorithms are ideally suited to car navigation in urban areas where lack of GPS visibility is the major problem because of the frequent blockage of the GPS signals by tall buildings and other structures. Simulation results in this paper show that modified GPS Kalman filter provide better performances than a general GPS Kalman filter or any other instantaneous GPS solution algorithm, especially in the case which the number of visible GPS satellites becomes less than four.

### 1. 서론

GPS(Global Positioning System)는 미국 방위성이 개발한 전 지구적 범위의 측위 시스템으로서 군사적 목적과 아울러 민간용으로 개발되어 그 사용이 날로 증가되고 있으며, 최근 들어 전자부품 제조기술의 발달로 소형·경량·저가의 GPS수신기 제조가 가능해짐에 따라 자동차 항법장치에까지 그 이용이 확산되고 있다[1].

GPS를 이용한 측위원리는 여러 개의 GPS위성으로부터 수신되는 전파의 도달지연시간차를 측정하여 수신기와 위성간의 거리를 계산하고 기하학적인 삼각법을 이용하여 수신기의 위치를 계산하는 것이다. 잘 알려진 바와 같이 GPS를 이용한 3차원 측위를 하기 위해서는 GPS위성 시계와 수신기 시계 사이의 오차를 보정하기 위한 어분의 GPS위성 1개를 포함하여, 총 4개 이상의 GPS위성이 필요하다[2]. 수신기에서 측정되는 사용자화 GPS위성간의 거리에 대한 측정식은 다음과 같다.

$$PR_i = R_i + B + E_i \quad \text{단, } i=1,2,3,4 \quad (1)$$

$$R_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad (2)$$

여기서  $PR_i$ 는  $i$ 번째 위성과 수신기 사이의 의사거리,  $R_i$ 는  $i$ 번째 위성화 수신기 사이의 실제 거리,  $B$ 는 시계 오차,  $E_i$ 는 거리 오차,  $(x_i, y_i, z_i)$ 와  $(x, y, z)$ 는 각각, 지구중심 지구고정 좌표계에서 정의되는  $i$ 번째 위성의 위치와 수신기의 위치를 의미한다.

위의 미선형 GPS항법식을 푸는 방법으로는 어느 정도 오차를 포함하는 범위 내에서 해를 구하는 순시적 항법 알고리즘과 시스템 동적 방정식을 이용하여 순차적으로 오차를 제거하며 해를 구하는 칼만필터 알고리즘이 있다. 또한, 순시적 항법 알고리즘에는 초기값을 이용하여 재귀적으로 연산하여 해를 구하는 재귀적 방법과 초기값의 필요없이 대수적으로 해를 구하는 정형(closed form)항법해 알고리즘이 있는데, 후자가 진자보다 계산 시간과 메모리 공간의 측면에서 더 효율적인 것으로 알려져 있다[3],[4].

일반적으로 초기위치 추정에는 순시적 항법해 알고리즘을, 그 이후의 위치 추정에는 칼만필터를 이용하는데, 도심속 차량 항법의 경우 고층 건물에 의한 전파차단으로부터 발생하는 가시위성수의 감소 현상과 일정한 동적 방정식을 세울 수 없는 차량의 불규칙한 동적 특성 때문에 간단한 칼만필터는 적용될 수 없다.

이러한 문제를 개선하려는 최근의 연구결과, GPS 시계오차 특성과 차량의 동적특성을 고려하여 GPS 가시위성수가 2개일 때까지도 도심지 차량항법에 적합한 결정적 항법해 알고리즘이 제시되었다[5]. 하지만 위의 연구 결과는 오차를 포함하는 순시적 항법해의 개선된 형태이므로 위치 추정값에 잡음의 영향이 그대로 반영되어 거칠어지는 단점이 있다. 본 연구에서는 이러한 기존 방법들의 단점을 보완하여 가시위성수가 2개일 때까지도 좋은 위치 추정을 하는 새로운 변형된 확장칼만필터 알고리즘을 제안한다.

