

# 상호작용 다중 모델 알고리즘을 이용한 표적 추적

구현철<sup>o</sup>·서진현<sup>o</sup>

·서울대학교전기공학부 석사과정 ·서울대학교전기공학부 교수

## Target Tracking using Interacting Multiple Model Algorithm

Hyuncherl Ku<sup>o</sup>·Jin-Heon Seo<sup>o</sup>

Seoul National University School of Electrical Engineering

**Abstract** - In this paper, we present an algorithm that allows tracking of a target using measurements obtained from a sensor with limited resolution. The Interacting Multiple Model (IMM) algorithm has been shown to be one of the most cost-effective estimation schemes for hybrid systems. The approach consists of IMM algorithm combined with a coupled version of the Joint Probabilistic Data Association Filter for the target that splits into two targets.

**Key Words** : Target Tracking, Interacting Multiple Model, Joint Probabilistic Data Association, Split target

### 1. 서론

단일 필터로 표적이 움직이는 것을 추적하는 경우, 동속도 운동 등의 변화가 거의 없는 운동에 대한 추적은 비교적 잘 이루어지나 기동하는 표적이나 분리 또는 재결합하는 표적에 대해서는 상당한 오차가 발생한다. 하이브리드 시스템에 필터를 여러개 병렬로 연결하고, 각각의 가중함을 구하는 과정을 통해서 필터에서 나오는 추정치에 가중치를 곱해서 그 합으로 최종적인 추정치를 구해주는 상호작용 다중 모델(IMM) 알고리즘을 사용하면 오차를 상당부분 줄여줄 수 있다. IMM알고리즘은 N개의 다중 모델  $M_1, M_2, \dots, M_N$  사이의 마르코브 천이 과정으로 모델링한다. 따라서 IMM 알고리즘을 구성하기 위해서는 각 모델에 정합된 N개의 추적 필터가 필요하다.

결합 확률 데이터 연관 필터(Joint Probabilistic Data Association Filter) 기법은 필터가 존재하는 상황 하에서 다중 표적의 추적을 수행하기 위한 베이시안 데이터 연관 기법이다. 이 필터 기법은 필터 상황 하에서 단일 표적을 추적하는 확률 데이터 연관 기법(Probabilistic Data Association Filter)을 다중 표적 추적을 수행하기 위한 데이터 연관 기법으로 확장한 것이다.

본 논문에서는 IMM 알고리즘과 Joint PDA(JPDA) 필터를 결합하여 필터가 존재하는 환경에 대해서, 이 알고리즘으로 하나의 표적이 두 표적으로 분리되는 경우, 즉 모체에서 하나의 표적이 분리되거나 또는 분리되어질 표적의 형태를 갖는 경우에 대해 추적하는 방법을 다룬다. 이러한 경우들에 대해서 이 알고리즘은 분리-추적 확률을

계산할 수 있으므로, 표적 분리 사건의 자동 탐지에 대한 해를 얻을 수 있다.

### 2. 분리되는 모델에 대한 IMM-JPDA의 수식화

추적-분리형 문제에 대한 접근방법은 자동 추적의 문제에 대한 IMM-PDAF 알고리즘의 일반화 형식으로 표현된다. 즉 이 알고리즘은 먼저 다음의 두 모델을 사용한다.

모델1. 표적 검출 없음("no target"),

모델2. 진 표적이 거의 일정한 속도로 운동.

모델2는 0이 아닌 표적 검출 확률  $P_D$ 로 가정하고, 모델 1은  $P_D = 0$  이고 모델2의 표적과 똑같은 형태이다. 각 모델의 확률은 순환적으로 최신화된다.

일단 항적이 형성되고 진 표적 확률(TTP: true target probability) (모델2의 모델 확률)이 충분히 크게되면, "정밀추적"이 시작된다. 이때 이 알고리즘은 기동 표적의 추적도 가능하게 된다. 따라서, 다음의 두 모델을 기동 표적 추적을 위해 사용할 수 있다.

모델3. 가속이 크게 증가하는 운동,

모델4. 거의 일정한 가속을 하는 운동.

