

필릿 용접시 온도 분포 예측을 위한 해석적 연구

Analytical Solution for Transient Temperature Distribution in Fillet Welding

정선국*, 조형석**

* 거제전문대학 기계과

** 한국과학기술원 정밀공학과

1. 서론

아크용접은 기계공업 분야에서 많이 사용되는 공정이지만 아크의 강한 열과 빛 그리고 유해가스의 다량 방출 등으로 작업조건이 열악하여 많은 사람들이 기피하고있다. 그러므로 열악한 환경의 개선과 품질의 안정화를 위하여 자동화가 크게 요구되어왔다.

자동화를 위해서는 우선 용접 공정의 이해가 필요하다. 용접후 비드의 단면형상은 품질을 대변하는 좋은자료가된다. 그러나 용접 과정의 복잡한 물리적 현상 때문에 모델의 구성이 매우 어렵고 또한 수치해석은 계산시간이 많이 요구됨으로 공정의 모델로 이용하기는 어렵다. 이에따라 용접후 비드단면을 예측할 수 있는 해석해를 구할 수 있으면 매우 유용하다.

그리하여 준정적 상태에서 열전도방정식을 풀어 용융지 형상에 용접변수들의 영향을 구하는 연구는 오래전 부터 시도되었다[1]. 그 이후 분포열원, 상변태, 그리고 용융지 내에서 용융금속의 유동을 고려하였다. 그러나 이러한 내용들은 모두 준정적상태 하에서 연구되었다.

그리하여 이동하는 정규분포 열원하에서 반무한두께의 무한평판에서 과도상태의 온도분포를 예측하는 식을 유도 하였으나[2] 반무한두께 때문에 이면비드측은 예측이 불가능하였다.

그리하여 Boo[3]는 열전도방정식에 표면에서의 대류경계조건을 적용하여 유한두께의 무한평판에서 이동하는 분포열원하의 온도분포를 예측할 수 있는 해석해를 구하였다.

그러나 이상의 내용은 평판 위 비드용접에 관한 것이다. 실 산업에서 비드용접의 사용은 매우 제한적이다. 용접을 많이 사용하는 조선의 경우 총 용접중 83%를 필릿용접이다. 그러므로 필릿용접 공정에서 용접후 비드형상을 예측할 수 있는 해석해를 구하는것이 필요하다, 본 논문에서는 필릿용접부의 아크분포를 이변량정규분포로 가정하였다. 그리고 이 분포열원이 이동할때 유한두께의 평판에서 온도분포를 구할 수 있는 해석해를 유도하였다. 그리고 평판과 필릿용접사이의 사상함수를 구하였다. 사상함수를 이용하여 평판에서 구해진 온도분포를 필릿용접으로 사상 시켜 필릿용접에서의 온도분포를 예측할 수 있다. 사상함수는 용착금속이 존재하는 경우와 그렇지 아니한 경우로 유도하여 서로 비교하였다. 해석해의 검증을 위하여 시뮬레이션 과 실험을 하였으며. 그 결과 실제 용접과 동일한 경향을 보여주고있다.

2. 필릿 이음부의 과도 상태에서의 온도 분포

2.1 유한 두께의 무한 평판에서의 온도분포

필릿용접의 모재와 토치에 대한 좌표계는 Fig.1과 같다. X, Y, Z 는 모재 표면상의 고정 좌표계이고, x, y, z 는 아크중심 $(X_0, Y_0, 0)$ 에 원점을 둔 이동좌표계이다. 필릿용접부는 해석해를 구하기에는 형상이 복잡하여 다소 간단한 평판에서 해를 구한다음 그 결과를 필릿용접으로 사상시켜 필릿용접에서의 온도분포를 구하고자한다.