본 논문의 2장에서는 일반적인 GPS 확장칼만필터를 요약하고, 3장에서는 시계오차 예측 GPS 항법을 소개한다. 또한, 4장에서는 시계오차 예측기법과 고도 추정기법을 이용한 새로운 변형된 GPS 확장칼만필터기법을 제안하고, 5장에서는 기존의 알고리즘과 그 성능을 시뮬레이션을 통하여 비교하며 6장에서 결론을 제시한다.

### 2. GPS항법 알고리즘

3차원 공간상에서 이동하는 항체의 위치를 추정하는 GPS항법 칼만필터는 다음과 같이 위치, 속도, 시계오차, 시계오차 변화율에 관한 8개의 상태를 갖는 등속도 모델로 시스템 방정식을 나타낼 수 있다[6].

$$X(k+1) = F \cdot X(k) + w(k) \quad (3)$$

$$\text{단, } X = [x, y, z, B, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{B}]^T$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$u(k)$  : 공칭 잡음.

GPS는 측정치로 의사거리를 이용하므로 식(1)로부터 다음과 같이 측정식을 구성한다.

$$y_i(k) = PR_i(k) = g_i(X(k)) + u(k) \quad (4)$$

단,  $g_i(X(k)) = R_i + B$

식(3)와 (4)에 대한 확장칼만필터의 측정치를 이용한 개선(update) 알고리즘은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X^+(k) &= X^-(k) + K(k) \cdot [y_i(k) - g_i(X^-(k))] \\ K(k) &= P^+(k) \cdot H^T \cdot [H \cdot P^+(k) \cdot H^T + R(k)]^{-1} \\ P^-(k) &= [I - K(k) \cdot H] \cdot P^+(k) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $X^-$ 는 개선되기 전 상태벡터,  $X^+$ 는 개선 후의 상태벡터,  $P^-$ ,  $P^+$ 는 각각  $X^-$ 와  $X^+$ 의 공분산행렬을 의미하며  $H$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$H_i = \frac{\partial g_i}{\partial X} = \left[ -\frac{(x_i - x)}{R_i}, -\frac{(y_i - y)}{R_i}, -\frac{(z_i - z)}{R_i}, 1, 0, 0, 0, 0 \right] \quad (6)$$

위에서 요약한 일반적인 GPS 항법 확장칼만필터는 가시위성수가 4개 미만일 때 측정식의 부족으로 위치추정값의 일부가 발산한다. 따라서 일정한 도심지 환경하의 차량 항법에 위와 같은 간단한 형태의 확장칼만필터는 부적절하며 여러 가지 차량이 치한 주변 환경 정보를 통합할 수 있는 변형된 확장칼만필터가 요구된다.

### 3. 시계오차 예측 기법

GPS특성상 시계오차가 일단 계산되면 그 이후부터는 시계 모델을 사용하여 비교적 정확한 시계오차를 예측할 수 있으므로 3개의 GPS위성만으로 위치 추정이 가능하다[7]. 이러한 시간에 축을 이용한 GPS항법은 GPS 운용 초기부터 가시위성수가 4개 미만이 되는 지역(Outage)에서의 위치 추정에 이용되어져 왔고, 최근에는 RAIM(Receiver Autonomous Integrity Monitoring), 즉, 수신기 자가진단의 한 요소로 이용되어지고 있다[8]. 또한, 지구 표면 근처에서 동작하는 GPS수신기는 일반적으로 고양각의 GPS위성을 선택하여 위치추정을 행하므로 수직방향의 오차가 수평방향의 오차에 비해서 시계오차 예측 오차값과 큰 상관관계 특성을 갖는다[그림 1]. 즉, 시계오차를 정확히 예측할 수록 수직방향 위치오차가 크게 개선된다. 이러한 특성은 수직방향 위치 오차가 안전을 크게 좌우하는 항공기용 자동 이·착륙 시스템등의 정밀도 향상에 이용된다[9].