모델3은 모델2와 모델4의 과도 형태이며, 위의 두 모델에서는 모델 2와 똑같은  $P_D$ 를 가진다. 그리고, 모체의 표적에 의해서 음향 교란(ACM:Acoustic Counter-Measure) 근원이 발생되어 표적이 두 개로 나누어지는 상황이 있는데 이를 표적 분리라고 하자.

두 표적의 분리를 IMM-PDAF 접근방법에 병합하기 위해 다음의 새로운 두 모델을 추가한다.

모델5. "분리 순간(Just split)"의 표적,

모델6. "분리된 표적(Split target)"(두 표적)

위의 두 모델에서 센서 해상도가 제한된 경우 하나의 표적이 둘로 분리되는 상황도 나타나게 된다. 그리고, 반대로 두 개의 표적이 결합되는 상황도 설명하는 모델이 된다.

"분리 순간" 모델에 대한 추적 주기는 단일 추적 상태로 시작하여 두 새로운 상태의 추정으로 이루어지고, "분리된 표적" 모델에 대한 추적 주기는 이중 표적 상태 예측으로 부터 결합된 JPDAF에 의한 상태의 추정으로 얻어지는 이중 표적 상태 추정으로 진행된다. 이 결합된 JPDA의 구성은 두 표적의 예측 오차가 상관 관계를 갖고 있기 때

문에 요구되는 것이다.

두 표적이 완전히 분리되는 순간, 즉 표적들의 유효 영역이 더 이상 겹쳐지지 않으면, 두 개의 서로 독립된 표적으로 간주할 수 있고, 각각 단일 표적 추적 문제로 재구성 가능해진다.

분리와 상태 추정을 위한 모델에 대하여 알아보면 다음과 같다.

(1) 모델 간의 천이

앞의 다중 모델 간의 Markov사슬 천이 행렬은 다음 요소로 구성된다.

$$P_{ij} = P(k \text{에서 모델 } j \text{가 정합} | k-1 \text{에서 모델 } i \text{가 정합}) \quad (1)$$

여기서  $i, j = 1, \dots, 6$  이다. 즉 6개의 모델에 대하여 나타나므로 6x6 행렬로 나타낼 수 있다. 각각의  $P$  값에 대한 의미를 몇가지 알아보면 다음과 같다.

$P_{12}$  : 표적이 관측이 되지 않다가 관측되는 경우의 확률(표적 재인정)

$P_{21}$  : 표적이 관측되다가 되지 않는 경우의 확률("자취 감춤")

$P_{35}$  : 표적이 분리되는 경우의 확률

$P_{62}$  : 분리된 표적이 단일 표적으로 되어지는 경우의 확률

이와 같이 나머지 경우에 대해서도 확률을 정의해 줄 수 있다.

이 확률들은 모델의 집합을 선택하는 것과 더불어 IMM 알고리즘에 대한 중요한 설계 매개변수가 된다.

분리는 거의 일정 속도 운동에서 시작되며, 제결합도 같은 일정 속도 운동 모델이라고 가정한다. 그러므로  $P_{15}$ ,  $P_{35}$ ,  $P_{65}$  등의 확률은 거의 0이라고 생각 해준다.

(2) "분리 순간(Just split)" 모델

이 모델은 단일 추정 측정치  $\hat{z}(k|k-1)$ 로써 시작하며, 유효 측정수는 적어도 둘은 되어야 한다. 이때 "분리순간" 모델의 필터가 동작하면서 "분리된" 모델의 필터가 같이 동작한다. 유효 측정치 집합은 두 표적(분리 순간)에 관련되어 지는 두 클러스터(cluster)로 나뉘어지며, 다음의 관계들로 이 과정은 진행된다.

단계 1: 가장 큰 연관 확률을 가진 측정은 첫 번째 표적과 연관시켜 첫 번째 클러스터의 중심으로 한다.

단계 2: 두 번째로 큰 연관 확률을 가진 측정은 새로 발생한 표적으로 취급하여 두 번째 클러스터의 중심으로 한다.

단계 3: 만일 두 측정치 이외의 측정이 발생하는 경우는, 거리를 기준으로 하여 두 클러스터 중 가까운 하나와 연관지운다.

단계 4: 각 클러스터가 가진 확률의 합이 단위값이 되도록 연관 확률을 재정규화한다. 여기서 두 분리된 표적이 검출되었다고 가정한다. 그 이유는 그렇지 않다면, 표적 분리를 진행할 당위가 없기 때문이다.

