

## k-l 난류모델을 이용한 온배수 수치해석

(A Numerical Analysis of Thermal Discharge using k-l Turbulence Closure)

최 홍 식 \*

### 1. 서론

원자력, 화력발전소 및 임해공업시설로부터 방출되는 냉각용 온수는 하천 또는 연안일대의 수계 환경에 전반적인 수온도의 상승과 가동 중단시 갑작스러운 수온 저하 등의 열균형 파괴를 가져온다. 따라서 여러가지 형태의 주위수에 영향을 받는 온배수의 이동 및 확산에 대한 정성, 정량적 예측을 위한 수치모델의 개발은 환경관리 및 생태계 보전 측면에서 매우 중요하다.

온배수의 해석은 엄밀하게 3차원적 해석이어야 하나, 온수 방출수역이 대부분 천해임을 감안할 때 경제성을 고려한 수심적분 2차원 모형이 실용적일 수 있다. 본 연구에는 정상성 가로흐름 수역으로 방출되는 2차원 온배수의 해석으로, 이에 대한 지배방정식의 구성하였고 난류점성 및 열확산 계수 결정에 k-l 난류모델의 사용성을 기존의 수치모형 및 실험결과와의 비교를 통해 규명하고자 함이다.

### 2. 수심적분 수치모형

#### 2.1 지배방정식

수심적분된 흐름방정식, 온도전달방정식, 해수의 상태방정식은 다음과 같다(최 등, 1993).

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right] - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{h} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_t \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right] - \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{h} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \phi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \quad (4)$$

$$\rho = (999.84 + 16.59 T - 7.99 \times 10^{-3} T^2 - 46.17 \times 10^{-6} T^3 + 105.56 \times 10^{-9} T^4 - 280.54 \times 10^{-12} T^5) / (1 + 16.88 \times 10^{-3} T) \quad (5)$$

여기서  $\rho$ 는 유체의 밀도 ( $\text{kg/m}^3$ ),  $T$ 는 수온( $^{\circ}\text{C}$ ),  $p$ 는 압력,  $\tau_{bx}$   $\tau_{by}$ 는 저면 마찰용력이다.  $\mu_t$ 는 난류 점성계수로 난류운동에너지( $k$ )와 난류 특성길이( $l$ )에 의해 다음과 같이 결정된다.

$$\mu_t = \rho C_1 k^{1/2} l$$

\* 상지대학교 이공과대학 토목공학과

운동량 방정식에서의 압력경사는 정수압조건을 사용하였고, McGuirk & Rodi(1978)의 "Rigid-lid approximation"을 이용하면 연속 및 운동량 방정식의 수심변화항은 생략 가능하다. 바닥마찰에 의한 전단응력은 다음과 같다.

$$\tau_{bx} = \rho C_f u (u^2 + v^2)^{1/2}, \quad \tau_{by} = \rho C_f v (u^2 + v^2)^{1/2}$$

여기서,  $C_f$  는 마찰계수로 매끄러운 하도에 대한 값인 0.003을 사용하였다. 열 확산계수는  $\Gamma_t = \mu_t / \sigma_t$  이고,  $\sigma_t$ 는 Prandtl 수로 0.9-1.0 사이의 값이다.

## 2.2 $k-l$ 난류모델

2-방정식 난류모델의 형태로 난류운동에너지,  $k$  와 특성길이,  $l$  의 전달방정식을 가진 난류모델로 흐름장 해석에서 난류확산과 전단흐름의 전단확산을 합성한 최종 확산계수 산정(유.김,1994)과 개수로에서 수심방향의 수리특성 해석(Blumberg 등,1992)에 사용되었다. Rotta의  $k-l$  난류모델을 수심적분한  $k$  및 2점 상관(2-point correlation)함수에 의한  $l$  의 평형방정식은 다음과 같다(Vollmers & Rotta,1977 ; Stutten & Peters,1986).

