'96 대한전기학회 하계학술대회 논문집 (1996. 7. 22~24)

대전력 계통의 비지수 함수를 고려한 신뢰도 계산의 시뮬레이션 기법에서의 분산감소법 연구

°김 동 현, 정 영 수, 김 진 오
한양대학교 전기공학과

Variance Reduction Techniques of Monte Carlo Simulation for the Power System Reliability Evaluation

°Dong Hyeon Kim, Young Soo Jung, Jin O Kim
Department of Electrical Engineering, Hanyang University

Abstract

This paper presents Variance Reduction Techniques of the Monte Carlo Simulation considering Non-Exponential Distribution for Power System Reliability Evaluation. Generally, the components consisting of power system are assumed to be exponentially distributed in their state residence time. Sometimes, however, this assumption may cause a lot of errors in the reliability index evaluation. Non-exponential distribution can be approximated by a sum of several Erlangian distributions, whose inverse transform is easily calculated by using composition method. This paper proposes a new approach to deal with the non-exponential distribution and to reduce the simulation time by virtue of Variance Reduction Techniques such as Control Variate and Antithetic Variate.

1. 서론

발전기와 송전선로를 포함한 대전력계통(Bulk Power System)의 확률적 분석을 통한 신뢰도 평가에는 크게 해석적 방법과 Monte Carlo Simulation법이 있으며, 이 2가지 방법에는 각각 그 장단점이 있으나 복잡한 실계통의 신뢰도 계산은 시뮬레이션법이 적당하다. 이러한 시뮬레이션법에 의한 신뢰도 계산시, 전력계통을 이루는 성분의 어느 한 상태에서의 존재 시간(state residence time)은 지수함수적으로 분포(exponentially distributed)되어 있다고 가정하고 있으나, 이러한 가정은 항상 옳지는 않으며 때에 따라서는 심각한 오차를 수반하는 경우도 있다. 이러한 비지수 함수적으로 분포하는 Component 를 가지는 시스템을 모의하기 위하여 본 논문에서는 비지수함수를 복합 Erlangian분포로 일단 근사화한후 이에 분포함수 합성법을 이용하여 신뢰도 지수를 구하는 방법을 제시하고 있다. 시뮬레이션법에서는 정해진 정확도(Accuracy Level)로 지수값이 수렴하기 위해서 많은 Sample이 필요하게 된다. Sample의 수가 많을수록 그에 대한 계산시간의 증가가 예상되며, 실계통에 적용시 과다한 계산시간이 걸림돌이 될 것이다. 특히 비지수 함수를 갖는 성분을 시뮬레이션 하기 위해서는 계산시간의 많은 증가가 예상되며 이러한 계산시간의 증가는 시뮬레이션법의 가장 취약한 부분을 더욱더 취약하게 만드는 결과임을 감안할 때, 증가된 계산시간을 조금이라도 더 감소시킬 필요가 있다. 구하고자 하는 신뢰도 지수값을 일정한 정확도 수준(Accuracy Level)에 도달하기까지의 계산시간을 단축하기 위하여 사용될 수 있는 몇 가지 분산감소법(Variance Reduction Technique)이 있는데 그 중에서 본 논문에서는 Control Variate, Antithetic Variate 의 방법을 이용하여 IEEE RTS(Reliability Test System)데이터를 가지고 감소된 정도를 살펴보았다.

2. 상태천이 추출법(State Transition Sampling Appraoch)

Monte Carlo Simulation 에는 상태추출법(State Sampling Approach)에 따른 순차모의법(Sequential Simulation)과 임의 추출법(Random Sampling)의 2가지로 대별할 수 있으며 상태천이 추출법은 순차모의법중 차기사건 선택법(Next Event Method)으로 각각의 구성성분의 상태지속시간을 모의한다음 그 중에서 가장 짧은 지속시간을 가지는 성분이 전체 시스템의 상태를 변화시키므로 한 번의 시스템의 변화를 위해 한 번의 난수를 발생시키면 되므로 계산시간을 절약할 수 있으며, 또한 빈도지수(Frequency Index)를 구하기 용이한 장점이 있다.
어떠한 시스템이 n개의 성분으로 구성되어 있다고 하고 각각의 성분이 지수분포를 가진다고 했을 때, 시스템의 상태는

$$S = [S^{(1)}, S^{(2)}, \cdot \cdot \cdot \cdot, S^{(n)}] \quad (1)$$

로 표현할 수 있다. $S^{(i)}$를 i 번째 성분의 상태라고 하고 그 것의 천이율(transition rate)을 λ_i 라고 하고 각각의 성분의 지속시간을 T_i 라고 하면, 상태 i에서의 지속시간은

$$T = \min \{ T_i \} \quad (2)$$

라고 표현할 수 있다.