단계 5: "분리 순간"의 모델에 부합하는 상태벡터는 두 표적의 상태벡터를 중첩한 열벡터가 되도록 한다.

$n_x$ 를 상태벡터  $x$ 의 크기를 나타내는 차원이라고 한다면 "분리순간" 모델에서는  $2n_x$ 의 상태벡터를 생각할 수 있다. 분리순간의 상태변수 값들을 "J"점차분 써서 나타낸다.

$$x^J[k] = \begin{bmatrix} x_1^J[k] \\ x_2^J[k] \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서  $x_1, x_2$ 는 각각 표적 1, 2의 상태벡터를 나타낸다. 이 값들은 다음 식을 통해서 최신화된다.

$$\hat{z}^J[k|k-1] = \hat{z}^J[k|k-1] + W^J[k] v^J[k] \quad (3)$$

여기서

$$\hat{z}^J[k|k-1] = \begin{bmatrix} \hat{x}_1^J[k|k-1] \\ \hat{x}_2^J[k|k-1] \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\hat{x}_1^J[k|k-1] = \hat{x}_2^J[k|k-1] \quad (5)$$

"분리 순간"의 두 표적은 모델간의 상호작용에서의 마찬가지로 똑같은 추정 상태를 가진다. 측정이  $n_x$ 의 차원을 가지면,  $2n_x$ 차원의 이노베이션은 다음과 같다.

$$v^J[k] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_x} \beta_{i,1}^J[k] v_i^J[k] \\ \sum_{i=1}^{n_x} \beta_{i,2}^J[k] v_i^J[k] \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서  $\beta_{i,j}^J[k]$ 는 위의 단계4에 따라 측정  $z_i^J[k]$ 가 표적  $i$ 에 재정규화된 확률을 나타낸다. 측정 예측치에 대한 이노베이션은 다음으로 주어진다.

$$v_i^J[k] = z_i^J[k] - \hat{z}^J[k|k-1] \quad (7)$$

그리고 집합  $I_i$ 는 단계 1~3에 따라 표적  $i$ 에 관련된 측정수  $m_i^J[k]$ 를 나타내는 인덱스 집합이다.

이득을 구하면,

$$W^J[k] = \begin{bmatrix} W_{11}^J[k] & 0 \\ 0 & W_{22}^J[k] \end{bmatrix} \quad (8)$$

이며, 여기서

$$W_i^J[k] = W[k] \quad j = 1, 2 \quad (9)$$

이고, 이 값은 PDAF에서 얻어진 표준이득행렬이다.

위의 (4)식에서의 추정치와 관련된 공분산 행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$P^J[k|k-1] = \begin{bmatrix} P_{11}^J[k|k-1] & P_{12}^J[k|k-1] \\ P_{21}^J[k|k-1] & P_{22}^J[k|k-1] \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$P_{ij}^J[k|k-1] = P[k|k-1] \quad i, j = 1, 2 \quad (11)$$

위의 식 (3)에 해당하는 최신화된 공분산행렬( $2n_x \times 2n_x$ )은 다음과 같이 얻어진다. 대각성분의 블록들은 각 블록의 클러스터에 대한 이노베이션들로 구성되는 분리된 표준 PDAF를 따른다. 비대각성분 블록은 다음과 같다.(여기서  $H[k]$ 는 하나의 표적의 측정치행렬을 나타낸다.)

$$P_{ij}^J[k|k] = [I - W[k]H[k]]P_{ij}^J[k|k-1][I - W[k]H[k]]^T \quad (12)$$

이 식은 두 표적의 공통된 과거값으로 인해 주어지는 두 표적들의 새로운 추정 사이의 상관 관계를 나타낸다.