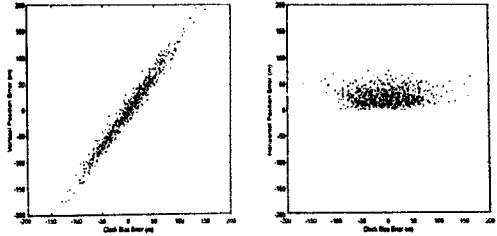


그림 1. 시계오차 예측오차값에 따른 수직·수평방향 위치 오차

예측되는 시계오차의 정확도는 사용된 오실레이터의 안정성에 크게 좌우되는데 안정성이 큰 고정밀도의 원자 시계용 오실레이터는 일반적으로 고가이므로 저가의 차량항법용 GPS수신기에 적용하는 것은 바람직하지 못하다. 그러나 수평방향 오차가 주관시인 차량항법의 경우, 수평방향 위치오차가 시계오차 예측오차값과 상관관계가 적으므로 저가·저급의 오실레이터를 이용하여 시계오차를 예측하여도 비록 수직방향의 위치오차는 증가하지만 수평방향의 위치오차는 짧은 시간내에서 크게 영향을 받지 않는다.

일반적인 GPS항법의 칼만필터는 매 순간마다 의사거리 측정값을 이용하여 시계오차를 갱신하므로 간단히 식(3)과 같이 1차의 시계오차 모델을 이용하지만, 정밀한 시계오차 추정이 요구되는 시계오차 예측 GPS항법에서는 다음과 같은 2차의 시계오차 모델을 이용한다[10].

$$B(t) = B_0 + B_1(t-t_0) + \frac{1}{2} B_2(t-t_0)^2 + \epsilon(t) \quad (7)$$

여기서  $B_0, B_1, B_2$ 는 가시위성수가 4개 이상일 때 장시간 동안의 의사거리 측정치로부터 결정되는 시계오차 파라미터로서, 각각 시계오차, 시계오차 변화율, 시계오차 변화율의 드리프트(drift) 성분임을 의미한다.  $\epsilon(t)$ 는 추정오차성분이다. 위의 시계오차 파라미터들은 실험최소자승법을 이용하여 추정되는데 그 추정값의 신뢰도는 데이터 갯수가 많을수록 증가한다.  $B_1, B_2$ 관한 추정 신뢰도와 시간의 경과에 따른 시계오차 예측 rms오차값에 관한 수식은 다음과 같다[11].

$$C_{B_1} = \frac{2 \cdot \sigma_B(t)}{\sqrt{M}}, \quad C_{B_2} = \frac{\sqrt{3} \cdot C_{B_1}}{M \cdot t} \quad (8)$$

$$\hat{B}(t) \approx \left[ \left( \frac{B_0}{t} \right)^2 + C_{B_1}^2 + \frac{1}{4} (C_{B_2} \cdot t)^2 + s^2 \sigma_B^2(t) \right]^{1/2} \quad (9)$$

여기서  $C_{B_1}, C_{B_2}$ 는 각각 시계오차 파라미터  $B_1, B_2$ 의 신뢰도를 의미하고,  $\hat{B}$ 는 시계오차 예측 rms오차,  $\sigma_B^2(t)$ 는 Allan 분산값,  $M$ 는 데이터 갯수,  $s$ 는 잡음의 종류·예측기간과 전체 데이터 길이의 비에 따른 상수를 의미한다. 그림 2에 경과 시간에 따른 시계오차 예측값의 rms 오차의 증가를 나타내었다.

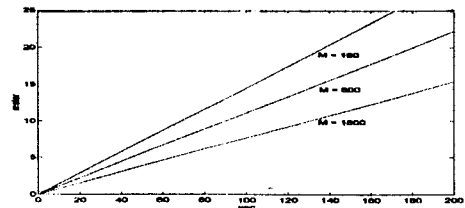


그림 2. 경과 시간에 따른 시계오차 예측값의 rms 오차.

