

자성유체의 자유표면의 변형에 관한 수치해석

Numerical Analysis on the Deformation of Free Surface of Magnetic Fluid

남 성원*1), 神山 新一²⁾

S.W.Nam and S.Kamiyama

Numerical analysis is conducted on the deformation of free surface of magnetic fluid. Steady magnetic fields are induced by a circular current loop. Governing equations of magnetic fields are solved by using the concept of vector potential. The free surface of magnetic fluid is formed by the balance of surface force, gravity, pressure difference, magnetic normal pressure and magnetic body force. The deformations of free surface of magnetic fluid are qualitatively clarified. And, the patterns of steady non-uniform magnetic fields induced by a circular current loop are quantitatively presented.

1. 서론

산업기술의 진전에 따라, 신소재 개발 및 우주 개발 기술의 부산물로서, 자기장에 강한 반응을 나타내는 자성유체가 개발되어, 그 특성을 이용한 새로운 응용면의 개발, 연구가 활발하게 이루어지고 있다[1]. 외부로부터 인가되는 자기장에 의하여 표면의 형상이 변화하는 성질은 자성유체가 가지고 있는 독특한 특성으로서, 자성유체의 다양한 응용 문제와도 연관된 현상이다. 이와 같이, 자기장에 대하여 표면 형상이 변화하는 특성을 규명하기 위하여, 자성 유체의 지배 방정식의 새로운 구성에 대한 연구도 진행되고 있다.

그 중에서도, Rosensweig[2]에 의하여 확립된 준정상적 자성유체역학 해석과 Shliomis[3]에 의하여 확립된 극성유체로서의 해석 방법이 주류를 이루고 있다. 준정상적 자성유체역학에 기초한 해석법은 비교적 간략한 지배방정식으로 구성되어 있어서, 수치계산의 적용이 용이하다는 장점이 있으나, 유체중에 분산되어 있는 미립자의 거동에 끼치는 자기장의 영향이 적절하게 평가되지 않는다는 점이 지적되고 있다. 이에 비하여, Shliomis에 의하여 제안된 극성유체로서의 해석방법에서는, 준정상적 자성유체역학에서 평가되지 못하는 미립자의 거동을 지배방정식에 도입하기 위하여 입자의 내부각운동량을 고려하여 지배방정식을 구성하였으나, 입자간의 상호간섭 및 회전 정도에 따른 자화 지연을 고려하는 방정식이 닫혀지지않아 수치계산시에는 입자의 자화에 의한 외부자기장의 변화를 고려 할 수 없는 단점이 있다.

그 외에도, 자성유체에 분산되어 있는 미립자의 응집현상을 고려하여, 그 유동 특성 및 응집 기구를 해석한 연구도 찾아볼 수 있다. 그러나, 이와 같은 해석법에서는, 전체적인 유동장에 끼치는 미립자의 응집의 영향을 고려하는데 있어서, 입자 개개의 간섭 및 클러스터간의 간섭도 파악하여야 하는 어려움이 따르며, 현재까지의 연구결과, 정립된 이론식도 거의 찾아볼 수 없는 상태이다.

한편, 외부로부터 인가되는 자기장에 의하여 야기되는 자성유체의 자유표면의 안정성 문제는 자성유체의 응용분야를 넓히는데에 있어서 규명하지 않으면 안되는 문제로서, 지금까지는, 자유표면의 상승 높이를 근사적 이론해석으로 구한 예를 찾아 볼 수 있는 정도이다[4]. 외부 자기장에 대하여, 정지 상태에서부터 변화하는 표면의 형상 변화에 대한 연구는 행하여 지지 않았는데, 이것은 시각에 따라 변화하는 자유표면의 처리에 더하여 외부로부터 인가되는 비균일 자기장 및 자성 유체의 자화를 병렬로 계산하여, 자유표면의 형상 결정에 적용하여야 하는 어려움이 있기 때문이다.