단계4에서 언급한 것과 같이 표적이 분리된 시점에서 두 표적이 검출된다고 가정한다.  $k$ 에서 "분리순간" 모델의 likelihood함수는 이 사건을  $M^J[k]$ 로 표현할 때, 다음과 같이  $n_x$ 차원을 가지는 두 개의 Gaussian혼합의 곱으로 나타내어진다.

$$\Lambda[M^J[k]] = \prod_{i=1}^2 \sum_{j \in I_i^J[k]} \frac{1}{m_i^J[k]} N(z_i^J[k]; \hat{z}_i^J[k|k-1], S_i^J[k]) V^{-m_i^J[k]-1} \quad (13)$$

$S_i^J[k]$ : 이노베이션 공분산  $V$ : 유효영역 체적

$m_i^J[k]$ : 표적  $i$ 에서의 측정수

(3) "분리된" 모델

여기서는  $2n_s$ 차원의 상태 벡터를 갖는 모델에 대해 JPDAF를 적용한다. 이때 분리 모델의 증첩된 상태 벡터를  $x^s$ 으로 표시한다. JPDA는 표적의 상태들이 서로 독립적으로 분포하고 있다고 가정한다. 따라서 결합 연관 확률이 계산 이후의 각 표적에 대한 상태 추정은 서로 독립적으로 이루어진다. 그러나, 몇개의 표본 시간에서 유효화 게이트내에 측정을 공유하도록 두 표적은 서로 추정 오차의 상관관계를 갖게 되고, 계산이 증가하는 부담이 있지만 상관 관계를 고려한 추정이 필요하게 된다. 이 알고리즘을 JPDAF(JPDA coupled filter)라 하며, 필터링은 "공통" 측정치를 가진 표적에 대해 결합된 방식으로 이루어진다. 따라서 표적의 상태 추정 오차 사이에서 상관 관계를 나타내는 비대각선 클러를 가지는 공분산 행렬이 이루어진다.

하나의 결합 연관 사건에 대한 조건부 확률은 다음과 같다.(비대개변수적인 JPDAF에 대해서)

$$P(\theta|k|Z^k) = \frac{1}{c} \phi! V^{-\phi} \prod_{i=1}^{\phi} f_{t_i, t_i}(z_i|k, j: r_i = 1) \prod_{t=1}^{\phi} [P_t^j \delta_t^j [1 - P_t^j]^{1-\delta_t^j}] \quad (14)$$

여기서  $\phi$ 는 측정 V의 유효 영역에서 사건  $\theta$  중 거짓으로 간주되는 측정의 수,  $f_{t_i, t_i}$ 는 고려 대상인 표적들의 측정치의 결합 확률 밀도 함수,  $t_i$ 는  $z_i|k$ 가 사건  $\theta$ 에 관련된 표적,  $r_i$ 는 사건  $\theta$ 에서의 측정 j에 대한 표적 연관 지수,  $P_t^j$ 는 표적 t의 검출 확률, 2진 변수  $\delta_t^j$ 는 표적 t의 검출 지수들 각각 나타낸다. 그리고,  $\delta_t^j$ 는 사건  $\theta$ 에서 표적 t가 검출되었다고 가정하면 1의 값을 가진다. 고려 대상의 두 표적의 상태 예측 벡터를 다음과 같이 표기한다.

$$\hat{x}^s[k|k-1] = \begin{bmatrix} \hat{x}_1^s[k|k-1] \\ \hat{x}_2^s[k|k-1] \end{bmatrix} \quad (15)$$

이 상태 예측 벡터의 오차 공분산 행렬은

$$P^s[k|k-1] = \begin{bmatrix} P_{11}^s[k|k-1] & P_{12}^s[k|k-1] \\ P_{21}^s[k|k-1] & P_{22}^s[k|k-1] \end{bmatrix} \quad (16)$$

이고, 여기서  $\hat{x}_i^s$ 와  $P_{ii}^s$ 는 표적 t에 관한 것이고,  $P_{i_1 i_2}^s$ 는 표적  $t_1, t_2$ 사이의 교차 분산이다.

결합 필터에서 최신화된 상태는

$$\hat{x}^s[k|k] = \hat{x}^s[k|k-1] + W^s[k] v^s[k] \quad (17)$$

이고, 여기서

$$v^s[k] = \sum_p P(\theta|k|Z^k) v^s[k, \theta] \quad (18)$$

$$v^s[k, \theta] = z^s[k, \theta] - \hat{z}^s[k|k-1] \quad (19)$$

$$z^s[k, \theta] = \begin{bmatrix} z_{H\theta}[k] \\ z_{H\theta}[k] \end{bmatrix} \quad (20)$$

이 된다.  $j_i[\theta]$ 는 시간 k에서 사건  $\theta$ 에서의 표적 t와 관련된 측정지수를 나타낸다.

