

난류 박리 및 재부착 유동의 해석을 위한
저레이놀즈수 4-방정식 난류 열전달 모형의 개발
A low-Reynolds-number 4-equation heat transfer model for
turbulent separated and reattaching flows

이광훈^{*1}, 성형진²
Gwang-Hoon Rhee and Hyung-Jin Sung

In the present study, an improved version of 4-equation low-Reynolds-number 4-equation model is proposed. The equations of the temperature variance (k_θ) and its dissipation rate(ε_θ) are solved, in concert with the equations of the turbulent kinetic energy(k) and its dissipation rate(ε). In the present model, the near-wall effect and the non-equilibrium effect are fully taken into consideration. The validation of the model is then applied to the turbulent flow behind a backward-facing step and the flow over a blunt body. The predicted results of the present model are compared and evaluated with the relevant experiments.

1. 서 론

많은 공학적 문제에서의 난류 유동은 박리되고 재부착되는 현상을 수반하고 있다. 이렇게 박리되고 또 재부착되는 난류 유동은 매우 복잡하고 난해한 유동 현상을 가지고 있으며, 또한 이에 따른 복잡한 강제 대류 열전달 특성을 나타나게 된다. 박리와 재부착을 수반한 유동은 유동의 비정상화, 압력 요동, 유동 소음 등을 유발시키며, 또한 그로 인하여 열 및 물질 전달을 증대시키는 효과를 나타낸다. 이러한 공학적인 요구에도 불구하고 박리 및 재부착 유동에 있어서의 강제 대류 열전달 해석은 유동장의 정확한 해석이 선행되어야 하는 이유 때문에, 아직까지도 많은 연구가 진행되고 있다. 따라서 박리되고 재부착되는 난류 유동에 있어서 정확한 유동 구조와 그에 따른 강제 대류 열전달에 관한 난류 모형 연구는 중요한 의미를 갖는다.

레이놀즈 응력에 대한 난류 모형화와는 달리 강제 대류 열유속에 관한 모형화는 아직까지 활발히 연구되지 않고 있다. 즉, 일반적으로 유동장의 경계층과 온도장의 경계층이 상사성을 가진다는 사실로부터 와점성 계수(v_i)와 난류 열 확산 계수(α_i)가 비례한다는 가정하에 별도의 방정식을 풀지 않고, 온도 방정식 만으로 온도장을 해석하는 방법을 사용하는 수준에 머물고 있다. 즉, 일정한 난류 프린틀 수(Pr)를 사용하여 난류 열 확산 계수(α_i)를 구하고, 그 값을 이용하여 난류 온도장을 해석하는 것이다. 하지만 간단한 유동에 있어서도 Pr 는 벽면에서의 거리에 따라서 다른 값을 나타내는 등 일반성이 결여되어 있다. 특히 본 논문에서 목적하고 있는 박리 및 재부착 유동에서는 Pr 를 상수로 가정하는 것은 적합하지 못하다. 따라서 이러한 난류 열 확산 계수를 유동장에서의 와점성 계수에서 구하는 대신, 유동장에 있어서 난류 운동 에너지(k) 방정식과 그의 소멸률(ε) 방정식을 푸는 $k-\varepsilon$ 방정식 모형을 이용하여 와점성 계수의 길이 척도와 속도 척도를 구하는 방법과 같이 온도 요동 에너지($k_\theta = \theta^2/2$) 방정식과 그의 소멸률인 ε_θ 방정식을 푸는 $k_\theta-\varepsilon_\theta$ 방정식 모형을 이용하여 난류 열 확산 계수를 구하는 것이 더욱 일반적이다.

