

# 선로조류방정식 특성을 이용한 전압안정도 평가에 관한 연구

송길영\* 김세영\* 김용하\*\*

\* 고려대학교 전기공학과 \*\* 인천대학교 전기공학과

## A Study on Evaluating of Voltage Stability Using the Line Flow Equation.

Kil-Young Song\* Sae-Young Kim\* Yong-Ha Kim\*\*

\* Dept. of Electrical Eng. Korea Univ. \*\* Dept. of Electrical Eng. Incheon Univ.

### ABSTRACT

This paper presents a simple method for evaluating of voltage stability using the line flow equation. Line equations( $P_{ij}, Q_{ij}$ ) are comprised of state variable,  $V_i, \delta_i, V_j$  and  $\delta_j$ , and line parameter,  $r$  and  $x$ . Using the feature of polar coordinate, these equations become one equation with two variables,  $V_i$  and  $V_j$ . Moreover, if bus  $j$  is slack bus or generator bus, which is specified voltage magnitude, it becomes one equation with one variable  $V_i$ , that is, may be formulated with the second-order equation for  $V_i$ . Therefore, solutions are obtained with simple computation. Solutions obtained are used for evaluating of voltage stability through sensitivity analysis. Also, considering of reactive power source, method for evaluating the voltage stability is introduced. The proposed method was validated to 2-bus and IEEE 6-bus system.

### 1. 서론

최근에 전압불안정 현상과 밀접한 관련이 있는 계통사고 이후에 전압안정도 문제는 전력계통 전반에 걸쳐 중요한 관심사가 되고 있다. 우리나라의 전력수요도 비약적으로 증가하고 있고 이에 대처하기 위해 전력계통은 원격화, 대규모화, 그리고 더욱 복잡화되고 있는 실정이다. 이에 따라 계통운용에서의 안정도 문제는 종래의 발전기에 대한 안정도 문제 뿐만 아니라 부하 급증시 무효전력의 부족으로 인해 야기되는 전압불안정 현상이 중요한 문제로 되고 있다. 이러한 전압불안정 문제는 조류다근과 밀접한 관련이 있고 한쌍의 조류다근 즉, 높은해(현재 운전점, 안정 평형점)와 조류다근 계산용 통해 구해진 낮은해(불안정 평형점)는 상호 근접도 또는 부하 수요에 대한 감도등을 통해 전압안정도를 평가할 수 있는 중요한 자료가 되고있다. 또한, 이를 기반으로 전압안정도의 on-line 예방제어, 감시제어등을 하기 위한 연구가 현재 활발히 진행되고 있다.

문헌[1]은 조류계산 결과를 계통특성에 따라 단위당 만큼 감소시킨 초기치로 조류계산을 실행하여 조류다근을 구하고 있다. 문헌[2]에서는 직각좌표계의 전력방정식  $P_i$  와  $Q_i$  를 변수  $e$  와  $f$  ( $\dot{v} = e + jf$ )에 대한 원의 방정식으로 정식화하고 두원의 교차점을 조합시킨 초기치로 조류계산을 하는 다근계산법을 제안하고 있다. 문헌[3]은 조류계산식을 배수(multiplier)의 3차 방정식으로 정식화하고 운전상태가 안정한계점에 접근하면 직각좌표계의 수렴특성상 이중 하나의 배수가 실수가 되는데 이것을 다근계산의 초기치에 이용하고 있다. 또한, 문헌[4]는 주위 모선의 전압크기와 위상각을 고정하면 임의의 모선전압에 2 개의 모드(+, -의 모드)가 존재한다는 사실을 이용해서 모든 모드의 조합을 초기치로 해서 조류다근을 구하고 있다. 그러나, 이 방법은 중부하시 또는 경부하시에도 모두에 따라서 해가 구해지지 않는 것이 있다. 문헌[5]는 문헌[4]의 방법을 개선시킨 것으로 해가 존재할 수 있는 영역을 실수 영역에서 복소수 영역으로 확장시켜 조류다근을 구하는 방법이다. 그러나, 대부분은 조류다근의 초기치 결정방법을 제안하고 이것을 N-R법등으로 실행시키는 등 계산시간이 길고 계통상태에 따라 조류다근이 구해지지 않는다.