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho k)}{\partial y} = \frac{K_a}{C_1} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_t \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu_t \frac{\partial k}{\partial y} \right] \right\} + \mu_t \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] - C_p \frac{k^{3/2}}{l} + P_{kw} \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho k l)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho k l)}{\partial y} = \frac{K_a}{C_1} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_t \left( l \frac{\partial k}{\partial x} + a_1 k \frac{\partial l}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu_t \left( l \frac{\partial k}{\partial y} + a_1 k \frac{\partial l}{\partial y} \right) \right] \right\} + P - CC_{10} k^{3/2} \quad (7)$$

식 (6) 및 (7)에서 첫째항은 확산항이고, 둘째항은 생성항, 셋째항은 감쇠항이다. 식 (7)에서  $P$  는 경계층 근사(Boundary-layer approximation)로 다음과 같다.

$$P = \frac{\partial v}{\partial x} \left[ \mu_t \left( \zeta_1 l \frac{\partial u}{\partial y} + \zeta_3 l^3 \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) \zeta_2 l^3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

바닥조도에 의한 유속경사의 연직방향 유속성분 불균일성에 의한 난류운동에너지 생성항,  $P_{kw} = C_k \rho u_*^3 / h$ ,  $u_* = [C_f(u^2 + v^2)]^{1/2}$ ,  $C_k = C_f^{-0.5}$  이다(Rastogi & Rodi,1978). 난류모델에서의 난류상수는 표 1에서와 같다.

Table 1. Empirical constants in turbulence model

$C = C_1^3$	$C_1$	$C_D = C_u / C_1$	$K_a$	$K_a$	$a_1$	$\zeta$	$\zeta_2$	$\zeta_3$
0.165	0.8	0.164	0.8	0.8	0.387	0.98	1.20	-1.50

## 2.3 초기 및 경계조건

본 연구의 적용대상 수로 및 경계조건은 그림 1에서와 같다. 상류측(하첨자 r) 및 방출구(하첨

자 d)에서  $k$  및  $l$  은 다음과 같다(Gosman & Ideriah,1983).

$$k_r = 0.03 u_r^2, \quad \varepsilon_r = 2 k_r^{3/2} / (0.005 H_r), \quad l_r = C_D k_r^{3/2} / \varepsilon_r$$

$$k_d = 0.03 u_d^2, \quad \varepsilon_d = 2 k_d^{3/2} / (0.005 H_d), \quad l_d = C_D k_d^{3/2} / \varepsilon_d$$

여기서  $H_r$  및  $H_d$  는 흐름 양상에 의한 특성길이로 본 연구에서는 수심으로 사용하였다. 측면경계에서는 무활조건과 단열(Adiabatic)조건을 사용한다. 폐경계의 벽면 근처에서는 유속의 대수분포식과 난류국소평형의 벽면함수를 사용한다(이 등,1994).

### 3. 수치해석

#### 3.1 일반 차분식

그림 2는 Staggered 된 유한차분 격자에서  $u, v, p, T, k, l$  의 정의와 P 점을 중심으로 E, W, N, S 에서의 벡터량  $u, v$ 와 스칼라 량에 대한 검사체적이다. 이송 확산항은 중앙차분기법과 Upwind 기법을 결합한 Hybrid 기법을 사용하였다. 지배방정식은 Gosman & Ideriah(1983)의 타원형 흐름해석과 Patankar & Spalding(1972)의 포물형 방정식 해석시 사용한 압력-속도 수정방법을 이용하여 압력장의 수정된 값이 연속 및 운동량 방정식의 불만족에 기인된 Mass source 항의 크기가 총 Mass flow의 0.5 \* 이하일 때까지 반복 실시(Guess-and-correct)한다. 이와 같은 해석방법은 SIMPLE 로 잘 알려져 있다(Patankar,1980; 최 등,1993).

#### 3.2 모형의 구성 및 해석방법

본 연구에서는 가로흐름의 존재와 측벽 및 바다의 지형성을 고려한 수심적분 2차원 은배수 이동 및 확산에 대한 연구로 그림 1 에서와 같은 개수로에 대해 수치실험 하였다. 계산격자는 y방향에 대해서는 격자간 거리가 0.0305 m 인 22개의 동격자(B=0.61 m)를 사용하였고, x 방향에 대해서는 4 m 길이의 수로에 35 및 47개의 가변격자(은배수 방출구에서 세밀하고, 상 하류로 갈수록 조밀한 격자 배치)를 구성하여 35(47) X 22 의 2차원 해석을 하였다. 방출구 및 수로의 수심은 0.051 m, 방출구 폭 b 는 0.0064 에서 0.064 인 경우에 대해 수치실험 하였다.