본 연구에서는 박리 및 재부착 난류 유동에서의 온도장의 특성 파악을 위해 4-방정식을 제안하였다. 즉, 유동장에서의 $k-\varepsilon$ 방정식과 마찬가지로 온도장에서 $k_\theta - \varepsilon_\theta$ 방정식을 사용하여 난류 온도장의 특성을 파악하고자 한다. 특히, 벽면 근방의 열 전달 특성과 재순환 영역에서의 온도장 파악이 본 연구의 주된 목적이라고 할 수 있다. 최근의 Nagano 과 Kim, Youssef 등, Hattori 등도 유동장의 $k-\varepsilon$ 방정식 모형과 더불어 $\theta^2 - \varepsilon_\theta$ 방정식 모형을 이용하여 강제 대류에서의 난류 열확산 계수를 구하는 4-방정식 모형을 제안하였다. 하지만 이 논문들은 벽면 감쇄 함수를 모형화하는

¹ 한국과학기술원 기계공학과 (305-701, 대전시 유성구 구성동 373-1, Tel : 042-869-3067)

² 한국과학기술원 기계공학과 (305-701, 대전시 유성구 구성동 373-1, Tel : 042-869-3027)

데 있어서 벽면 마찰 속도(u_t)를 포함한 변수 y^* ($=yu_t/v$)를 사용하였다. 이러한 모형은 경계층 유동등의 박리가 없는 단순한 유동에서의 해석에서는 매우 유용한 도구로서 사용될 수 있다. 그러나 박리 및 재부착되는 유동에서는 적용이 곤란하다 ($u_t = 0$). 그래서 본 논문에서는 u_t 를 사용하지 않는 무차원 길이 척도로서 R_y ($=\sqrt{k}y/v$)를 제안하여 벽면 감쇄 함수에서 사용함으로서 공학적인 관심이 있는 박리 및 재부착 유동에서의 열전달 문제를 해석하였다. 특히 박리 및 재부착 영역내의 재순환 영역에서는 온도 요동 에너지의 생성항 ($P_\theta = -\overline{u_j \theta} \partial T / \partial x_j$)과 소멸항 (ϵ_θ)가 평형을 이루지 못한다. 따라서 벽면 감쇄 효과와 더불어 이러한 비평형 효과 ($P_\theta / \epsilon_\theta$)를 벽면 감쇄 함수에 고려하는 것이 타당하다. 따라서 본 논문에서는 그 효과를 대수적 모형화 기법 (algebraic stress/flux model)을 이용하여 벽면 감쇄 함수에 포함하여 수식화하였다.

2. 난류 유동장 해석을 위한 비선형 저 레이놀즈 수 $k-\epsilon$ 모형

난류 박리 및 재부착 유동에 있어서 난류 열전달을 정확히 예측하기 위해서는 충분한 정확도를 가진 유동장의 해석이 선행되어야 한다. 서론에서 언급한 바와 같이 난류 박리 및 재부착 유동에 대한 개선된 저 레이놀즈 수 모형이 Park과 Sung[1]에 의하여 개발되었다. 본 논문에서는 유동장을 Park과 Sung 모형을 간단히 정리 소개하며, 자세한 모델 모형화는 Park과 Sung을 참고하기 바란다. 비압축 정상 유동에 대한 무차원화된 지배 방정식은 난류 운동 에너지 k 와 그의 소멸률 ϵ 방정식과 함께 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{Re} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right] \quad (2)$$

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + f_i \frac{v_i}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \epsilon \quad (3)$$

$$U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + f_i \frac{v_i}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + P_\epsilon^1 + P_\epsilon^2 + P_\epsilon^3 + P_\epsilon^4 - \gamma \quad (4)$$

여기에서 미지 변수인 레이놀즈 응력 $-\overline{u_i u_j}$ 는 와점성계수 v_i 의 개념을 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} -\overline{u_i u_j} &= 2v_i S_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij} + C_{\alpha_1}v_i \frac{k}{\epsilon}(S_{im}S_{mj} - \frac{1}{3}S_{mn}S_{mn}\delta_{ij}) \\ &+ C_{\alpha_2}v_i \frac{k}{\epsilon}(\omega_{im}S_{mj} + \omega_{jm}S_{mi}) + C_{\alpha_3}v_i \frac{k}{\epsilon}(\omega_{im}\omega_{mj} - \frac{1}{3}\omega_{mn}\omega_{mn}\delta_{ij}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$v_i = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon}.$$

기타 모형함수와 상수들은 Park과 Sung을 참고하기 바란다.