정확한 시계오차 파라미터를 추정하기 위해서는 의사거리 측정치가 서로 무상관(uncorrelated)·독립적(independent)이어야 하는데, 일반적으로 SA의 영향 때문에 3-4분간 상관되어 있고 전리층 지연효과 또한 상관 오차를 유발시키므로 오랜 시간 동안 긴 샘플링 주기를 갖는 의사거리 측정값을 이용하여야만 한다. 하지만 SA와 전리층 지연 효과를 제거할 수 있는 DGPS를 행할 경우, 짧은 샘플링 주기의 적은량의 의사거리 측정치만을 이용하여도 제대로된 시계오차 추정을 할 수 있는 것으로 알려져 있다[12]. 아래 그림 3에 의사거리 측정치로부터 구한 측정 시간에 따른 시계오차, 시계오차 변화율을 나타내었다.

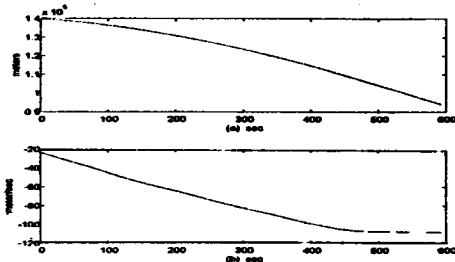


그림 3. 의사거리 측정치로부터 구한 600초간의 측정치  
(a)시계오차, (b)시계오차 변화율

#### 4. 시계오차 예측과 고도 추정을 이용한 변형된 GPS 확장칼만필터

평면 운동을 주로 하는 차량항법의 경우, 고도의 변화가 비교적 작으므로 현재의 고도는 전 단계의 고도와 같다고 놓아도 평면 좌표상의 위치 계산에는 큰 영향이 없다. 따라서, 이러한 고도 상의 특성과 앞장에서 설명한 시계오차 예측기법을 이용하면 가시위성의 감소에 따른 칼만필터의 발산 문제를 어느 정도 해결할 수 있다.

##### 4.1. 가시위성수가 3개일 경우

가시위성수가 4개 이상일 때 구한 고도가 가시위성수가 3개가 되었을 때도 유지된다는 가정하에 식(1)의  $i=4$ 인 경우의 의사거리 측정치 대신에 고도로부터 임의로 지구중심과 차량간의 의사거리를 생성하여 측정치로 이용한다. 즉, 지구 중심에 일종의 가상 GPS위성이 존재한다고 가정하고 이 가상의 위성과 수신기 사이의 의사거리를 전 단계에서 추정된 고도와 칼만필터가 추정하는 시계오차 예측값의 합으로 나타내면 전체 의사거리 측정치가 4개가 되므로 가시위성수가 3개일 때도 2장에서 설명한 칼만필터를 이용하여 위치추정을 할 수 있다. 여기서 고도(D)는 지구중심에서 차량까지의 거리를 의미한다. 이 때의 의사거리 측정식은 다음과 같다.

$$PR_i = R_i + B + E_i \quad \text{단, } i=1,2,3 \quad (10)$$

$$PR_4 = D + \hat{B} + v_4 \quad (11)$$

여기서  $PR_4$ 는 지구중심과 수신기 사이의 가상의 의사거리,  $D$ 는 전단계에서 추정되는 지구중심과 차량간의 거리,  $\hat{B}$ 는 바로 전 단계에서 구해지는 칼만필터가 예측한 시계오차값을 의미한다.

장시간 동안 시계오차 파라미터 개신이 이루어지지 않으면 오실레이터의 불안정성으로 인하여 시계오차 예측 rms 오차값이 증가한다. 따라서, 고도 변화가 적은 차량 항법의 경우, 시계오차 예측기법만의 사용보다는 고도 추정기법과 병행하여 시계오차 예측기법을 사용하는 것이 바람직하다.