또한, 조류다근에 기반을 둔 전압안정도 평가방법으로 문헌[5]는 운전점의 다근이 어떠한 모드(+ 또는 -)를 갖고 있는냐에 따라 안정, 불안정상태를 파악하고 있다. 그러나, 이것은 어떠한 경우에는 불안정한 운전상태에서도 모두 + 모드를 갖게 된다. 이러한 단점을 보완하기 위해서, 문헌[6]은 임의의 모선의 모드는 인접모선의 P-Q 또는 P-V 가 고정되었다고 가정하여 정의하고, 구해진 다근의 모드천이(mode transition)를 조사함으로써 전압불안정 현상을 파악하고 있다. 그리고, 문헌[7]은 조류다근 계산에서 구한 높은해와 낮은해전압 각각에 대해  $dV/dP_T$  를 계산하여 두 기울기의 교차점을 한계점으로 결정하는 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 극좌표계로 표현한 선로조류방정식  $P_{ij}, Q_{ij}$  를 이용하여 전압안정도를 평가할 수 있는 방법을 제시한다.  $i$  모선에서  $j$  모선으로 흐르는 선로조류  $P_{ij}$  와  $Q_{ij}$  는 상태변수( $V_i, \delta_i, V_j, \delta_j$ )와 선로정수( $r_{ij}, x_{ij}, \text{tap}$  값)로 구성되는데 극좌표계의 선로조류방정식 특성상 두 식은 변수  $\delta_i, \delta_j$  가 생략된  $V_i, V_j$  변수만을 포함하는 1 개의 방정식이 된다. 만일, 2 모선계통에서  $j$  모선이 slack 모선이라면  $V_j$  는 상수이므로 결국, 식은 변수  $V_i$  만을 포함한 ( $V_i^2$ )에 대한 2 차 방정식으로 정리할 수 있다. 이 식을 풀면 두개의 해가 구해지는데 하나는 높은해(현재 운전점, 안정 평형점)이고, 다른 하나는 낮은해(불안정 평형점)가 된다. 이와 같이 2 모선계통에서는 지정치인 전압크기  $V_j$  와 선로조류  $P_{ij}(=P_i - P_j), Q_{ij}(=Q_i - Q_j)$  그리고, 선로정수  $r, x$  로 간단히 조류다근을 계산할 수가 있다. 그러나,  $n$  모선계통에서는 임의의 모선  $i$  의 반대쪽이 전압크기가 지정되는 slack, 또는 발전기모선일지라도 일반적으로 모선에는 다수의 선로가 연결되었으므로 구한 다근은 선로조류  $P_{ij}, Q_{ij}$  를 만족하는 다근이지 모선  $i$  의 주입전력  $P_i(=P_{i1}+P_{i2}+\dots+P_{in}), Q_i(=Q_{i1}+Q_{i2}+\dots+Q_{in})$  를 만족하는 다근이라 할 수는 없다. 그러므로, 제안한방법으로 구한 다근을 선로조류를 만족하는 다근 또는, 유사다근으로 부르기로 한다. 하지만, 정식화한 방정식에 변수가 포함되지 않아 즉, 임의의 변수값을 일정하다고 가정하지 않아 실제 다근과 유사한 특성을 갖고 있다. 그러므로, 구한 다근의  $\Delta V/\Delta P$  의 감도해석을 통하여 전압안정도를 평가할 수 있었다. 또한, 제안한 방법은 조류다근과 전압안정도 평가시에 소요되는 시간은 거의 없으므로 전압안정도의 on-line 예방 또는, 감시제어등에 사용 할 수 있다. 그리고, 변압기 탭과 조상설비(Qc)등을 고려한 전압안정도 평가방법을 제시한다.

### 2. 본론

#### 2-1. 조류다근의 계산

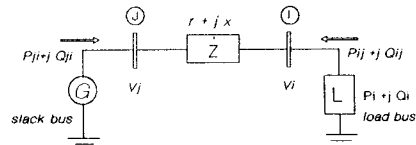


그림 1. 2 모선 계통

2 모선 계통의 선로조류방정식  $P_{ij}, Q_{ij}$  는 (1)식으로 표현된다.

