

DSMC 방법을 이용한 평판 주위의 희박류 해석

Analysis of Rarefied Flow Field Around a Flat Plate by the DSMC Method

윤성준 ¹⁾

Yoon, Sung Joon ¹⁾

Abstract

The paper describes hypersonic rarefied flow of helium and nitrogen over a flat plate by the direct simulation Monte Carlo (DSMC) method. The effect of incomplete accommodation and plate thickness are analyzed and the computational results are compared with wind tunnel test data. Also computational aspects of the method are outlined.

1. 서론

비행영역에서 공기분자의 자유행정(mean free length)이 비행체의 특성길이와 비교하여 작지 않을 경우, 비행체 주위의 흐름은 연속체로 가정하여 해석하면 상당한 오류를 범할 수 있다. 이러한 희박류 영역의 흐름 해석에는 DSMC 방법이 널리 사용되고 있다. 특히 공학적인 측면에서는 60년대 중반부터 개발된 Bird[1]의 time counter(TC) 방법은 계산시간의 단축 및 사용이 용이한 장점 때문에 이 분야의 대표적인 방법으로 이용되고 있다. 희박류 해석을 위한 DSMC 방법은 Bird의 방법 이외에 Nanbu[2], Baganoff[3] 등에 의해 새로운 이론이 개발되었는데, 이러한 이론들은 수학적 측면과 수치해석적인 면에서 발전된 이론으로 평가받고 있다.

최근의 전산기의 발달에 의한 계산속도의 증가와 DSMC 해석 방법의 개량에 의하여 과거에는 해석이 어려웠던 천이영역에서의 희박류 해석이 가능하여졌으며 특히 이러한 영역에서는 연속체의 가정에 의한 Navier-Stokes 방정식의 해와 좋은 비교가 되고 있다. 희박류 해석의 근본이 되는 Boltzmann 방정식은 NS 방정식을 포함하므로 이러한 분야의 연구는 NS 방정식의 근본적인 연구에도 도움이 되고 있으며 풍상차분 방법의 wave propagation 모델링을 Boltzmann 방정식에서부터 하려는 연구도 시도되고 있다. 희박류 해석 기법의 빠른 발전에도 불구하고 공기 입자와 물체 표면의 surface scattering 문제[4][5]는 근본적인 현상의 어려움으로 인하여 아직까지는 정확한 해석 방법이 없다. 대부분의 공학적인 문제의 해석 시에는 실험자료를 이용한 accommodation coeff.[11]의 이용과 같은 모델링 방법이 벽면 경계 조건의 근간을 이루고 있다. 평판 주위의 희박류 문제는 이러한 경계조건 및 해석결과의 정확도 검증에 적합하여 이론 및 실험에 의한 많은 연구가 진행되고 있다 [6][7][8][9].

본 연구에서는 희박류 영역에서의 계산 결과의 정확도에 미치는 벽면 경계조건의 영향을 분석하기 위하여 실험자료가 있는 단순형상의 평판에 대하여 이론 해석결과와 실험 결과를 비교하였다.

1) 국방과학연구소 책임연구원 (305-600, 대전시 유성우체국 사서함 35-4호 4-3-1, Tel: 042-821-4474).

2. 회박류 해석

DSMC 방법의 대략적인 개요는 다음과 같다.

- (1) 계산영역에 대한 격자계를 구성하고 각 격자내에 위치한 기체 입자 각각에 대한 위치와 속도에 대한 초기치를 설정한다.
- (2) 미소시간 간격 dt 동안 이동한 기체입자의 위치를 계산한다.
- (3) 각 cell 내에서 분자의 충돌확률을 계산하고 충돌후의 위치 및 속도를 산출한다.
- (4) 정상류 해석의 경우 흐름이 정상 상태에 도달한 후 sampling에 의한 거시적인 흐름 특성을 구한다.