##### 4.2. 가시위성수가 2개일 경우

가시위성수가 2개일 경우에도 위와 같이 시계오차 예측기법과 고도 추정기법을 이용한다. 이 때, 고도에 관한 식에 전 단계에서 예측한 시계오차값을 더하여 임의로 의사거리를 생성하는 위의 경우와는 달리, 의사거리에서 시계오차 예측값을 뺀, 위성과 수신기간의 거리에 관한 다음과 같은 측정식을 구성한다.

$$PR_i - \hat{B} = R_i + E_i \quad \text{단 } i=1,2 \quad (12)$$

$$D = R_3 + E_3 \quad (13)$$

이 때의 시계오차 예측값,  $\hat{B}$ 는 의사거리 측정치에 의한 개신 없이 오직 전파되는 값이므로 그 경과 시간에 따라 오차가 증가하는데 그림 2에서 보였듯이 1-2분 정도의 짧은 시간 동안은 예측오차가 작으므로 위의 수식이 타당하다고 할 수 있다. 위의 식(13)에서 시계오차 예측값,  $\hat{B}$ 는 더이상 미지수가 아닌 전 단계에서 예측되는 상수이므로 식(3)의 위치, 속도, 시계오차, 시계오차 변화율에 대한 8상태의 상태 방정식은 다음과 같은 위치와 속도에 관한 6상태의 상태방정식으로 나타내어진다.

$$X'(k+1) = F' \cdot X'(k) + w'(k) \quad (14)$$

$$X' = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]$$

$$F' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

수신기와 위성간의 거리에 관한 측정식은 다음과 같다.

$$y_i' = R_i = g_i' [X(k)] + v'(k) \quad (15)$$

$$\text{단, } H = \frac{\partial g_i'}{\partial X} = \left[ -\frac{(x_i - x)}{R_i}, -\frac{(y_i - y)}{R_i}, -\frac{(z_i - z)}{R_i}, 0, 0, 0 \right]$$

##### 5. 시뮬레이션

시뮬레이션에서는 그림 4와 같이 좌·우회전, 곡선 및 직선 가감속, 갑작스런 정지 등 일반적인 차량의 경로를 운행하는 차량의 GPS 항법을 컴퓨터로 구현하였다. 차량의 최종 위치 계산은 지구평면 좌표계인 NED(North-East-Down) 좌표계에서 수행하였다. 이 때, 도심에서 자주 발생하는 고층건물에 의한 전파차단 효과를 고려하여, 0-240초, 241-295초, 296-360초, 361-380초 사이에서 가시위성수가 각각, 4, 3, 2, 4개로 변화하였다고 가정하였다. 주행시간에 따른 가시위성수의 변화와 차량의 실제 속력을 그림 5에 나타내었다.

그림 4에서 보듯이, 가시위성수가 4개 미만일 경우 일반적인 칼만필터는 발산하고 [5]에서 제시한 개선된 순시적 항법에는 거친 궤적을 그리는 반면, 본문에서 제시한 알고리즘은 가시위성수가 2개일 때 까지도 좋은 위치추정을 하는 것을 볼 수 있다. 그 결과의 3차원적인 rss오차를 그림 7에 나타내었다. 가시위성수가 2개일 경우 개신없이 시계오차 예측값을 이용하므로 앞의 그림 2에서와 같이, 시간의 경과에 따른 시계오차 예측 rms 오차값의 증가로 인하여 rss 위치 오차가 증가함을 볼 수 있다.

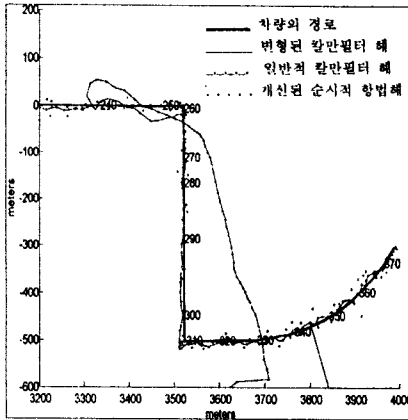


그림 4. 가시위성수의 변화에 따른 순시적 GPS 항법해, 일반적 칼만필터 해, 변형된 칼만필터 해의 비교(NED-평균).