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* = \frac{V_i^2 - V_i V_j \angle (\delta_i - \delta_j)}{r - jx} \quad (1)$$

윗식의 양변에  $r - jx$  를 곱하면 다음과 같다.

$$(P_{ij} + jQ_{ij})(r - jx) = V_i^2 - V_i V_j \angle (\delta_i - \delta_j) \quad (2)$$

(2)식의 양변을 실수부와 허수부에 대해 정리하고 양변의 실수부와 허수부를 같다고 놓으면 다음 두 식이 된다.

$$\begin{aligned} rP_{ij} + xQ_{ij} - V_i^2 &= -V_i V_j \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (3) \\ rQ_{ij} - xP_{ij} &= -V_i V_j \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (4) \end{aligned}$$

(3), (4)식의 양변을 제곱하여 더해지면 변수  $\delta_i, \delta_j$  가 생략되어  $(\cos^2(\delta_i - \delta_j) + \sin^2(\delta_i - \delta_j)) = 1$  변수  $V_i, V_j$  만을 포함한 하나의 방정식이 된다.

$$(rP_{ij} + xQ_{ij} - V_i^2)^2 + (rQ_{ij} - xP_{ij})^2 = (V_i V_j)^2 \quad (5)$$

결국, (5)식은  $V_i^2$ 에 대한 2차 방정식으로 정리된다.

$$a_i(V_i^2)^2 + b_i(V_i^2) + c_i = 0 \quad (6)$$

$$\begin{cases} a_i = 1 \\ b_i = -2(rP_{ij} + xQ_{ij}) - V_j^2 \\ c_i = (rP_{ij} + xQ_{ij})^2 + (rQ_{ij} - xP_{ij})^2 \end{cases}$$

(6)식의 계수중 선로조류  $P_{ij}$  와  $Q_{ij}$  는 조류계산 결과치이고  $r$  과  $x$  는 선로정수 값이다. 그리고, 전압크기  $V_j$  는  $j$  모선이 slack 모션이기 때문에 상수로 고정된다. (발전기모선의 경우도 전압의 크기가 상수로 고정되므로 동일한 경우이다.) 즉, 조류다근(높은해와 낮은해)계산에서 이 값은 상수로 고정되고 구하는 변수 값은 아니다. 그러므로, (6)식은 변수  $V_i$  만을 포함하고, 이것을 풀면 4 개의 해가 구해지는데 전압크기는 - 값을 갖을 수 없으므로 결국 2 개의 해, 높은해전압  $V_{ih}$  (안정 평형점)과 낮은해전압  $V_{il}$  (불안정 평형점)이 얻어진다.

### 2-2. 안정한계점의 계산

그림 1의 계통에서  $P_{ij}=P_i$ ,  $Q_{ij}=Q_i$  이므로 선로조류  $P_{ij}$  와  $Q_{ij}$  대신에 조류계산의 지정치인 모션  $i$  의 주입전력  $P_i$  와  $Q_i$  를 대입하면 (6)식은 다음과 같다.

$$a_i(V_i^2)^2 + b_i(V_i^2) + c_i = 0 \quad (7)$$

$$\begin{cases} a_i = 1 \\ b_i = -2(rP_i + xQ_i) - V_j^2 \\ c_i = (rP_i + xQ_i)^2 + (rQ_i - xP_i)^2 \end{cases}$$