3. 난류 온도장 해석을 위한 저 레이놀즈 수 $k_\theta-\epsilon_\theta$ 모형

비압축성 정상 난류 유동에 있어서의 온도장에 대한 지배 방정식은 다음과 같다.

$$U_j \frac{\partial T}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{Re} \frac{1}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_i} - \overline{u_j \theta} \right] \quad (6)$$

$$-\overline{u_j \theta} = \alpha_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (7)$$

$$\alpha_i = C_\lambda f_\lambda \frac{k^2}{\epsilon} \quad (8)$$

$$U_j \frac{\partial k_\theta}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{I}{Re} \frac{I}{Pr} + f_h \frac{\alpha_t}{\sigma_h} \right) \frac{\partial k_\theta}{\partial x_j} \right] - \overline{u_j \theta} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \epsilon_\theta \quad (9)$$

$$\begin{aligned} U_j \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{I}{Re} \frac{I}{Pr} + f_h \frac{\alpha_t}{\sigma_h} \right) \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} \right] - C_{P1} \frac{\epsilon_\theta}{k_\theta} \overline{u_j \theta} \frac{\partial T}{\partial x_j} \\ &\quad - C_{P2} \frac{\epsilon_\theta}{k} \overline{u_j u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{D1} f_{D1} \frac{\epsilon_\theta^2}{k_\theta} - C_{D2} f_{D2} \frac{\epsilon \epsilon_\theta}{k_\theta}. \end{aligned} \quad (10)$$

3.1 $f_{\lambda 1}$, $f_{\lambda 2}$ 의 모형화

난류 박리 및 재부착 유동에 있어서의 열전달의 정확한 예측을 위해서는 벽면 근방에서의 정확한 거동을 나타내는 것이 매우 중요하다. 벽면 근방에서는 $y \rightarrow 0$ 일 때 난류 요동 에너지, 온도 요동 에너지 등이 정확한 벽면 임계 거동을 만족하여야 한다. 즉, 벽면 근방에서, $-\overline{u \theta} \propto y^3$, $\partial T / \partial y \propto y^0$, $\alpha \propto y^3$, $k \propto y^2$, $\epsilon = \sqrt{(\partial u_i / \partial x_j)(\partial u_i / \partial x_j)} \rightarrow \epsilon_w$ 등의 벽면 임계 거동을 만족하여야 한다. 이러한 벽면 임계 거동을 만족시키는 $f_{\lambda 1}$ 모형 함수는 다음과 같다.

$$f_{\lambda 1} = (1 - T_{w1}) / (1 + 10 T_{w1} / R_y^{1.25}) \quad (11)$$

$$T_{w1} = \exp \left[- \left(\frac{R_y}{80 / \sqrt{Pr}} \right)^2 \right]. \quad (12)$$

벽면으로부터 멀리 떨어진 곳 ($f_{\lambda 1} = 1$)에서의 효과를 고려한 $f_{\lambda 2}$ 에 대한 모형화이다. 난류 박리 및 재부착 유동에 대한 열전달 해석을 위해서는 유동장에 대한 비평형 효과 (P_k / ϵ) 와 온도장에 의한 비평형 효과 ($P_\theta / \epsilon_\theta$)를 $f_{\lambda 2}$ 모형화에 고려해야 한다.

$$f_{\lambda 2} = \frac{C_{\lambda 1} + C_{\lambda 2} P_k / \epsilon}{(C_{\lambda 3} + P_k / \epsilon)(C_{\lambda 4} + P_k / \epsilon + (P_\theta / \epsilon_\theta - 1) / R)} \quad (13)$$

여기에서 재조정된 모형화 상수들의 값은 $C_{\lambda 1}=10.71$, $C_{\lambda 2}=4.29$, $C_{\lambda 3}=1.5$, $C_{\lambda 4}=5.0$ 이다.

3.2 온도 요동 에너지의 소멸률(ϵ_θ) 방정식의 모형화

난류의 벽면 근처의 거동은 벽면 근방에서 ϵ_θ -방정식에서의 각 항들 간의 균형을 유지하게 하기 위해서 필수적으로 고려하여야 한다. ϵ_θ -방정식에서 벽면에 특이점이 생기게 된다. 이러한 특이점을 해소하기 위해서는 모형화 함수들이 $f_{D1} \propto y^2$, $f_{D2} \propto y^2$ 와 같은 벽면 임계 거동을 나타내어야 한다. 이러한 이유들로 인하여, 모형화 함수 f_{D1} 는 $f_{D1} = 1 - \exp(-0.06 R_y)$ 와 같이 나타나었는데, 이 함수는 기본적으로 Van-Driest 함수 형태를 나타내고 있다. 이 함수에서 사용된 무차원 길이 척도는 앞서 언급한 바와 같이 박리 및 재부착 유동에서 사용할 수 있도록 y^* 대신에 R_y 를 사용하였다. 함수 f_{D2} 를 모형화하고, 모형화 상수 (C_{D1} , C_{D2})를 결정하기 위하여, 본 논문에서는 지배방정식에 등방성 난류에서의 감쇄 법칙을 적용하였다.