### 4. 모형의 검증 및 적용

본 연구는 Mikhail 등(1975) 의 실험장치 제원에서 수행한 실험결과와 McGuirk & Rodi(1978)가 수치실험 검증자료로 수행한 1969년 Carter의 실험조건 및 Yu & Zhang(1989)의 수치실험자료를 종합하여 구성한 표 2의 자료를 이용하였다. 표에서  $F_d$  는 Densimetric Froude 수로 다음과 같다.

$$F_d = v_d / [gh(\rho_r - \rho_d) / \rho_r]^{1/2}$$

Table 2. Test run conditions for model verification and simulation

Run #	$u_r$ (m/s)	$v_r$ (m/s)	$R(v_d/u_r)$	$T_d(^{\circ}C)$	$T_r(^{\circ}C)$	$F_d$	b(m)	Remarks
1	0.10	0.201	2.01	30.0	20.0	5.64	0.0064-0.064	Yu & Zhang
2	0.10	0.493	4.93	30.0	20.0	13.84	0.0064-0.064	Yu & Zhang
3	0.10	0.980	9.80	30.0	20.0	27.51	0.0064-0.064	Yu & Zhang
4	0.05	0.490	9.80	29.6	20.0	14.18	0.0064	Carter's
5	0.05	0.2465	4.93	29.6	20.0	7.10	0.0254	Carter's

#### 4.1 제트의 진행

그림 3은 Test run #4 및 #5 에 대한 개수로 횡단면상의 최대 초과온도에 의한 제트 중심선의 궤적을 방출구 폭  $b$  에 대한 무차원 거리로 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이 그 해석결과는 방출구 근처( $x/b < 10$ ), 즉 Core 영역에서는 실험결과와 비교적 잘 일치한다. 그 이후 제트 포획연행 및 안정화 영역에서는 실험결과와 다소 상이하나, 그 경향은 잘 일치함을 보여 준다. 실험결과의 다소 상이함은 Carter의 실험자료가 시간적분된 온도를 제공하지 못함과, 2차원적 수치실험의 제한적인 제트 저면의 포획연행 및 성층화 현상의 재현이 어려움에 있다. 아울러 수치실험 결과는 수십평균한 온도분포이므로 실측한 온도와는 다를 것으로 기대된다. 특히 유속비가 작은 실험에서는  $F_d$  가 작은 값을 가짐에 따라 부력에 의한 작은 압력경사에 의해 그 차이가 큰 것으로 미루어 이를 잘 설명해 주고 있다. 따라서 이 같은 견지에서 본 연구에 의한  $k-1$  난류모델에 의한 온배수 해석은 실험결과와 비교적 잘 일치한다고 판단된다.

#### 4.2 흐름양상 및 초과온도 확산

그림 4 및 5 는 Carter의 실험결과에 부합시키기 위한 Test run #4 및 #5의 결과로서 수치모델의 검증차원에서 시뮬레이션 하였다. 두 수치실험조건은 운동량 프릭스비,  $M_0 = (v_d/ur)^2 (b/B)$ 을 같게 하고,  $R$ 을 달리하게 하기 위해서 Test run #4에서의 방출구 폭  $b$ 를 작게 하였다. Test run #1에서 #3까지의 결과에서 운동량 프릭스비의 크기에 따라서 방출구 벽면 하류부의 온수 재순환 양상이 크게 달리함을 볼 수 있다. 온배수의 재순환 양상은 유속분포 및 초과온도 분포 양상과 더불어 분석하여야 하며, 유함수(Stream function,  $\psi$ ) 에 의한 유선의 분포를 통해 예측이 가능하다.

$$\partial\psi/\partial y = \rho u, \quad \partial\psi/\partial x = -\rho v$$

그림 4 및 5의 b)에서 등유함수 분포는 방출구 하류부의 유함수 값을 기준으로한 상대적인 값으로 방출구 벽면 하류부에 뚜렷한 온수의 재순환 양상을 보여주며  $M_0$ 가 같기에 그 양상이 유사하나, 다소 상이함은 방출유속이 Test run #4가 약 2배 정도 큰 값이기에 방출구 하류에서 생기는 강한 재순환으로 압력이 저하되면서 부력에 의한 하류부 확장을 저지하게 되어 상류측으로 휘게 됨을 유함수 값이 재순환 영역에서 달리함으로 미루어 짐작이 된다. 이는  $R$ 의 값이 부착거리,  $L$  에 또다른 변수로 작용함을 시사해 준다.