만일, 계통의 부하모션  $i$  가 정적으로 변화하는 경우 즉,  $P_i$  와  $Q_i$  가  $k$  배 증가하는 경우에  $P_i$ ,  $Q_i$  그리고 송전손실의 증가분은 slack 모션인  $j$  모션이 모두 분담하게 되고 이때의 조류다근은 (7)식의 계수에  $P_i$  와  $Q_i$  대신에  $k \cdot P_i$  와  $k \cdot Q_i$  를 대입하여 계산한다. 물론, 역률은  $p.f. = kP_i / \sqrt{(kP_i)^2 + (kQ_i)^2} = kP_i / k\sqrt{P_i^2 + Q_i^2} = P_i / \sqrt{P_i^2 + Q_i^2}$  이므로 일정하게 유지된다. 이와 같이, 부하수요가 정적으로 증가하는 경우에 조류다근을 (7)식으로 구해나면 전압안정도 평가에 유용하게 사용될 수 있는 P-V 곡선을 작성할 수가 있다. 한편, 부하수요가 점차로 증가하게 되면 두개의 다근은 근접하게 되고 결국은 한점( nose point)에서 일치하는데 이에 대한 조건은 다음과 같다. ( $b^2 - 4ac_i = 0$ )

$$\{-2k(rP_i + xQ_i) - V_j^2\}^2 - 4k^2\{(rP_i + xQ_i)^2 + (rQ_i - xP_i)^2\} = 0 \quad (8)$$

그리고, 위 식을 만족하는  $k$  값 즉, 전압안정도 한계점을 나타내는  $k$  값은 다음 (9)식으로 간단히 구할 수가 있다. (9)식의 분자항 중에서 제곱근 안의 값은 항상 + 값을 갖게 되므로 두개의 다근이 한 점에서 만나게 되는 임계점은 반드시 존재하게 된다.

$$k = \frac{-V_j(rP_i + xQ_i) \pm \sqrt{\{V_j(rP_i + xQ_i)\}^2 + 4V_j^2(rQ_i - xP_i)^2}}{4(rQ_i - xP_i)^2} \quad (9)$$

### 2-3. n 모션 계통

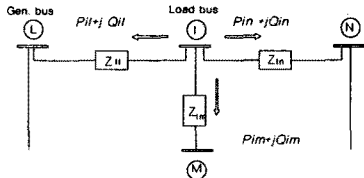


그림 2. n 모션 계통

n 모션 계통의 경우에 먼저 slack, 또는 발전기 모션과 연결된 부하모션  $i$  를 임의로 선택한다. 그림 2 처럼 부하모션  $i$  가 3 개의 모션 l, m, n 과 연결되었고 이중에서 모션  $l$  이 발전기모션이라고 가정한다. 이때, 조류계산결과인 선로조류  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  와 선로정수 ( $r_{ij}$ ,  $x_{ij}$ ), 그리고 상수인  $V_j$  을 (10)식에 대입해서 풀으면 선로조류  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  를 만족하는 두개의 다근이 얻어진다.

$$a_i(V_i^2)^2 + b_i(V_i^2) + c_i = 0 \quad (10)$$

$$\begin{cases} a_i = 1 \\ b_i = -2(rP_{ij} + xQ_{ij}) - V_j^2 \\ c_i = (rP_{ij} + xQ_{ij})^2 + (rQ_{ij} - xP_{ij})^2 \end{cases}$$

계산된 다근은 계산식의 계수 중에 변수가 포함되어 있지 않아 즉, 계수중의 변수를 일정한 값을 갖는다고 가정하지 않아 전압안정도 평가하는데 충분한 특성을 갖게 된다. 그러므로, 계산된 다근은 감도계산등을 통해 전압안정도 평가에 사용된다. 일반적으로 임의의 모션  $i$  에는 다수의 선로가 연결되어 반대쪽이 전압크기가 지정되는 slack 또는 발전기모션이라도 제한한 방법으로 구한 다근은 선로조류  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  를 만족하는 다근이지 주입전력  $P_i$ ,  $Q_i$  를 만족하는 다근이라 볼 수는 없으므로 구한 다근을 선로조류를 만족시키는 다근 또는 유사다근으로 부르기로 한다. 그러나, 제한한 방법은 조류계산 결과 ( $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$ ) 만 있으면 조류다근과 전압안정도 평가시에 소요되는 시간은 거의 없이 전압안정도의 on-line 예방 또는 감시제어에 사용할 수 있는 장점이 있다.

### 2-4. 변압기 탭(Tap)의 고려

그림 3 과 같이 변압기 탭(Tap)이 있는 경우에 선로조류  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  와  $P_h$ ,  $Q_h$  는 식(11)과 (12)로 표현된다.