$$f_{D2} = \frac{C_{\epsilon 2} f_{22} - 1}{C_{D2}} f_{DW} \quad (14)$$

f_{D2} 는 두 함수의 곱으로 이루어져 있다. 즉, 첫 번째 함수 $(C_{\epsilon 2} f_{22} - 1) / C_{D2}$ 는 벽면과는 상관없이, 자유 흐름의 효과를 표현하고 있다. 또한, f_{DW} 는 벽면 근처에서의 임계 거동을 만족시키기 위한 함수인데, f_{DW} 는 DNS 자료를 바탕으로하여 벽면 근처에서의 거동을 정확히 예측하기 위하여 $f_{DW} = 1 - \exp(-0.06 R_y) / [\cos(0.88 \sqrt{R_y}) + 0.493 \sqrt{R_y} \sin(0.88 \sqrt{R_y})]$ 로 모형화되었다. 이 함수는 박리 및 재부착 유동에 있어서, 정확한 열전달 특성 해석을 위하여 사용되었다. 앞서 언급한 바와 같이, f_{D2} 는 $f_{D2} \propto y^2$ 의 조건을 만족하고 있다.

4. 결과 및 토의

본 모형의 주 목적은 난류 박리 및 재부착 유동에 대한 열전달 특성을 해석하는 것이다. 하지만, 이러한 유동에 대해서는 열전달 특성을 나타낼 수 있는 변수들을 정확히 측정하기 어렵다. 그

래서 모형의 정확성을 검증하기 위해서는, 정확한 DNS 자료가 존재하는 박리와 재부착이 일어나지 않는 경계층 유동에서 열전달 특성을 비교 분석하였다. 즉, 온도장에서의 전형적인 두 가지의 경계조건인 일정한 벽면 온도와 일정한 벽면 열유속인 경우에 대하여 모형의 정확성을 DNS 자료와 비교 검증하였다. 이러한 검증 작업을 거친 후, 후향 계단 유동과 돌출 물체 유동에서의 온도장을 해석하였는데, 이 두 가지 유동 형태는 모형에 대한 평가로 자주 이용되고 있다. 2 차원 후향 계단에서 밀면에 일정한 열유속이 가하여지는 경우는 Vogel and Eaton[2]의 실험 결과와 비교 분석하였다.

4-1. 완전 발달된 두 평판 사이의 경계층 유동에서의 열전달

본 모형을 두 가지 다른 경우의 온도 경계 조건을 사용하여 적용하였을 때, 평균 온도장 T^* 은 Fig.1 과 같은 분포를 나타낸다. 두 가지 레이놀즈 수, $Re_\tau = 150, 180$ 는 DNS 결과와 비교하기 위하여 선택되었다. 여기서 최근에 개발된 Yousseff, Nagano and Tagawa[3] 모형 (이후 YNT 모형으로 약칭) 이 DNS 자료와 함께 비교되었다. Fig.1 에서 볼 수 있듯이, 일정한 온도 경계일 경우와 일정한 열유속 경계 조건일 경우에 대해서 본 모형의 결과가 DNS 자료를 잘 예측하고 있다. 그 반면, YNT 모형은 바깥쪽 경계층 ($y^* > 50$)에서 약간 과소 예측하고 있다.