이 상태천이 추출법의 일반적인 과정은 다음과 같다.

Step 1 : 다음 상태로의 천이 시간은
$T = \min \{ T_i \}$
로서 결정되며, 만일 T가 T_p 에 해당되면, 즉 P 번째 성분에 의해 천이시간이 결정되면 다음 시스템의 상태는 이 성분의 상태변화에 의해 결정된다.

Step 2 : 모의시간은

$$T_{n+1} = T_n + T \quad (3)$$

로 진행된다. 여기서 T_n은 n번째 천이가 일어나는 시간이다.

Step 3 : 각 성분의 잔여시간은

$$T_i^r = T_i - T \quad (4)$$

이며, 여기서 T_i^r 은 i 번째 성분의 잔여지속시간이다.

Step 4 : 따라서 $T_p^r = 0$ 가 될 것이며, 새로운 난수 발생에 의해 다음 상태에서의 T_p^r가 결정되고, P를 제외한 다른 성분의 상태지속시간은 그의 잔여지속시간으로 대체 된다. 즉,

$$T_{i,i\neq p} = T_i^r$$
$$T_{i,i=p} = T_p \quad (5)$$

이러한 방법에 의하여 Step 1 부터 Step 4 까지 연구대상 시간동안 계속되며 시스템의 상태변화를 추적하여 신뢰도 지수 계산을 행한다.

이상과 같이 일반적인 상태 천이 추출법중 Step 4에서 다음 상

태에서의 T_p 의 결정은 일반적으로 분포함수의 역변환 방법(Inverse Transform Method)에 의하여 행하여진다. 그러나 비지수함수의 역변환은 그 함수마다 각기 방법이 다르고, 함수에 따라서는 역변환을 구하는데 시간이 많이 요할 뿐 아니라, 역변환 자체가 전혀 불가능한 경우도 있다. 따라서 본 논문에서는 함수의 직접적인 역변환 대신 이를 복합 Erlangian 으로 근사화한후 이에 분포함수 합성법을 적용하고자 한다.

3. 분포함수 합성법 (Composition Method)

확률밀도함수 $f_x(x)$ 는 적절하게 선택되어진 확률밀도함수의 집합으로 표현되어질 수 있다. 수학적으로 조건부 확률분포 $g(x|y)$ 는 일변수 밀도함수이고 y는 g(x) 를 구별해주는 변수라고 할 때, y의 값은 연속누적함수 $F_Y(y)$ 로 부터 얻어지며, 이 y에 의해 선택되어지는 g(x) 에 의해 X 가 구해진다. 여기서 X 의 밀도함수는,

$$f_x(X) = \int g(x|y)dF_Y(y) \qquad (6)$$

로 표현된다. 만약 y 가 정수 변수라면,

$$f_x(x) = \sum_i P_i g(x|y=i) = \sum_i P_i g_i(x) \qquad (7)$$

이며, 여기서

$$\sum_i P_i = 1, P_i > 0, i=1,2, \cdots ; P_i = P(y=i)$$

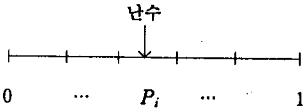


그림 1.