현재까지 개발된 DSMC 방법들은 Bird의 시간에 대한 decouple을 가정으로 이용하며 이 가정은 위의 (2),(3)에 해당한다. 거의 대부분의 DSMC 방법의 차이는 (3)에서 나타나며 이 방법에 따라 정확도 및 계산시간의 차이가 나게 된다. 이중 Nanbu[2]의 방법은 Bird의 방법과는 다르게 Boltzmann 방정식의 수치해를 직접적으로 구하는 것으로 증명되었으나 수학적인 정교성에도 불구하고 계산시간이 Bird의 방법보다 많이 소요되는 것으로 보고되고 있다. Baganoff[3]의 방법은 (3) 단계에서의 충돌확률 계산 및 충돌후의 속도계산 방법의 변형에 의한 계산방법의 벡터화가 가능하여 계산시간이 단축되었으며, 기존의 Bird의 방법과 비교할때 정확도면에서도 대등한것으로 판단된다.

회박류 해석에 이용되는 격자계는 기체입자의 충돌 해석시 필요한 indexing 및 유동장 sampling에 사용되며, 연속체 흐름의 CFD 해석과는 달리 격자계의 metric term이 계산에 이용되지 않는다. 이에 따라 격자계의 질에 대한 연속체 해석시와 같은 제한은 없다.

DSMC 방법을 이용하여 회박류의 해석을 하기 위해서는 기존의 CFD 방법과 유사한 경계조건이 필요하다. 경계조건은 크게 둘로 나눌 수 있으며, 첫째는 계산의 편의를 위한 인공적인 경계로 far field 경계가 이에 해당되며, 둘째는 물체 표면에서의 입자 충돌시 요구되는 경계조건으로 가능한 물리적인 현상을 따라야 한다. 흔히 쓰이는 경계조건은 specular bc(sbc)와 diffuse bc dbc)이다. sbc에서는 기체의 충돌 입사각과 반사각이 같게되어 표면에 수직인 운동량만 변하게 된다. dbc를 따르면 기체입자는 충돌순간 이전의 history를 잃게 되며 표면온도에 따라 x,y,z 3 축에 대하여 속도가 정규분포를 나타낸다. 각종 실험에서 측정되는 실제 기체의 물체 표면에서의 분산은 매우 복잡하여 기체 입자의 속도, 물체 표면의 물리적인 특성 등의 함수로 현재까지 모든 경우에 적합한 이론이 개발되어 있지는 않다. 이러한 경계조건과 관련하여 Hurlbut는 Nocilla의 모형을 변형한 이론을 사용하여 평판 주위의 유동장 해석을 수행하였고 [6], Cercignani는 CL 모형을 제안하였으며 Lord[10]는 Cercignani가 제안한 CL 모형을 DSMC 방법에 적합하도록 확장하였다. CL 모형은 Nocilla 모형과는 달리 reciprocity 조건을 만족하는등 이론적인 측면에서의 강점을 가지고 있다.

기체 입자의 충돌확률을 계산하기 위해서는 기체입자 상호간에 작용하는 potential 모형이 필요하다. Hard sphere 모형은 기체의 입자를 당구공과 같은 rigid sphere로 가정하는데 이와 같은 가정은 실제 실험에 의해 규명된 결과와 비교할때 차이가 있다. Bird는 이러한 단점을 제거하고 계산이 용이하도록 variable hard sphere (VHS) 모형을 제안하였는데 이 모형은 phenomenological model로서 분자 단위의 미시적인 면에서의 물리적인 의미는 없으며 이론해석시 기체의 점성과

같은 특성이 실제와 근접하도록 한 것이다. VHS 모형은 2개의 계수로 표시되며 이러한 계수는 측정된 점성자료에서 도출된다. 이 모형을 이용하여 해석할 경우, 기체의 직경은 기체-기체 충돌 시의 상대속도의 함수로 표시된다.

본 연구에서는 Baganoff의 충돌확률 계산방법을 이용하였으며 벽면에서의 경계조건은 Maxwell 모형을 이용하였다. 즉 벽면에 충돌하는 f 비율 만큼의 입자는 dbc를 따르고 (1-f) 비율은 sbc를 따른다고 가정하였다. 충돌후의 속도는 Baganoff와 달리 보다 물리적인 현상에 가까운 isotropic scattering을 가정하여 계산하였다. 이러한 충돌확률의 계산 routine은 전체 code의 큰 변화 없이 수정할 수 있다. 본문에서는 해석 결과의 정확도 검증을 위하여 비교적 단순형상에 대한 희박류 해석을 수행하였다.