Fig.2 에서는 일정 온도 경계 조건 ($T_w=constant$) 을 가진 Kim and Moi 의 DNS 자료와 비교된 온도 요동 에너지 k_θ^+ 의 분포를 보여주고 있다. 본 모형과 YNT 모형이 모두, DNS 자료를 근사적으로

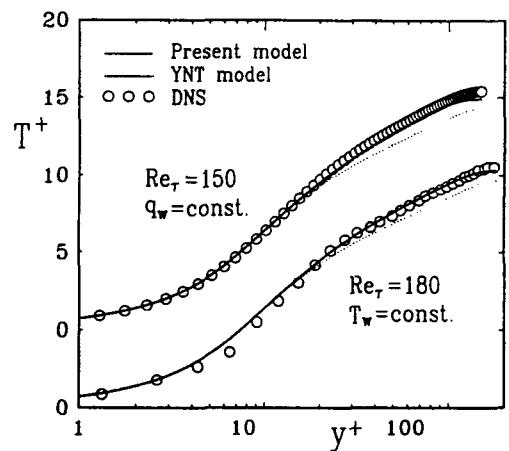


Fig. 1 Comparison of the predicted T with DNS data

예측하고 있다. 두 모형이 $y^* < 30$ 인 영역에서

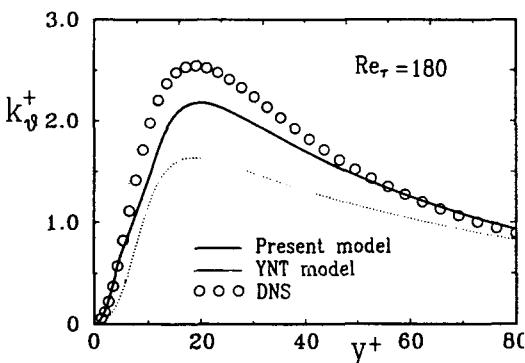


Fig. 2 Comparison of the predicted k_θ with DNS data

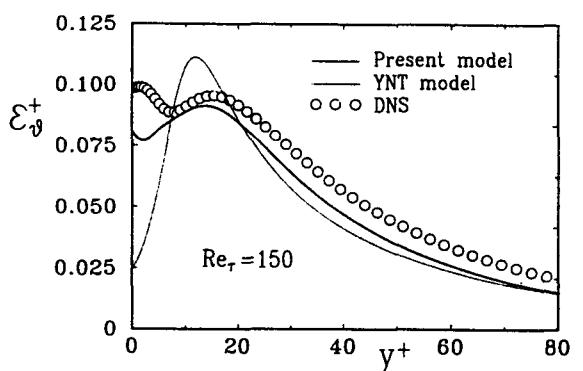


Fig. 3 Comparison of the predicted ϵ_θ with DNS data

과소 예측하고 있지만, 본 모형이 YNT 모형에 비하여 DNS 자료에 근접함을 알 수 있다. 일정한 벽면 열유속 ($q_w=constant$)인 경우에 대한 ϵ_θ^+ 의 벽면 근방 분포가 Fig.3 에서 Kasagi 등이 DNS 자료와 비교되었다. Fig.3 에서와 같이 본 모형이 DNS 자료를 잘 예측하고 있다. 특별히 본 모형은 벽면 근방 ($y^* < 30$)에서 YNT 모형에 비하여 DNS 자료를 잘 예측하고 있다. 앞서 지적한 바와 같이 난류 열유속 $\bar{v}\theta$ 는 $\bar{v}\theta \propto y^3$ 의 벽면 임계 거동 조건을 만족하여야 한다. 본 모형은 이러한 조건을 정확히 만족하고 있음이 확인되었다.