따라서 그림 1과 같이 발생된 난수가 확률 P_i 에 속하면, $f_x(x)$ 전체를 역변환하는 대신 $g_i(x)$ 만을 역변환하여 그 상태에서의 지속시간을 구할 수 있다. 이 방법을 이용하여 직접적으로 역변환 하기 어려운 분포를 비지수함수의 근사함수인 2n개의 변수를 갖는 밀도함수를 이용하여 상태천이 추출법에 적용할 수 있다. 일반적으로 감마 분포(Gamma distribution)는 형태 계수(Shape Parameter)와 크기계수(Scale Parameter)를 일정비율로 변화시킴으로서 넓은 범위의 다양한 모양을 얻을 수 있다. 예를 들면 형태 계수가 5 정도이면 이 감마분포는 정규분포와 비슷한 모양을 갖으며 형태 계수가 크게 증가하면 이 분포는 일정한 상수에 접근해 간다. 이러한 감마 분포의 성질을 이용하여 감마 분포의 2 계수(형태 계수와 크기 계수)를 적당히 선정함으로서 많은 실험적인 분포 곡선이 감마 분포로서 표현될 수 있으며, 더욱이 여러 상이한 계수를 갖는 감마 분포를 조합함으로서 더욱더 다양한 분포를 얻을 수 있다. 따라서 비지수 함수를 모델링하기 위해 감마 분포의 가중치 합으로서 구성된 분포를 사용하였으며, 이때 감마분포에서의 형태 변수 a 를 정수값으로 바꾸면 이는 Erlangian 분포가 되는데 본 논문에서는 감마분포대신 이를 사용하였다. 이 2n 변수를 갖는 분포는 식 (8)에 주어져 있다.

$$f(x) = \frac{1}{(a-1)!}\sum_{i=1}^{n} w_i\rho_i e^{-\rho x}(\rho_i x)^{-1} \qquad (8)$$

여기서,

ρ_i = i 번째 감마 분포의 크기 계수

a = 모든 n 분포에 대해 같다고 가정한 형태 변수

이며 가중인자 w_i 는

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad (9)$$

로서 모든 가중인자의 합은 1 로 주어지며, 따라서 위에서 언급한 분포함수 합성법을 적용할 수 있다. 여기에서 사용된 f(x) 의 2n 개의 변수는 $a, \rho_1, \cdots, \rho_n$ 과 $w_1, \cdots, w_{n-1}$ 이며, 이 변수들은 모멘트 대입방법(Moment Matching Technique)을 사용하여 얻어질 수 있다. 즉 상태천이 추출법의 step 4 에서의 역변환에 의해 T_p 를 구하는 대신, 2n개의 변수를 갖는 근사 밀도함수를 구한후 분포함수 합성법을 사용하여 간단히 T_p 를 구할 수 있다. 이 과정을 요약하면 다음과 같다.

1. 비지수 분포함수를 식 (8),(9)에 나타난 바와 같이 2n개의 변수를 갖는 Erlangian 분포함수의 복합으로 구성한다.
2. 난수를 발생시켜 몇 개의 Erlangian 분포 중에서 하나를 선택한다. 즉 난수 U 가 W_i에 속하면 i번째 Erlangian 분포를 선택한다.
3. 선택되어진 Erlangian 분포에 맞는 a 값과 ρ_i 값을 이용하여 이 선택된 함수에 대해서만 역변환 한다.

$$x = -\frac{1}{\rho_i}\ln\prod_{i=1}^{a} U_i \qquad (10)$$

4. 구해진 값을 그 상태에서의 지속시간 T_p 로 이용한다.

4. 분산감소법(Variance Reduction Technique)

일반적으로 비지수함수의 시뮬레이션은 지수함수보다 계산시간이 많이 소요되므로 분산감소법에 의하여 같은 정확도를 유지하면서 그 계산시간을 단축할 필요가 있다. 보통 알려진 분산감소법에는 1)Control Variate , 2) Correlated Sampling, 3)Antithetic Variate, 4)Stratified Sampling, 5)Importance Sampling, 6)Dagger Sampling 등이 있으나 본 논문에서는 아래의 2가지 방법을 사용하였다.