초과온도의 확산은 취.배수구 설계, 주변 생태계 및 환경관리 측면에서 매우 중요하다. 본 연구에서의  $k-1$  난류모델을 사용한 온배수 해석은 그림 3의 검증결과에서 보듯이 다소 차이는 있으나, 앞서 언급한 검증자료 및 모형의 제한성을 감안하면 실용성이 있다 사료된다. 그림 4 및 5의 c)는 초과온도 확산분포로 부력에 의한 중력확장의 고려가 다소 어려우나, 운동량에 의한 이송 및 확산이 잘 나타나고 있다. Test run #4의 경우는  $R$ 의 값은 크지만, 방출구 폭이 작아서 온수의 확산범위가 개수로 전단면에 걸쳐 분포하지 않고 가로흐름에 지배적인 영향으로 하류로 확장된다. 아울러  $R$ 의 값이 클에 따라 제트 방출구 하류부에 현저한 온수의 재순환 양상을 보여준다. 또한 초과온도의 상승폭이 작은 것은 작은운동량 프릭스비와 큰 밀도 Froude 수에 기인된다.

## 5. 결 론

$k-1$  난류모델을 이용한 수심적분 2차원 표면온배수 수치모형을 개발하여 정상성 가로흐름과 지형이 간단히 재현된 개수로 모형에 적용하였다. 개발된 수치모형의 수치실험결과는 수리모형 실험결과와 비교적 잘 일치하였다. 2차원적인 접근에 의해서 제트 저면에서의 포획연행, 성층화, 부력에 기인된 횡방향 증력확장 등을 고려 하기는 다소 어려우나,  $k-1$  난류모델에 의한 난류점성 및 확산 계수의 산정은 온수의 재순환 및 초과 온도상승 분포를 적절하게 모의 할 수 있어 본 연구에 의해 개발된 모형의 사용성을 제고시켰다.

## 참 고 문 헌

- 유동훈, 김창식, 1994.  $k-1$  난류모형을 이용한 연안류 수치해석, 한국해양.해양공학회지, 제6권, 제3호, pp. 234-244.
- 이남주, 최홍식, 이길성, 1994. 가로흐름 수역으로 방출되는 2차원 표면온배수 수치모형 비교연구, 한국해양.해양공학회지, 제6권, 제1호, pp. 40-50.
- 최홍식, 정경태, 소재귀, 이길성, 1993. 가로흐름 수역으로 방출되는 2차원 표면 온배수 난류모형, 한국해양.해양공학회지, 제5권, 제2호, pp.91-98.
- Blumberg, A.F., B. Galperin, and D.J.O'Connor, 1992. Modeling Vertical Structure of Open Channel Flow, *J. of Hyd. Eng.*, ASCE, Vol.118, No.8, pp.1119-1134.
- McGuirk, J.J. and W.Rodi, 1978. A Depth-averaged Mathematical Model for the Near Field of Side Discharge into Open-channel Flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.86, Part 4, pp. 761-781.
- Mikhail, R., V. H. Chu, and S. B. Savage, 1975. The Reattachment of a Two Dimensional Turbulent Jet in a Confined Crossflow, *Proc. 16th IAHR Cong.*, São Paulo, Brazil, Vol. 3.
- Rastogi, A.K. and W. Rodi, 1978. Prediction of Heat and Mass Transfer in Open Channels, *J. Hydraulics Div.*, ASCE, Vol. 104, No. HY3, pp.397-420.
- Gosman, A.D. and F.J.K. Ideriah, 1983. *TEACH-2E A General Computer Program for 2-Dimensional, Turbulent, Recirculating Flows*, Dept. of Mech. Eng., Imperial College, London, 1976, Revised by M. P. Arnal, Dept. of Mech. Eng., Univ. of California, Berkeley.
- Patankar, S. V., 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill.
- Patankar, S. V. and D. B. Spalding, 1972, A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15.
- Stuttgen, W. and N. Peters, 1986. Stability of Similarity Solutions by Two-equation Models of Turbulence, *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 6, pp.824-830.
- Vollmers, H. and J.C. Rotta, 1977. Similar Solutions of the Mean Velocity, Turbulent Energy and Length Scale Equation, *AIAA Journal*, Vol. 15, No. 5, pp.714-720.
- Yu, L.R. and S.N.Zhang, 1989. A New Depth-averaged Two-equation ( $k-w$ ) Turbulent Closure Model, *Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, Universal Academy, Inc.