4-2. 박리 및 재부착 유동에 있어서의 열전달

박리 및 재부착 유동에 대한 모형의 적용성을 알아 보기 위하여 두 가지의 전형적인 유동 형태

인 후향 계단 유동과 둘출 물체 유동에 대한 온도장 해석을 수행하였다. 우선, 수치적인 기법에 대해 간단하게 정리해 보면 다음과 같다. 지배 방정식을 차분화하기 위해서 유한 차분법이 사용되었다. 이 때, 타원형 문제에서 정확도에 가장 큰 영향을 미치는 대류항 처리는 2차 정확성을 가지는 HLPA (hybrid linear and parabolic approximation) 기법을 사용하였다. 격자계는 복잡한 형상에 뛰어난 적용성을 지닌 비엇갈림 격자계를 사용하였고, 이러한 격자계를 사용함으로써 생길 수 있는 압력 진동 현상은 운동량 보간법을 사용하여 없앴다. 압력 보간은 SIMPLE 알고리듬을 개선시킨 SIMPLEC 알고리듬을 사용하였다. 최종적으로 얻어진 이산화된 선형 대수 방정식은 5 대각 행렬 해법인 SIP (strongly implicit procedure) 을 사용하여 해를 구하였다[4]. 수렴 판정은 모든 격자점에서의 잔류량을 합하여 입구에서의 유량으로 나눈 값이 10^{-4} 보다 작아질 경우로 택하였다. 격자의 조밀도에 대한 의존도를 알아보고 격자수에 상관없는 해를 얻기 위해 많은 경우에 대해 계산을 행하였고, 그 결과 201×121 의 격자계를 선택하였다. 경계 조건은 벽면에서 $U=V=k=k_0=0$, $\epsilon=v\partial^2 k/\partial n^2$, $\epsilon_0=\alpha\partial^2 k_0/\partial n^2$, $\partial P/\partial n=0$ and $q_w=constant$ (또는 $T_w=constant$) 이다. 입구에서는 압력의 경우 $\partial P/\partial n=0$ 이며, 다른 물리량들은 실험 조건과 같이 주어졌다. 출구면에서의 경계 조건은 모든 변수들에 대해서 Neuman 조건으로 주어졌다.

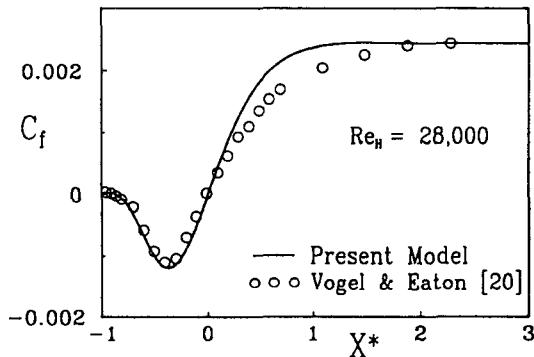


Fig. 4 Comparison of the predicted C_f with experimental data

기준으로 한 레이놀즈 수는 $Re_H=28,000$ 이다. 예측 결과가 실험 결과와 거의 일치하며, 특히 재순환 영역에서는 정확히 예측하고 있음을 알 수 있다. 즉, 예측된 유동장이 만족할 만한 정확성을 가졌다고 가정할 수 있다.

본 모형으로 계산되어진 스탠튼 수 St 의 X^* 에 따른 분포가 Fig.5 에 도시되어 있다. 난류 프란틀 수가 $Pr_t = 0.9$ 로써 일정한 경우와 함께 Fig.5 에 표시되어 있다. 전체적으로 볼 때 난류 프란

본 모형을 이러한 수치 해법과 경계 조건을 사용하여, 박리 및 재부착 유동에 적용하였다. 우선, 후향 계단 유동에서의 열전달 특성을 살펴보자. 정확한 온도장의 특성을 파악하기 위해서는 유동장의 정확한 해석이 선행되어야 한다. 후향 계단에서 유동장의 특성을 단적으로 살펴 볼 수 있는 것은 벽면에서의 마찰 계수 C_f 이다. 본 모형에 의해 예측된 C_f 의 무차원화된 유동 방향 좌표인 $X'=(X-X_R)/X_R$ 에 따른 변화가 Vogel and Eaton[2]의 실험 결과와 함께 비교 되어있다. 여기서, X_R 은 재부착 길이를 의미한다. 계단 높이를