본 연구에서는, 이론적으로 구한 해석해를 적용하여 원형 코일 전류로부터 유기되는 외부 인가 비균일 자기장을 구하였다. 자성유체의 지배방정식은 Rosensweig가 제안한 준정상적 자성유체역학 방정식과 Shliomis가 제안한 극성유체 방정식을 각각 사용하여 외부 자기장에 대하여 정지 상

1. 한국과학기술연구원 연구개발정보센터(305-333 대전시 유성구 어은동 1번지)
2. 東北大學 流體科學研究所(日本仙臺市青葉區片平2-1-1)

태로부터 변화하는 자성유체의 자유표면의 계면의 변화를 수치계산하였다.

또한, 자유표면의 계산에는 유한체적법에 기초한 VOF(Volume of Fluid)법을 사용하였다.

2. 지배 방정식

Fig. 1.은 본 계산의 모델로, 사용한 자성유체는 물을 모액으로 하며, 질량 농도 34%의 마그네타이트(Fe_3O_4) 입자를 분산시킨 것으로 하였다. 상온($15^\circ C$)에서의 밀도, 동점성계수, 표면장력은 각각 $\rho=1385 \text{ kg/m}^3$, $\nu=0.014 \text{ m}^2/\text{s}$, $\sigma=0.0294 \text{ N/m}$ 이다. 외부로부터 인가되는 정상 비균일 자기장은 수평으로 놓여 있는 자성유체의 밑에 위치한 원형 코일 전류로부터 부가하였다. 축대칭 2차원의 계산영역은 대표길이인 반경 R_0 에 대한 무차원 길이로, 반경방향의 $r^*=1$, 축방향의 $z^*=0.5$ 로 정하였다. 또한, 전류 코일의 반경은 $r_c=0.3R_0$, 축방향의 위치는 $z_c=-0.1R_0$ 이다.

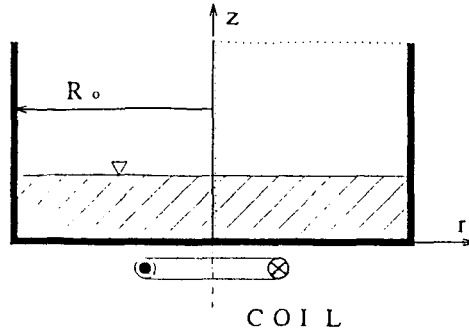


Fig. 1. Schematic Model

자성유체에 대한 지배방정식은 연속방정식, 운동량 방정식으로 구성된다. 준정상적 자성유체역학 해법인 경우는 자기력이 추가되며, 극성유체로 해석하는 경우는 회전점도항도 부가된다.

$$\nabla \cdot \mathbf{U} \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{U}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{U} + \rho \mathbf{g} + \mu_o M \nabla H + \frac{\Gamma}{2\tau_s} \nabla \times (\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\omega}) \quad (2)$$

회전점도를 고려하는 경우는, 미립자의 각속도에 대한 방정식과 자화에 대한 방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Gamma \frac{D\boldsymbol{\Omega}}{Dt} = \mu_o (\mathbf{M} \times \mathbf{H}) - \frac{\Gamma}{\tau_s} (\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\omega}) \quad (3)$$

$$\frac{D\mathbf{M}}{Dt} = (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{M}) - \frac{1}{\tau_b} (\mathbf{M} - M_o \frac{\mathbf{H}}{H}) \quad (4)$$

자화 M_o 는 정지유체중의 정상자기장에서 취하는 평형자화로서, 자성유체의 자화는 초상자성을 나타내는 입자의 집합체로 볼 수 있으며, Langevan 함수로부터 결정된다.

$$M_o = \phi M_d \left(\coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \right) \quad \alpha = \frac{\mu_o m H}{k T} \quad (5)$$

위의 식에서, 미립자의 직경이 10 nm 인 경우, 완화시간 및 입자의 관성모멘트는 각각 $\tau_s = 10^{11}$, $\tau_b = 10^6$, $\Gamma = 10^{-14}$ 으로 주어진다.