3. 계산 결과

위의 방법에 의한 프로그램을 검증하기 위하여 실험 자료가 존재하는 평판에 대하여 해석하였다. 평판에 대한 실험은 Becker[7] 등이 수행한 평판 주위의 He 흐름에 대한 측정 실험 (case 1)과 최근에 프랑스의 Lengrand[8] 등이 풍동에서 측정한 평판에 대한 N2 흐름에 대한 실험 (case 2)등이 있다. 이 두 실험 모두 극초음속류에 대한 풍동실험 자료이며 측정시의 온도범위에서는 vibration 영향은 없는 것으로 보고되었다.

3.1 Case 1

실험조건 :

$$M_{\infty} = 8.93 \quad T_{\infty} = 10.7^{\circ}\text{K} \quad T_w = 290^{\circ}\text{K}$$

$$L_{\text{plate}} = 61\text{mm} \quad \lambda_{\infty} = 0.00129 \text{ m} \quad \text{Kn} = .021$$

위의 조건에 따라 두께가 없는 평판의 계산에는 80 x 50 개의 cell을 이용하여 평판의 윗면만 해석하였고 두께가 있는 경우에는 모두 80 x 100 정도의 4개의 블록을 갖는 격자계를 구성하였다. 각 cell의 초기 입자수는 20개 정도로 하였다. 전체 입자 수는 계산이 진행됨에 따라 변화하나 정상상태에 도달하면 시간에 따라 거의 변화가 없게 된다. 계산영역에서의 경계조건은 inflow에서는 자유류 조건을 사용하고, outflow 에서는 출구조건, upper 경계에서는 specular, 벽면에서는 diffuse reflection 조건을 이용하였다. 또한 Becker의 실험에서는 평판의 두께가 있으므로 이를 위하여 평판의 모양을 실물 모형과 유사하게 가정하여 두께의 영향을 분석하였다. 계산 시간의 단축을 위하여 프로그램을 CRAY YMP에 맞게 벡터화 하였다. 두께가 없는 평판의 해석 시 계산속도는 1-2 $\mu\text{sec} / (\text{time step})(\text{particle})$ 정도 소요되었다. 벡터화가 안될 경우 계산시간은 5-10 배 정도 증가한다. 실제 계산에 소요되는 시간은 문제에 따라 다르며 형상이 복잡하거나 화학반응이 있는 경우 시간은 더 증가한다. 실제로 Becker가 수행한 실험의 평판모형은 두께가 있으며 Leading Edge (LE) 에서의 bevel 각도가 20 도 이다. 이러한 평판두께에 의한 영향을 보기 위하여 계산은 두께가 있는 경우와 없는 경우 모두 수행하여 비교하였다. Fig. 1은 두께가 있는 경우의 해석결과인데 속도벡터 및 유선을 도시하였다. 이 경우 대략 20 만개 정도의 입자가 simulation에 이용되었다. Fig. 2는 온도분포의 비교이다. 두께가 있는 경우 L.E. 부근에서 실험치

와 잘 일치하나 X 가 증가함에 따라 평판 두께의 영향은 감소함을 알 수 있다. 적용된 경계조건은 full diffuse ($f=1.0$) 조건인데 실제 실험에서는 기체입자가 벽면과 충돌시 부분적인 적응만 일어난 것으로 보인다. 이를 설명하기 위하여 $f=0.8$ 인 partial diffuse 인 경우의 해석을 추가 하였다. Fig. 3는 두께가 없는 평판에서의 온도 분포인데 실험치와 좀더 근접함을 알 수 있다.

3.2 Case 2

실험조건 :

$$M_\infty = 20.2 \quad T_\infty = 13.32^\circ\text{K} \quad T_w = 290^\circ\text{K}$$