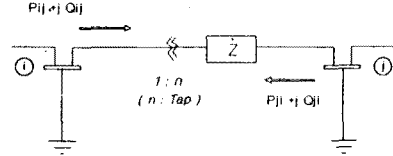


그림 3. 변압기 탭(Tap)이 있는 경우

$$P_h + jQ_h = V_i I_h^* = V_i(nV_j - V_j) \left( \frac{1}{r+jx} \right)^* \quad (11)$$

$$P_h + jQ_h = V_i I_h^* = V_j \left( \frac{1}{r+jx} V_j - V_j \right) \left( \frac{1}{r+jx} \right)^* \quad (12)$$

그러므로, 이때의 조류다근은 다음과 같이 계산된다.

$$a_i(V_i^2)^2 + b_i(V_i^2) + c_i = 0 \quad (13)$$

$$\begin{cases} a_i = n^4 \\ b_i = -2n^2(rP_{ij} + xQ_{ij}) - n^2V_j^2 \\ c_i = (rP_{ij} + xQ_{ij})^2 + (rQ_{ij} - xP_{ij})^2 \end{cases}$$

### 2-5. 조상설비(Qc)의 고려

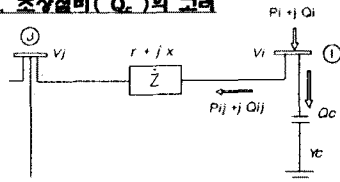


그림 4. 조상설비 Qc의 투입시

위의 계통에서 부하모션  $i$  의 주입전력  $P_i$ ,  $Q_i$  는 다음과 같다.

$$P_i = P_{ij}, \quad Q_i = Q_{ij} - Q_c \quad (14)$$

윗 식을 선로조류에 대해 정리하면 다음 두 식이 된다.

$$P_{ij} = P_i, \quad Q_{ij} = Q_i + Q_c = Q_i + Y_c V_i^2 \quad (15)$$

위 식을 (3), (4)식에 대입하면 다음과 같다.

$$rP_i + x(Q_i + Y_c V_i^2) - V_j^2 = -V_j V_i \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (16)$$

$$r(Q_i + Y_c V_i^2) - xP_i = -V_j V_i \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (17)$$

(16), (17)식의 양변을 제곱하여 더해주고 변수 ( $V_i^2$ ) 에 대해 정리하면 아래의 방정식이 된다.

$$a_i(V_i^2)^2 + b_i(V_i^2) + c_i = 0 \quad (18)$$

$$\begin{cases} a_i = (1 - xY_c)^2 + (rY_c)^2 \\ b_i = -2(rP_i + xQ_i)(1 - xY_c) + 2(rQ_i - xP_i)rY_c - V_j^2 \\ c_i = (rP_i + xQ_i)^2 + (rQ_i - xP_i)^2 \end{cases}$$

이와같이, 조상설비( $Q_c$ )가 투입된 경우의 전압안정도는 (18) 식을 통해 평가할 수가 있다. 즉, 조상설비를 투입한 경우의 값( $Q_c = Y_c V_i^2$ )만큼 조상설비가 무효전력원을 공급하면 무효전력 소비  $Q_c$  가 줄어들어 계통으로 부터 공급받는 무효전력량도 감소하게 된다. 그러므로, 이때는 계산된 다근의 전압차이  $V_h - V_l$  가 조상설비를 투입하지 않은 경우에 비해 벌어지게 된다. 일반적으로 조상설비등을 투입하여 전압안정도를 향상시킨다는 것은 전압안정도 여유 MW(한계점-현재운전점)를 증가시키는 것이고 또한 조류다근의 전압여유를 크게하는 것과 동일하다.