한편, 자성유체를 비도전성 유체로 간주하면, 맥스웰 방정식과 벡터 포텐셜은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (6)$$

$$B = \mu_o(H + M) \quad (8)$$

$$B = \nabla \times A \quad (9)$$

원형코일전류에 의하여 생성되는 벡터포텐셜은 원주방향의 전류에 대하여 원주방향의 성분만이 있게되며, 이것은 식(9)로부터 반경방향과 축방향의 자속밀도만을 유기시킨다. 자기장의 계산에 이용하는 벡터포텐셜은 계산영역내의 전류밀도의 존재에 관계없이 비정상계에도 적용할 수 있는 장점이 있다. 코일의 축방향의 위치를 z_c , 반경을 r_c , 코일에 흐르는 전류를 I_o 라 하면, 계산영역내의 임의의 위치에서의 벡터포텐셜은 다음식으로 구할 수 있다.

$$A_\theta = \frac{\mu_o I_o}{2\pi} \sqrt{\frac{r_c}{r}} \left(\left(\frac{2}{s} - s \right) K(s) - \frac{2}{s} E(s) \right) \quad (10)$$

$K(s)$, $E(s)$ 는 각각 제1종 및 제2종 완전타원적분을, s 는 거리의 함수로 나타내는 변수로서 다음과 같다.

$$K(s) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-s^2 \sin^2 \theta}}, \quad E(s) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-s^2 \sin^2 \theta} d\theta \quad (11)$$

$$s = \sqrt{\frac{4r_c r}{(z-z_c)^2 + (r_c+r)^2}} \quad (12)$$

한편, 자성유체의 자유표면은 계면 사이의 압력차, 표면장력 및 자기압력의 균형으로 이루어진다.

$$p_1 - p_2 - \sigma \zeta + \frac{\mu_o M_n^2}{2} = 0 \quad (13)$$

3. 결과 및 고찰

축대칭 2차원의 계산영역은 반경방향과 축방향에 대하여 각각 $0 \leq r^* \leq 1$, $0 \leq z^* \leq 0.5$ 로 구성되어 있으며, 50×25 의 등간격 격자로 분할하였다.

Fig. 2는 코일에 20A의 전류가 흐를 때, 형성되는 자속밀도의 분포를 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있듯이, 자력선은 코일이 위치한 곳을 경계로 벡터의 방향이 반전되어 있음을 알 수 있다. 또한, 자속밀도의 크기는 코일로 부터의 거리의 제곱에 반비례하여 감소하고 있다. 반경방향의 $r < r_c$ 영역에서는 대칭축의 전류에 의하여 형성되는 자속밀도와 합성하여 큰 분포를 나타내지만, $r > r_c$ 의 영역에서는 상쇄되므로 급격히 감소하는 형태가 됨을 알 수 있다.

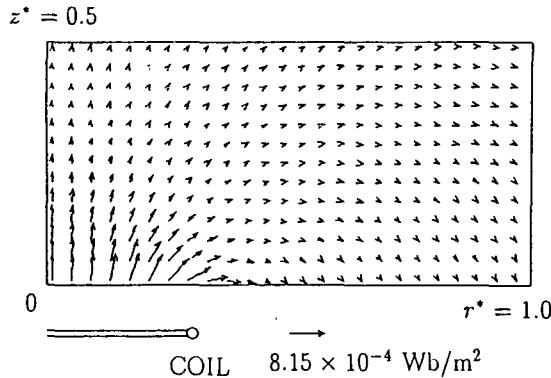


Fig. 2 Vector Plot of Magnetic Density ($I_o = 20A$)