$$\lambda_\infty = 0.00235 \text{ m}$$

이 경우는 실험기체가 질소이며 rotational 자유도가 2 이다. 이러한 문제의 해석을 위해서는 기체 입자의 충돌시 병진운동에 의한 운동에너지와 회전에 의한 내부 에너지 사이의 에너지 전환을 고려하여야 하며, 이러한 비 탄성 충돌은 Borgnakke-Larsen 모형을 이용하여 해석하였다. BL 모형은 DSMC 분야에서 rotational mode 뿐만 아니라 vibrational mode에 대한 모델링에도 널리 사용되고 있다. 벽면에서의 경계조건은 Case 1과 동일하다. Fig. 4는 $X/\lambda_\infty = 36$ 일 때 경계층 내부의 밀도 분포이다. 부분적인 난 분산 ($f=0.8$)의 경우가 실험치와 매우 근접함을 알 수 있다. Fig. 5는 표면에서의 X 방향에 따른 압력분포이다. 여기에서 이론치의 압력은 기체입자가 벽면에 충돌할 때 일어나는 수직운동량의 변화량에서 계산한 것이다. 이 실험에서는 비평형이 심하여 상태방정식에서 압력을 계산하면 오차가 매우 크게 된다. 밀도분포와 같이 $f=0.8$ 인 경우가 실험치에 더 가까우나 X 가 증가함에 따라 실험치와 차이가 증가함을 알 수 있다. Fig. 6은 벽면에서의 Stanton 수의 비교이다. 이론치는 실험치와 비교하여 상당히 정확한 결과를 보이고 있다. 이상의 결과를 종합하면 질소와 같이 rotational energy가 중요한 경우에도 DSMC 결과는 실험치와 비교하여 비교적 정확한 결과를 보임을 알 수 있다. 벽면에서의 압력분포의 경우 해석치의 결과가 더 크게 예측되었으며 이 결과를 볼 때 실제 실험의 경우 accommodation coeff.가 상당히 작은 것으로 추정된다. 실제 평판모형에 대한 상세한 정보가 없어 두께가 있는 경우의 해석은 수행하지 못하였다.

4. 결론

DSMC 방법을 사용하여 평판에 대한 회박류 해석을 수행하였다. 이상과 같이 평판에 대한 회박류 해석은 실험치와 비교하여 비교적 잘 맞는 것으로 나타났다. 그러나 실험에서의 측정은 3차원 효과를 포함하고 있으며 축대칭 노즐에서 발생하는 nonuniform flow 효과가 있을 것으로 예상되므로 경계조건에 대한 정확한 분석을 위해서는 이론해석시 이러한 현상을 포함하거나 풍동 실험시 이러한 조건을 제거해야 할 것으로 보인다. 회박류 해석에 소요되는 전산기의 사용시간은 Knudsen No., Kn이 감소하거나 비행물체의 형상이 복잡해짐에 따라 증가하므로, 이러한 흐름의 simulation을 위해서는 기체입자 indexing 방법의 개선 및 계산의 병렬화와 같은 algorithm의 개선도 필요한 것으로 판단된다.

참고문헌

- [1] Bird, G. , Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows , Claredon Press, Oxford, 1994.
- [2] Nanbu, K., "Direct Simulation Scheme Derived from the Boltzmann equation ", J. Phys. Soc. Japan, Vol. 49, 2042-2049, 1980.
- [3] McDonald, J.D. and Baganoff, D., " Vectorization of the particle method for Hypersonic Rarefied Flow ", AIAA Paper 88-2735, Jun., 1988.
- [4] Goodman, F.O. and Wachman, H.Y., Dynamics of Gas-Surface Scattering , Academic Press, 1976.
- [5] Hurlbut, F.C., " Two Contrasting Modes for the Description of Wall-Gas Interactions ", Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 158, Edited by Shizgal B.D. and Weaver, D.P., AIAA, 1994, pp. 494-506.
- [6] Hurlbut, F.C., " Sensitivity of Hypersonic Flow over a Flat Plate to Wall/Gas Interaction Models Using DSMC ", AIAA Paper 87-1545, June, 1987.
- [7] Becker, M. et al, "Velocity Distribution Function Near the Leading Edge of a Flat Plate ", AIAA J., Vol. 12, Sep., 1974, pp. 1247-1253.
- [8] Lengrand, J.C. et al, " Rarefied Hypersonic Flow over a Sharp Flat Plate: Numerical and Experimental Results ", Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 160, Edited by Shizgal B.D. and Weaver, D.P., AIAA, 1994, pp.276-284.
- [9] Lord, R.G., " Direct Simulation of Rarefied Hypersonic Flow over a Flat Plate with incomplete Surface Accommodation ", Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 160,
- [10] Lord, R.G., " Application of the Cercignani-Lampis Scattering Kernel to Direct Simulation Monte Carlo Calculations ", Rarefied Gas Dynamics, Proc. of the 17th International Symposium, Edited by Beylich, A.E., 1990, pp. 1427-1433.
- [11] Vincenti, W.G. and Kruger, C.H., Jr., Introduction to Physical Gas Dynamics, John Wiley, 1965.