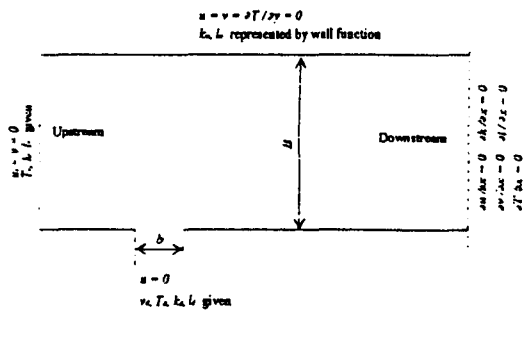


Fig. 1 Channel layout and associated boundary condition

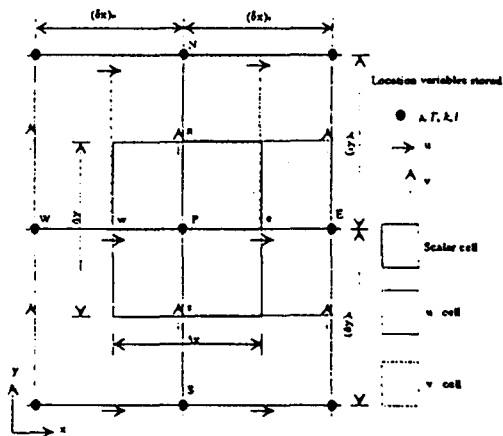


Fig. 2 Staggered finite-difference grid system

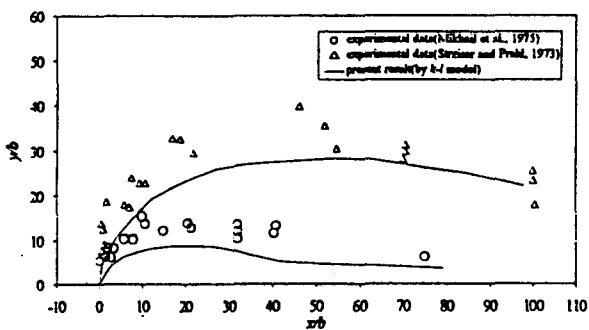
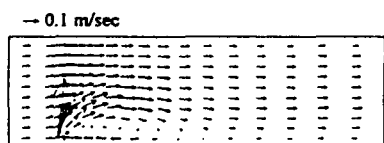


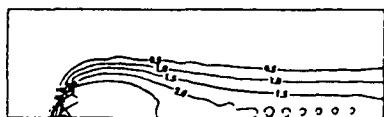
Fig. 3. Center-line trajectory



a) Flow pattern

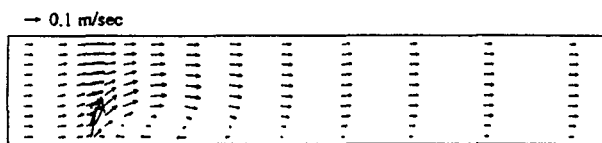


b) Streamline pattern

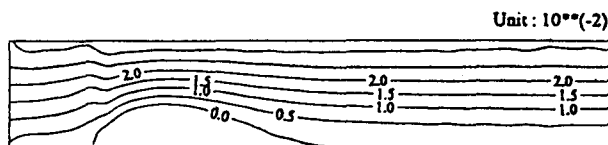


c) Excess temperature field

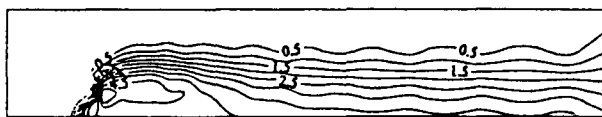
Fig. 4. Result of  $k-l$  turbulence model(Run # 4).



a) Flow pattern



b) Streamline pattern



c) Excess temperature field

Fig. 5 Result of  $k-l$  turbulence model(Run # 5).