Fig. 3 및 4는 Fig. 2와 같은 외부 인가 자기장이 가해질 때의 자성유체의 계면의 변화를 시

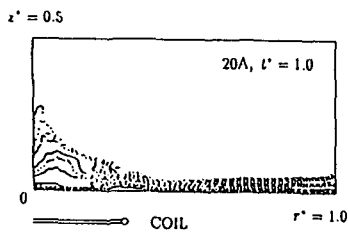
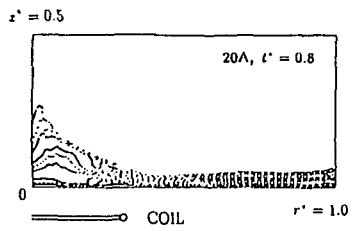
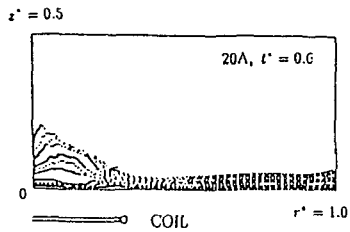
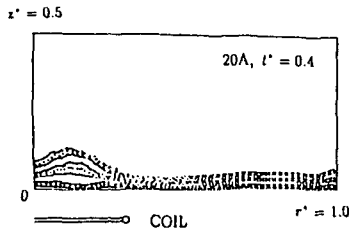
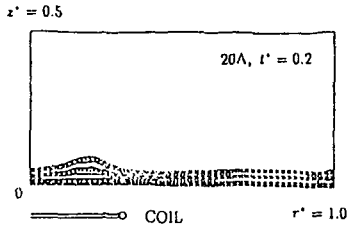
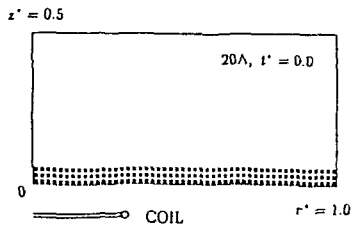


Fig. 3 Variation of Free Surface
(Polar Fluid Approach)

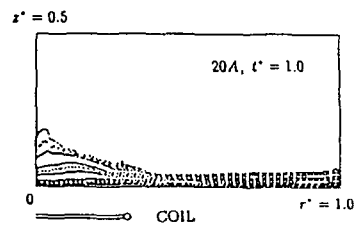
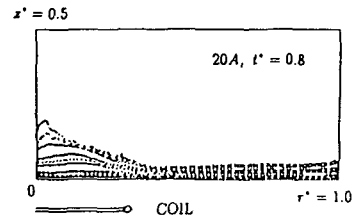
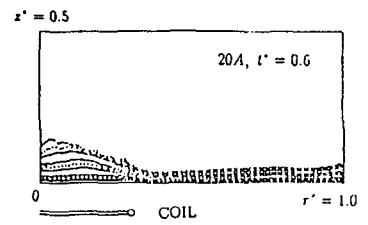
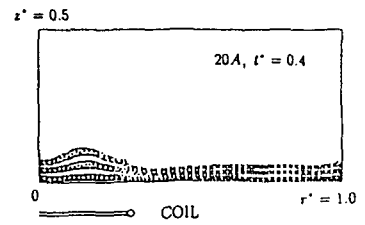
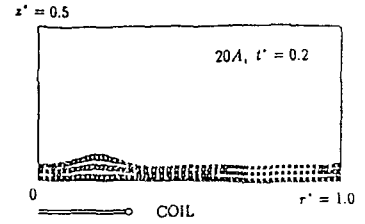
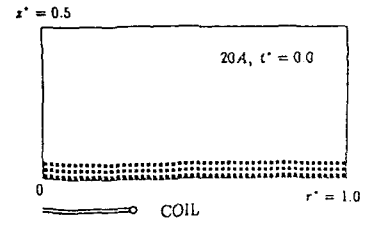


Fig. 4 Variation of Free Surface
(Quasi-steady Approach)

물레이션한 것으로, 각각 준정상적 자성유체역학 해법과 극성유체로의 취급한 경우의 지배방정식을 이용한 것이다.