평판에서의 좌표계는 Fig.2와 같으며 여기서 U, V, W 와 u, v, w 는 Fig.1에서와 동일 개념이다. 평판에서의 지배방정식과 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} + \frac{\partial^2}{\partial w^2} \right) T \quad (1), \quad -k \frac{\partial T(U,V,0)}{\partial W} + h_1(T(U,V,0) - T_0) = 0 \quad (2)$$

$$k \frac{\partial T(U,V,d)}{\partial W} + h_2(T(U,V,d) - T_0) = 0 \quad (3), \quad \text{여기서 } \alpha = k/\rho c \text{ 이며 } T \text{는 온도이고 } \rho, c, k$$

는 온도 T 에서 모재의 밀도, 비열, 열전도율이며 t 는 시간이다. h_1, h_2 는 각각 모재표면에서의 유효대류계수이다. 또한 열원에서 무한히 먼곳과 초기의 온도는 상온으로 가정하면 다음 두 식이 주어진다. $\lim_{t \rightarrow \infty} T(U, V, W, t) = T_0 \quad (4), \quad T(U, V, W, 0) = T_0 \quad (5).$

그리고 아크에 의해 발생하는 열의 분포는 Fig.3과 같은 이변량정규분포로 가정하였다. 그러면 열원의 분포는 다음과 같다. $Q(u,v,t) = \frac{q(t)}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\sigma_v^2 u^2 + \sigma_u^2 v^2}{2\sigma^4}\right) \quad (6)$

윗식들을 만족시키는 해를 구하면 이변량정규분포를 지닌 이동하는 열원하에서 평판에서의 온도분포를 예측할 수 있다. 그리하여 온도분포를 구하면 다음과 같다.

$$T(u, v, w, t) - T_0 = \int_0^t \frac{q(t_1)}{\pi \rho c d} \cdot \frac{\sigma^2}{\sqrt{\sigma^4 + 2\alpha(t-t_1)\sigma_v^2} \cdot \sqrt{\sigma^4 + 2\alpha(t-t_1)\sigma_u^2}} \cdot \exp\left[-\frac{(\sigma_v^2 + 2\alpha(t-t_1))[u+U_a(t)-U_a(t_1)]^2 + (\sigma_u^2 + 2\alpha(t-t_1))[V+V_a(t)-V_a(t_1)]^2}{2(\sigma_v^2 + 2\alpha(t-t_1)) \cdot (\sigma_u^2 + 2\alpha(t-t_1))}\right] \cdot \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(-\mu_n^2(t-t_1)) \cdot \left(\cos\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{\alpha}}w\right) + \frac{\beta_1\sqrt{\alpha}}{\mu_n} \sin\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{\alpha}}w\right)\right) dt_1 \quad (7)$$

2.2 평판 과 필릿 이음 사이의 사상함수

식(7)은 평판에 열원이 가해진 경우 시간 t 에서의 온도분포이다. 그러므로 식(7)에서 구한 $T(u, v, w, t)$ 값을 $T(x, y, z, t)$ 로 사상을 시킨다. 용착금속을 고려하지않는 경우는 사상함수를 구하기위하여 Fig.4와 같이 복소평면을 도입한다. 구해진 사상함수는 다음과 같다.

$$R = e^{\frac{\pi}{d}w} \quad (8), \quad Z = -\frac{2C}{\sqrt{a}} \sin^{-1}\left(\frac{a(R-1)}{R(a+1)}\right)^{\frac{1}{2}} + C \ln \frac{\sqrt{R+a} + \sqrt{R-1}}{\sqrt{R+a} - \sqrt{R-1}} \quad (9)$$

윗 식에서 상수 $C=H/\pi$, $a=(H/h)^2$ 이다. Fig. 5는 위의 사상함수를 이용하여 사상시킨 예를 보여주고있다. 용착금속을 고려하는 경우는 사상함수를 구하기위하여 Fig. 6과 같이 세 개의 복소평면을 도입한다. 구해진 사상함수는 다음과 같다.

$$R = a \cdot \frac{e^{\frac{\pi(W-d\xi)/d+1}}{e^{\frac{\pi(W-d\xi)/d-1}}} \quad (10), \quad Z = K \int_0^R \frac{(\xi^2-1)^{1/4}}{(\xi^2-a^2)} d\xi + C \quad (11)$$

Fig. 7은 위의 사상함수를 이용하여 사상시킨 예를 보여주고있다.