(17)식에서의 필터이득은

$$W^s[k] = \frac{P^s[k|k-1] H^s[k] [H^s[k] P^s[k|k-1] H^s[k] + R^s[k]]^{-1}}{+ R^s[k]]^{-1}} \quad (21)$$

이고 여기서

$$H^s[k] = \begin{bmatrix} H[k] & 0 \\ 0 & H[k] \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$R^s[k] = \begin{bmatrix} R[k] & 0 \\ 0 & R[k] \end{bmatrix} \quad (23)$$

이고, 각각은 두 개의 표적을 고려하였을시에 블록 대각 측정 행렬과 측정 잡음 공분산 행렬을 나타낸다. "분리된" 모델의 측정 예측 벡터는

$$\hat{z}^s[k|k-1] = H^s[k] \hat{x}^s[k|k-1] \quad (24)$$

이고, (17)식에 관련된 공분산 행렬은 다음과 같다.

$$P^s[k|k] = \beta_0[k] P^s[k|k-1] + [1 - \beta_0[k]] [I - W^s[k] H^s[k] P^s[k|k-1]] + W^s[k] [\sum_p P(\theta|k) v^s[k, \theta] v^s[k, \theta]' - v^s[k] v^s[k]'] W^s[k] \quad (25)$$

여기서

$$\beta_0[k] = P(\theta_0[k] | Z^k) \quad (26)$$

이고, 시간 k에서 아무런 측정도 두 표적에 속하지 않을 확률을 나타낸다. 여기서 합은  $\theta_0$ 를 제외한 모든 가능한 결합 연관 사건들이다.

두 표적이 분리된 후에는 더 이상의 공통된 유효 측정을 가지지 않으므로 독립적으로 상태 추정을 할 수 있다. 즉 두 표적 사이의 결합이 없어진다. 분리의 판단 기준을 두 표적의 유효 영역이 더 이상 겹치지 않는 것으로 하며, 유효 영역에 대한 "무 겹침" 시험은 다음과 같이 이루어진다.

$$[\hat{z}_1^s[k|k-1] - \hat{z}_2^s[k|k-1]] [S_1[k] + S_2[k]]^{-1} \cdot [\hat{z}_1^s[k|k-1] - \hat{z}_2^s[k|k-1]] \geq c \quad (27)$$

여기서  $S_i[k]$ 는 표적 t에 대한 이노베이션의 공분산 행렬이다. 그리고 상수 자유도  $n_s$ 를 가지는  $\chi^2$  분포의 99%정도로 선택하면 된다.

### 3. 결론

IMM-JPDAF 알고리즘은 두 개로 분리되는 표적을 추적할 수 있다. 이 추적은 하나의 표적이 두 개의 표적으로 변화하는 등의 여러 가지 모델의 결합들을 이용하여 수행된다. 이 알고리즘을 사용하면, 다른 알고리즘에 비하여 분리되는 표적을 더 빨리 감지할 수 있다. 그리고 새로운 분리되는 모델에 대해서 새 초기값을 가지는 것이 아니라 원래 표적의 상태변수를 초기값으로 하여 계산하게 된다. 이 알고리즘은 다른 방법들에 비해 움직임이 많은 표적에 대해서 오차가 훨씬 작은 추정을 할 수 있다.

### References

- [1] Y. Bar-Shalom, K.C. Chang and H.A.P. Blom, "Tracking of splitting targets in clutter using an interacting multiple model joint probabilistic data association filter," *Proceedings of 30th Conference on Decision and Control*, pp. 2043-2048, December 1991.
- [2] X. Rong Li and Y. Bar-Shalom, "Performance prediction of the interacting multiple model algorithm," *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-29, pp. 755-771, July 1993.
- [3] T.E. Fortmann, Y. Bar-Shalom and M. Scheffe, "Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. OE-8, pp. 173-184, July 1983.
- [4] X. Rong Li and Y. Bar-Shalom, "A Recursive multiple model approach to noise identification" *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-30, pp. 671-683, July 1994.