그림에 표시한 시간은 무차원량으로 $t^* = tU_0/R_0$ 이다. 계면의 상승은 시간이 0.2에서 일어나기 시작하나, 변화의 시발점은 자기장의 구배가 최대인 곳에서 발생함을 알 수 있다. 이것은 운동량 방정식에서도 알 수 있듯이, 정지 상태에서부터 계면의 변형을 유발하는 원동력인 자기력항, 자기압에 자기장의 구배 및 계면에서의 자기장의 수직성분의 차가 관여하고 있음을 보여준다. 즉, 반경 방향의 코일이 위치한 근방에서는 자기장의 방향이 반전되는 곳으로 자기장의 구배가 가장 큰 영역이기 때문에 사료된다. 극성유체로 해석하는 경우는, 계면의 형상이 준정상적 자성유체역학 해법으로 구한 계면보다 더 거칠은 요철형을 나타내는데, 이는 입자의 각운동량을 고려하고 있기 때문에 유체의 운동량과의 차에 의한 변형에 기인한 결과이다. 즉, 미립자의 회전과 유체의 회전과의 차에 의하여 표면 및 내부의 소란이 커지게된다. 그 결과, 자기장과 자화의 변동이 증가하여 변형을 조장하는 역할을 하게된다. 계면의 형상은, 극성유체로서의 해법이 준정상적 자성유체역학 해법으로 구한 것보다 정성적으로 실제의 현상을 더 잘 재현하여 줄을 알 수 있다. 그러나, 정량적으로는, 여러개의 표면들기를 재현하지 못하였는데, 이것은 자유표면의 형상결정때 필요한 곡률의 계산이 계산격자 간격에 의존하며, 또한, 자화에 따른 외부 인가 자기장의 영향이 고려되지 않았다는 점이 원인으로 사료된다.

Fig. 5 는 정지 상태에서 시간의 경과와 함께 상승하는 $r^*=0$ 에서의 계면의 높이를 코일 전류가 각각 10A, 20A 일 때 구한 것이다. 그림에서 나타난바와 같이, 두 해법 모두, 후반부에서는 계면의 상승률이 작아지는데, 이는 계면이 최종상태로 정착됨을 보여주는 것으로 해석된다. 극성유체로서의 해법에서는, 운동량 방정식의 각운동량항의 반경방향 성분은 감소하는 방향으로, 축방향 성분은 증가하는 방향으로 작용한 결과, 준정상적 자성유체역학 해법으로 구한 계면보다 높게 나타난다. 또한, 코일 전류의 크기에 비례하여, 두 해법간의 계면의 높이의 차이는 증가함을 알 수 있다.

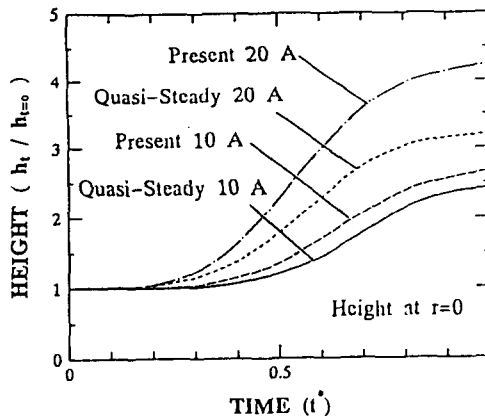


Fig. 5 Height of Free Surface at Center ($I_0 = 10A, 20A$)

4. 결 론

자성유체의 지배방정식의 주류를 이루는 극성유체로서의 해법과 준정상적 자성유체역학 해법을 각각 이용하여, 정상 비균일 자기장에서의 계면의 변화를 수치해석하였다. 외부로부터 인가되는 자기장은 해석해를 사용하여 구하였다. 두 해법간의 결과를 비교, 검토 하였으며, 얻어진 결과를 정리하면 다음과 같다.

(1) 외부로부터 인가되는 다양한 형태의 비균일 자기장을 벡터포텐셜의 개념을 이용하여 해석하여 그 정량적 분포를 구하였다.

(2) 극성유체로서의 해법의 경우, 계면은 유체 내부 및 표면의 소란으로 표면의 요철이 증대되

었다.

(3) 계면의 높이는 극성유체로서의 해법결과가 준정상적 자성유체역학 해법보다 더 높으며, 두 해법간의 차이는 전류의 증가와 함께 증가한다.

참 고 문 헌

- [1] 神山新一, (1989) “ 磁性流體入門”, 産業圖書
- [2] Rosensweig,R.E., (1985) “Ferrohydrodynamics”, Cambridge Univ. Press
- [3] Shliomis,M.I, (1972) “Soviet Phys. JEPT, Vol.34, No.6, p.1291
- [4] 神山新一, (1992) “磁性流體の磁場制御に関する研究”, 1991年科學技術研究費報告書, p.140