### 3. 적용예

#### 3-1. 2 모션 계통의 경우

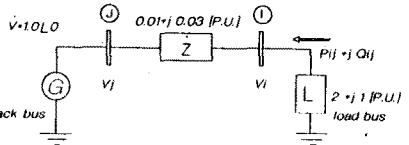


그림 5. 2 모션 계통도

그림 6 은 2 모션 계통에서 제한한 방법으로 간단히 계산한 다근을 사용해 부하가 정적으로 증가했을 때의 P-V 곡선을 나타낸 것이다. 여기서, 현재 운전상태(BASE CASE)가  $P=2$ [pu] 인데 부하가 정적으로 4.142 배 증가한  $P=8.284$ [pu] 상태가 안정한계점이 됨을 보이고 있다

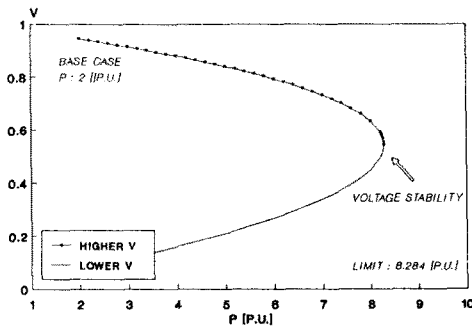


그림 6. P - V 곡선 (2-모선)

그림 5의 계통에서 콘덴서와 같은 조상설비가 설치된 경우, 전압안정도는 (20)식을 사용해 간단히 평가해 볼 수가 있다. 그림 7에서  $Y_c=0.2$  투입시는  $V_i$ 가 0.9517[pu], 한계전력이 8.3273[pu], 0.4 투입시는 각각 0.9577, 8.3708 가 되어 전압여유[pu]와 여유전력[MW]의 정량적인 파악을 할 수 있었다.

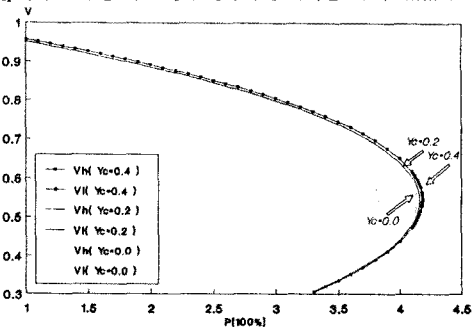


그림 7.  $Q_c$  투입 변화시의 P - V 곡선 (2-모선)

표 1에서는 변압기 tap 을 고려한 경우의 전압안정도를 (13)식을 이용하여 평가한 결과를 보이고 있다. 이 경우에 (13)식의 계수 중  $a_i$ 와  $b_i$ 가 변화하는데 이 특성을 이용하여 간단히 변압기 tap 변화가 전압안정도에 미치는 효과를 알 수가 있다.

표 1. 변압기 tap 변화시 전압안정도 평가

| 변압기 tap | 높은해 $V_h$ | 낮은해 $V_l$ | $ V_h - V_l $ | 비고        |
|---------|-----------|-----------|---------------|-----------|
| 0.95    | 0.9955    | 0.0787    | 0.9168        | BASE CASE |
| 1.00    | 0.9444    | 0.0748    | 0.8696        |           |
| 1.05    | 0.9007    | 0.0712    | 0.8295        |           |

### 3-2. IEEE 6-모선 계통 적용 예

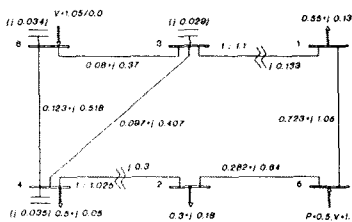


그림 8. IEEE 6-모선 계통도

그림 9는 제안한 방법으로 구한 다근으로 작성한 IEEE 6-모선 계통의 P-V 곡선을 보이는데 계산된 다근은 현재 운전점의 전압안정도를 평가하는데 충분한 특성을 갖고 있다. 즉, 조류계산 결과인 높은해 전압의 감소와 구한 다근의 감소,  $\Delta V_h/\Delta P$ 와  $\Delta V_l/\Delta P$ 를 계산하여 두 기울기가 만나는 점을 한계점으로 평가할 수가 있다. 이 때의 현재 운전점과 전압안정도 한계점 사이의 전압안정도 여유 (MW)는 다음 식으로 계산한다.