1. Control Variate(CV)

이 방법은 분산을 줄이기 위해 해석적인 모델로부터 얻어진 값(Information)을 이용하는 것이다. 즉, 해석적인 모델을 이용하여 실제 구하고자 하는 지수값에 영향을 미치는 값을 구하고 이 값을 가지고 그 나머지 영향을 미치는 값을 시뮬레이션 하는 방식이다. 이 방법을 수식으로 표현하면 다음과 같다.
Z(X)는 F(X)의 값을 예측하기 위해 정의된 값이라고 하고 $\xi(X)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\xi(X) = F(X) - Z(X) \qquad (11)$$

여기서 다시 F(X)에 대한 새로운 Estimator $F^*(X)$ 를 정의하면

$$F^*(X) = \xi(X) + E(Z) = F(X) - Z(X) + E(Z) \qquad (12)$$

여기서 E(Z) 는 해석적으로 구한 Z(X)의 평균값이다.

$$E(F^*) = E(F) - E(Z) + E(Z) = E(F) \qquad (13)$$

$$V(F^*) = V(F) + V(Z) - 2COV(F, Z) \qquad (14)$$

여기서 V(Z) << 2COV(F,Z) 이므로 분산이 감소한다.

2. Antithetic Variate(AV)

이 방법은 구하고자 하는 신뢰도 지수값을 서로 상보적인 두 개의 Estimator 를 이용하여 구한다음 그 값들의 평균치를 가지고 구하는 방식으로 두 개의 Estimator를 상보적으로 만들기 위해 난수를 U 와 1 - U 의 상보적인 난수를 이용하여 값을 구하는 방식이다. 즉,

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) \text{ 일 때}$$

$$V(\theta) = \frac{1}{4}V(\theta_1) + \frac{1}{4}V(\theta_2) + \frac{1}{2}COV(\theta_1, \theta_2) \qquad (15)$$

여기서 θ_1 , θ_2가 아주 큰 음의 Covariance 값을 가진다면 분산이 감소한다.

5. Stopping Rules

위의 방법으로 구해진 신뢰도 지수가 N 번 구해졌다면 구해진 신뢰도 지수의 분산은 다음 식으로 얻어질 수 있다.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} [X_i - E(X)]^2 \qquad (16)$$

여기에서 E(X)는 구해진 신뢰도 지수의 평균이다.
이 식을 가지고 다음의 식과 같은 신뢰도 지수값의 변화계수(the coefficient of variation)를 정의할 수 있다.

$$\alpha = \sigma / E(X)$$

$$= \sqrt{\frac{1-E(X)}{NE(X)}} \qquad (17)$$

이 값이 일정한 정확도(Accuracy)에 들어가면 시뮬레이션을 중단하고 여기에서 얻어진 최근의 신뢰도 지수값을 구해내게 된다. 따라서 이때에 요구되는 정확도를 만족시키는 Sample 의 수는

$$N = \frac{1-E(X)}{\alpha^2 E(X)} \qquad (18)$$

와 같이 된다.

6. 사례연구 및 결과

본 논문에서는 비지수함수를 갖는 성분에 대해 상태천이 추출법으로 Monte Carlo Simulation을 수행하기 위하여 IEEE-RTS를 사용하였다. 원래 IEEE-RTS는 모든 발전기,전송선들이 지수함수분포를 갖는다고 하였으나 발전기에 있어서 다음의 2가지 비지수 함수의 경우에 대해 적용하였다.

첫째. 모든 unit의 복구시간의 평균치가 MTTR이고 β = 4.0 을 가지는 Weibull 분포를 따르는 경우

둘째. 모든 unit의 복구시간의 평균치가 MTTR이고 표준편차가 MTTR의 1/3인 정규분포를 따르는 경우

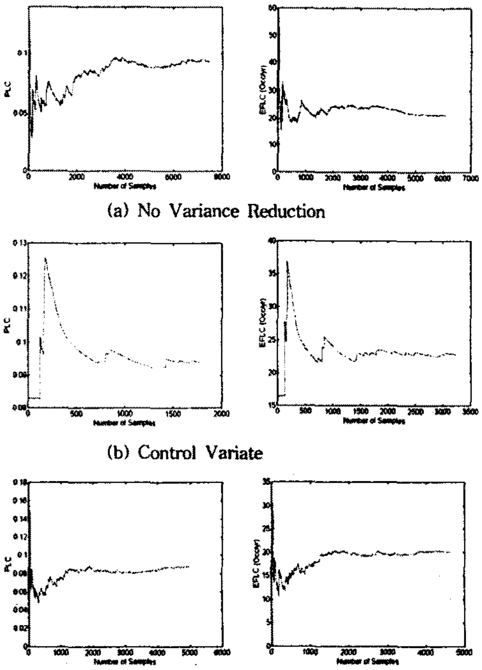
이 두가지 경우에 대해서 이들의 비지수함수를 6변수를 갖는 Erlangian 분포함수로 근사화시킨후, 분포함수 합성법을 적용하여 Control Variate(CV), Antithetic Variate (AV)의 두가지 분산감소법(Variance Reduction Technique)을 이용하여 구해진 신뢰도 지수인 부하차단 확률(PLC : Probability of Load Curtailment), 부하차단 빈도수(EFLC : Expected Frequency of Load Curtailment)을 정해진 정확도에 도달하는 Sample 의 수에 따라 구한 결과와 해석적 방법에 의한 결과가 표 1,2에 비교되었으며 수렴정도가 그림 2 에 나타나 있다. 여기에서 사용한 정확도의 값은 $\alpha = 2\times 10^{-3}$이다.