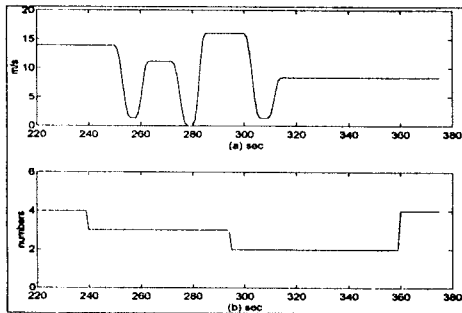


그림 5. (a) NED 평면상의 차량의 실제 속도, (b) 주행시간에 따른 가시위성수의 변화.

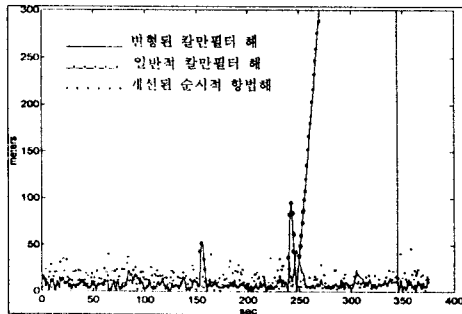


그림 6. 순차적 GPS 항법해, 일반적 칼만필터, 변형된 칼만필터의 rss 위치 오차 비교.

## 6. 결론

본 논문에서는 차량의 기동 특성을 고려한 고도 예측값과 GPS 시계오차 특성을 이용한 시계오차 예측값을 이용하여 가시위성수가 2개일때 까지도 좋은 위치 추정을 하는 변형된 GPS 칼만필터를 구성하였고, 시뮬레이션을 통하여 그 성능을 시험하였다. 이러한 변형된 GPS 확장칼만필터를 이용하면 고층 건물에 의해 생기는 진파차단에 따른 가시위성수의 감소가 자주 발생하는 도심지 차량항법 환경에 유용하게 이용 될 수 있을 것으로 기대된다.

## 7. 참고문헌

- [1] Ronld K. Jurgen, "The Electronic Mototrist," IEEE Spectrum, March, 1995.
- [2] R.J.Milliken, C.J.Zoller, "Principle of Operation of NAVSTAR and System Charateristics," Global Positioning System, Vol.I, The Institute of Navigation, 1980.
- [3] 이자성, "도심지 차량운행을 위한 실용적인 GPS/DR 항법 알고리즘," 아주대학교 기초과학 연구소-공학연구소 논문집, 제 15집, 1996.
- [4] J.S.Lee, "Principle and Simulation of GPS Relative Navigation," Internal Letter No. D/794-400-81-039, Rockwell International Corporation, 1981.
- [5] 원중훈, 이자성, "GPS 위성의 가시성이 제한을 받는 도심지 환경에서의 차량항법을 위한 결정적 GPS 항법 알고리즘," 96춘계 한국항공우주학회발표회 논문집, 1996.
- [6] R.G.Brown, P.Y.C.Hwang, *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*, JOHN WILEY & SONS INC, 1992.
- [7] Mark A. Sturza, "GPS Navigation Using Three Satellites and A Precise Clock," Global Positioning System, Vol.II, The Institute of Navigation, 1984.
- [8] P.Misra, M.Pratt, R.Muchick and B.Manganis, "A General RAIM Algorithm Based on Receiver Clock," MIT, Lincoln Lab.
- [9] P.Misra, M.Pratt, "Role of The Clock in A GPS Navigation Receiver",MIT, Lincoln Lab.
- [10] David W.Allan, "Clock Charaterization Tutorial," Proceeding of The 15th Annual PTTI Applications and Planning Meeting, 1983.
- [11] David W.Allan, Helmut Hellwing, "Time Deviation and Time Prediction Error for Clock Specification, Characterization and Application," IEEE PLANS, November, 1978.
- [12] P.Misra, M.Pratt, B.Burke and R.Ferranti, "Adaptive Modeling of Receiver Clock for Meter-level DGPS Vertical Positioning," MIT, Lincoln Lab.