2.3 무한 평판에서의 분포 열원

필릿 용접부의 온도를 알기 위하여 우선 무한 평판에서 온도를 구하여야 한다. 이를 위하여 x, y, z 좌표상의 $q(t), \sigma_x, \sigma_y$ 에 해당하는 u, v, w 좌표상의 $q_u(t), \sigma_u, \sigma_v$ 를 구하여야 한다. 용접선 방향으로 $\sigma_x = \sigma_u$ 이며 총 입열량은 동일하여 σ_v 만 구하면 된다. 이때 열원의 분포는 단순히 분포 정수가 다른 이 변량 정규 분포로 가정한다.

2.4 필릿용접에서의 온도 분포

위에서 구한 사상함수는 기하학적 사상이며 물리적인 변환이 아니다. 그러므로 사상될 때 두 평면 상의 대응하는 두 미소 영역을 통과하는 총 열량은 동일하다는 에너지 방정식을 적용한다. 그러므로 용착금속을 고려하지 않은 경우 각 점에서는 다음 식을 만족하게 된다.

$$T(x, y, z, t) = T(u, v, w, t) \times \left| \frac{dW}{dZ} \right| \quad \text{여기서 } \frac{\pi}{d} v = A, \quad \frac{\pi}{d} w = B \text{ 로 두면}$$

$$T(x, y, z, t) = T(u, v, w, t) \cdot \frac{d}{H} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{(e^A \cdot \cos B + a)^2 + (e^A \cdot \sin B)^2}}{\sqrt{(e^A \cdot \cos B - 1)^2 + (e^A \cdot \sin B)^2}}} \quad (12)$$

3. 시뮬레이션

필릿 용접시 과도 상태의 온도 분포에 영향을 미치는 여러가지 인자들의 영향을 검토하였다. 이때 분포 정수 값은 $\sigma_x = \sigma_y = 4.25\text{mm}$ 그리고 아크 효율은 78%로 결정하였다.

4. 실험

해석해의 정확성을 검증하기 위하여 FCA 용접으로 실험을 수행하여 대표적인 사진은 Fig. 8과 같다. A1 변태점 (723°C)과 고상선 (1495°C)을 관찰하여 Fig. 9와 같이 비교하였다.

5. 검토 및 결과

해석해와 실험의 비교는 Fig. 9와 같다. 용착금속을 고려하지 않은 경우 계산은 실험에 비하여 목부분에서 용입이 깊고 각장은 적다. 해석해에서는 열원이 모재의 표면에 직접 가해지지만 실제 용접시는 용융금속이 형성되면 아크는 용착금속의 윗면에 가해지고 용융금속을 통한 열전달에 의하여 모재에 전달된다. 그러므로 목부분에서는 가장 먼저 용융금속이 형성되므로 초기의 짧은 순간 이외에는 더 이상 용융이 불가능하다. 그러므로 실제 용접시 목부분에서는 용입이 얇고 쉽게 결합이 발생된다. 그리고 열영향부의 형상은 축대칭이지만 실제는 두 부재의 이음부에 불연속 부위가 존재하여 비대칭으로 나타난다.

6. 참고문헌

1. Daniel Rosenthal, : "Mathematical Theory of Heat Distribution during Welding and Cutting", Welding Research Supplement, MAY 1941, pp. 220-234
2. T. W. Eager, and N. S. Tsai : "Temperature Fields Produced by Traveling Distributed Heat Sources", Welding Research Supplement, DEC 1983, pp. 346-355
3. K. S. Boo, : "Transient Temperature Distribution in Arc Welding of Finite Thickness Plates", IMechE J. of Eng. Manufacture, Vol 204, 1990, pp. 175- 183