분포함수	VRT	값	Sample의 수
Weibull distribution	NO VRT	0.092	7506
	CV	0.09395	1917
	AV	0.086	5039
Normal distribution	NO VRT	0.098	·8655
	CV	0.08779	1056
	AV	0.7784	4099

표1. PLC(Probability of Load Curtailment)

분포함수	VRT	값	Sample의 수
Weibull distribution	NO VRT	21.32165	6088
	CV	23.03156	3452
	AV	20.087	4655
Normal distribution	NO VRT	21.76557	9748
	CV	19.76175	1957
	AV	17.23	4099

표2. EFLC(Expected Frequency of Load Curtailment)



(a) No Variance Reduction

(b) Control Variate

(c) Antithetic Variate

그림 2. PLC 와 EFLC 의 분산감소법 비교

이 결과로 보면 CV(Control Variate)는 분산감소법을 쓰지 않은 방법보다 최소 12% 정도의 Sample을 가지고도 정해진 Stopping Rule을 만족하여 상당히 빠른 수렴특성을 가지며, AV(Antithetic Variate)는 분산감소법을 쓰지 않은 방법보다 평균 50%의 Sample로 Stopping Rule을 만족하고 있음을 알 수 있다.

7. 결론

본 논문에서는 비지수 함수를 갖는 성분에 대해 상태천이 추출법을 적용하기 위해 기존의 역변환 방법대신 비지수함수의 복합 Erlangian 함수로의 근사화와, 그에 따른 분포함수 합성법을 사용하여 신뢰도 지수를 구하였으며, 또한 신뢰도의 계산시간을 단축하기 위하여 분산감소법중 두 가지 방법(AV,CV)을 적용하여 보았다. 일반적으로 AV는 Sample 의 증가에 따른 지수를 구하기 위하여 두 개의 상보적인 관계에 있는 지수를 이용하여 두 지수의 공분산이 음의 값이 나오도록 조절하여 Sample의 수를 줄였으며 CV의 경우에는 신뢰도 지수를 구하기 위하여 해석적 방법으로 구한 지수를 도입하여 수렴이 아주 빨리 됨을 보여주고 있다.

8. 참고 문헌

(1) A. Sankarakrishnan, R.Billinton, "Sequential Monte Carlo Simulation for Composite Power System Reliability Analysis with Time Varying Loads," 95 WM 160-2 PWRS, IEEE/PES Winter Meeting, Jan. 1995.

(2) C.Singh, T.P.Chander, J.Feng, "Convergence Characteristics of Two Monte Carlo Models for Reliability Evaluation of Interconnected Power System," Electric Powr Systems Research, Vol.28, pp.1-9, 1993.

(3) R.Billinton, W.Li, "A System State Transition Sampling Method for Composite System Reliability Evaluation," IEEE Trans. of Power System, Vol.8, No 3, pp. 761-770, 1993.

(4) G.C.Oliviera, M.V.F.pereira, S.H.F.Cunha, "A Technique for Reducing computational Effort in Monte Carlo Based Composite Reliability Evaluation," IEEE Trans. on Power System, Vol. 4, No.4, pp 1309-1315, 1989

(5) R. Y. Rubinstein, "Simulation and the Monte Carlo Method," John Wiely & Sons, 1981.