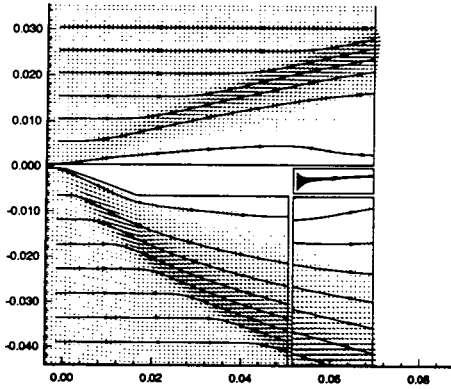


Fig. 1 Streamlines

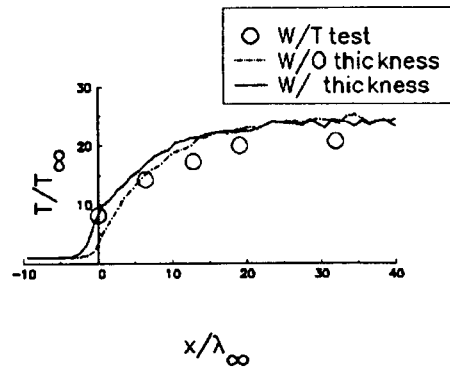


그림 2 Fig. 2 Effect of Thickness

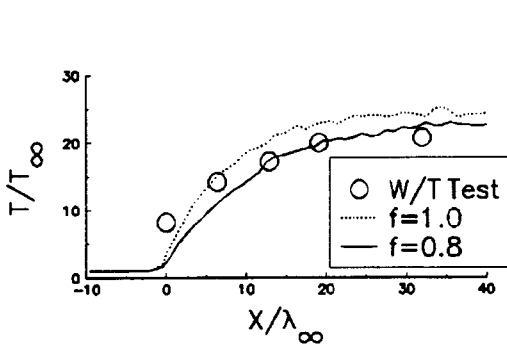


Fig. 3 Effect of Boundary Condition

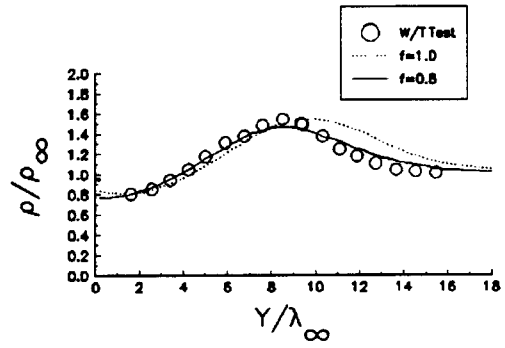


Fig.4 Density Distribution

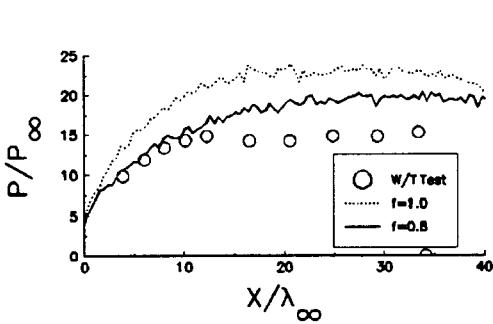


Fig. 5 Pressure Distribution

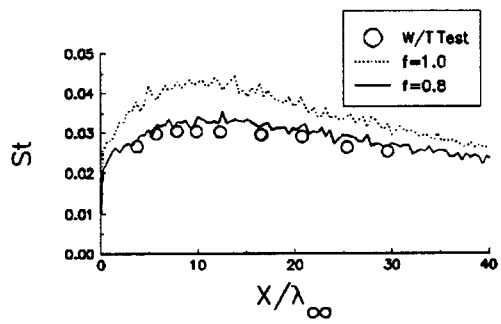


Fig. 6 Stanton Number