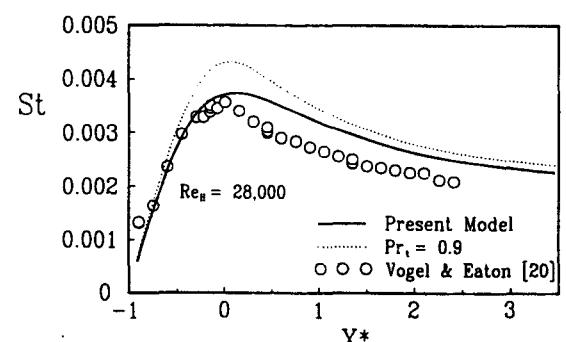


Fig. 5 Comparison of the predicted St with experimental data

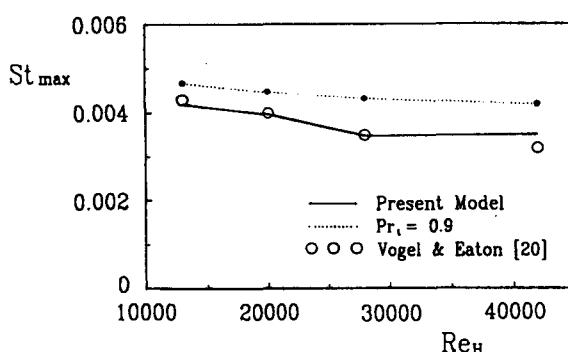


Fig. 6 Comparison of the predicted St_{max} with experimental data

틀 수가 일정하다고 가정한 경우에서 과대 예측하는 데 비하여, 본 모형은 실험 결과와 잘 일치하고 있다. 하지만, 전체적인 경향은 비슷하다. 즉, 두 경우 모두 재부착점 부근에서 최대값을 보이며, 또한, 두 경우 모두 어느 정도 후류이후에는 Kays 과 Crawford의 평판에서의 분포 ($St Pr^{0.4} = 0.030 Re^{-0.2}$) 와 같이 레이놀즈 수의 0.2 승의 변화를 나타내고 있다. Vogel 과 Eaton[2]의 실험 결과와 비슷한 가상 원점을 나타

내고 있다는 것을 알 수 있다.

Fig.6 에서는 최대 스탠튼 수를 실험 결과와 비교하고 있다. 레이놀즈 수의 변화 ($13,000 \leq Re_H \leq 42,000$) 따른 최대 스탠튼 수의 분포이다. 이 그림에서는 전체적으로 두 경우 모두 레이놀즈 수의 증가에 따라 St_{max} 가 감소하는데, $Pr = 0.9$ 의 경우 과대예측하는 것을 볼 수 있으며, 본 모형은 거의 정확히 그 값을 예측하고 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 박리 및 재부착 유동에서 열전달 특성을 모형하기 위하여 기존의 비선형 저레이놀즈수 $k - \epsilon$ 모형에 k_0 와 ϵ_0 방정식을 동시에 푸는 4-방정식 모형을 개발 적용하였다. 박리와 재부착 유동에서 벽면 효과와 비평형 효과 (P_0 / ϵ_0)를 고려하여 R_s 변수를 사용하여 모형화하였다. 이러한 모형화를 시험하기 위하여, 박리 및 재부착 유동에 적용하여 지금까지 제시되지 않았던 난류 시간 척도의 비와 난류 프란틀 수의 분포등을 $k_0 - \epsilon_0$ 방정식 수준에서 연구하여 제시함으로써 박리 및 재부착 유동에서의 온도장의 특성을 파악하였다. 난류 프란틀 수를 일정한 값으로 가정하고 해석한 결과와 비교하였으며, 기존의 다른 모형과도 비교하여 만족할 만한 결과를 얻었다. 모형의 벽면 거동의 정확성을 검증하기 위하여 DNS 자료가 존재하는 경계층 유동에 적용하여 비교하였다. 다음은 본 4-방정식 모형을 박리 및 재부착이 존재하는 후향 계단 유동에서의 열전달 특성을 해석하였다. 기존의 실험결과와 대체로 일치하는 결과를 보여 주었다. 이들로부터 박리 및 재부착 주위의 열전달 특성의 중요한 정보를 얻을 수 있었다.

참고 문헌

- [1] Park, T. S. and Sung, H. J., (1995) "A nonlinear low-Reynolds-number $k-\epsilon$ model for turbulent separated and reattaching flows," *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 38, pp.2657-2666.
- [2] Vogel, J. C. and Eaton, J. K., (1985) "Combined heat transfer and fluid dynamic measurements downstream of a backward-facing step," *Trans. ASME J. Heat Mass Transfer*, vol.107, pp.922-929.
- [3] Youssef, M. S., Nagano, Y. and Tagawa, M., (1992) "A two-equation heat transfer model for predicting turbulent thermal fields under arbitrary wall thermal conditions," *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.35, pp.3095-3104.
- [4] Majumdar, S., (1986) "Development of a finite-volume procedure for prediction of fluid flow problems with complex irregular boundaries," *Rep. SFB 210/T/29*, University Karlsruhe.