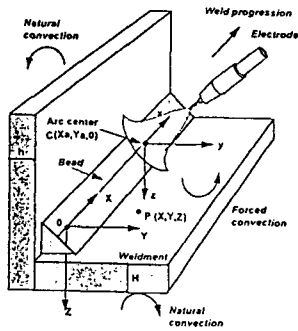


Fig. 1 Coordinates of the weldment for analysis

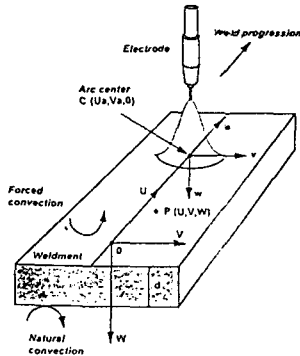
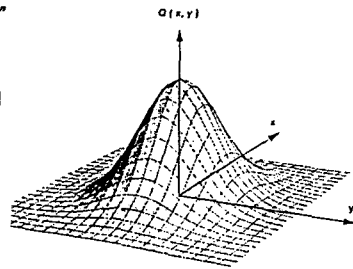
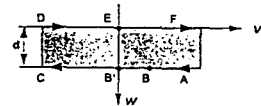


Fig. 2 The transformed coordinates

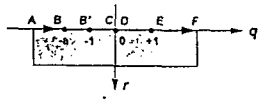


$$Q(x, y, t) = \frac{q(t)}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left[-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)\right]$$

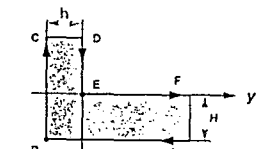
Fig. 3 The bivariate Gaussian distributed heat source



(a) Complex $W = v + w_i$

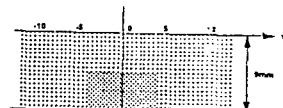


(b) Complex $R = q + r_i$

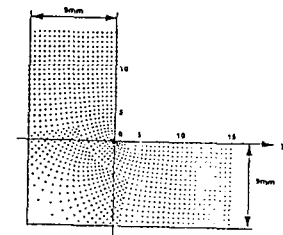


(c) Complex $Z = y + z_i$

Fig. 4 The complex planes used for mapping

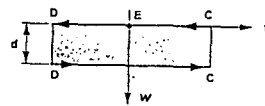


(a)

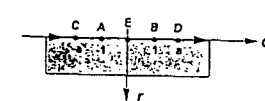


(b)

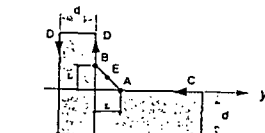
Fig. 5 Schematic illustration of conformal mapping. A—transformed plane, $W = v + w_i$; B—physical plane, $Z = y + z_i$.



(a) Complex $W = v + w_i$

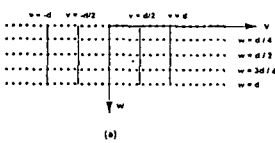


(b) Complex $R = q + r_i$

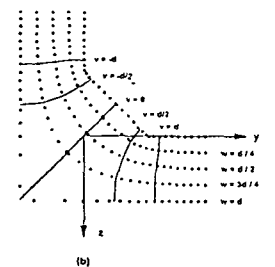


(c) Complex $Z = y + z_i$

Fig. 6 The complex planes used for mapping



(a)



(b)

Fig. 7 Schematic illustration of conformal mapping. A—transformed plane, $W = v + w_i$; B—physical plane, $Z = y + z_i$.

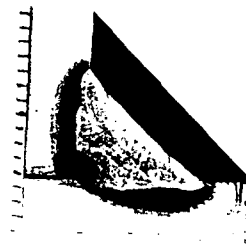


Fig. 8 Cross sectional views of weldment for various distances from arc start point (current: 240 A, voltage: 30 V, travel speed: 5 mm/sec)

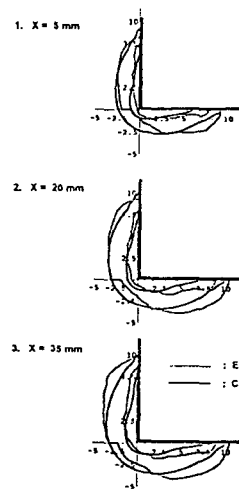


Fig. 9 Temperature distributions on cross section for various distances from arc start point (distribution parameter: 4.25 mm, arc efficiency: 78 %, current: 240 A, voltage: 30 V, travel speed: 5 mm/sec)