$$\Delta P (MW) = \frac{Y_h - Y_l}{\frac{\Delta V_h}{\Delta P} - \frac{\Delta V_l}{\Delta P}}$$

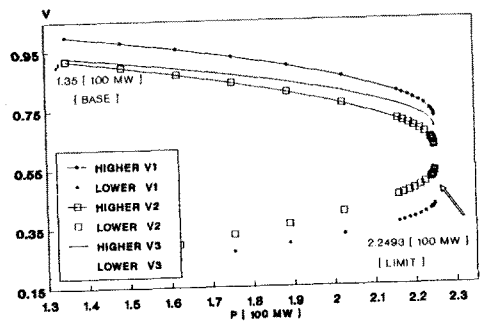


그림 9. 제안한 방법으로 작성한 P-V 곡선 (IEEE 6-모선)

만일, 부하가 정적으로 변화하는 경우에 선로조류도 동일한 비율로 변화한다면, 한계점을 근사적으로 평가할 수가 있다. 그러므로, 이와 같은 성질을 갖고 있는 일부 선로의 부분적인 해석을 통해 전압안정도를 평가해 볼 수가 있다. 그림 10은 부하수요가 정적으로 증가한 경우의  $P_T-V_i$  곡선과 선로조류  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  증가시의 곡선을 비교하고 있는데 큰 차이가 없음을 보이고 있다.

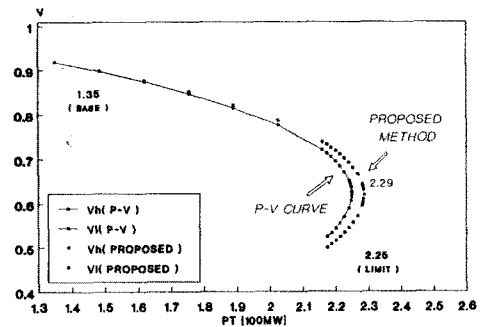


그림 10. 제안한 방법과 P-V 곡선 간의 비교 (IEEE 6-모선)

### 4. 결 론

1. 선로조류방정식  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  특성을 이용하여 현재운전점의 조류 계산 결과인 선로조류 ( $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$ )를 만족하는 조류다근을 구하고 이를 통해 전압안정도를 평가할 수 있는 방법을 제시하였다.
2. 선로조류를 만족하는 다근계산과 감도해석 ( $\Delta V/\Delta P$ )에 필요한 계산시간이 거의 없으므로 현재 운전점과 한계점사이의 전압안정도 여유 (MW, MVAR)를 파악하여 전압안정도의 on-line 예방제어 또는 감시제어에 사용할 수 있는 장점이 있다.
3. 조상설비 ( $Q_c$ , TCUL) 등을 고려하는 경우에 전압안정도를 평가할 수 있는 방법을 제시하였다.

### 참고 문헌

- [1] 鈴木守, 佐藤正弘, 齊柳眞理, " 전력계통의 근접조류근의 구해법", T.IEE Japan. Vol. 109-B. No.10, 1989. P451-458.
- [2] 伊庭健二, 岩本伸一, 田村康男, "실규모 계통에 대한 조류다근 계산법", 電學論, 55-B30, 昭55-5, P257-264.
- [3] Kenji Iba, Hiroshi Suzuki, Masanao Egawa, Isutomu Watanabe, " A Method For Finding a Pair of Multiple Load Flow Solutions in Bulk Power Systems", IEEE Trans. on Power and Systems, Vol.5, No.2, May 1990.
- [4] 朴鍾根, 關根泰次, "潮流多根解の一解法について", 電學論 55-B31 (昭 54-4)
- [5] 横山明彦, 關根泰次, "電力系統の潮流多根問題と安定判別", 電學論 55-B60 (昭 55-9)
- [6] Yasuji Sekine, Akihiko Yokoyama, Kiyoshi Takenaka, Teruhisa Kumano, " Mode Transition of Multiple Load Flow Solution ", Engineering Foundation Conferences.
- [7] Akihiko Yokoyama, Yasuji Sekine, "A Static Voltage Stability Index based on Multiple Load Flow Solutions ", Engineering Foundation Conferences. 1988