

조건부 퍼지수를 이용한 교육 평가 방법에 관한 연구

A Study on Education Evaluation Method using Conditioned Fuzzy Number

윤 경희*
Kyunghye Yoon

김 선희*
Sunhee Kim

원 성현**
Sunghyun Won

정 환목*
Hwanmook Chung

ABSTRACT

In CAI, it is very important to evaluate the grade of understanding which students reach about the scope of problem which students are studying. In this paper, to find out students' learning achievement, we make students reply to test which the system presents and then lead evaluation result using fuzzy number about answer result. Besides, we define the degree of prior knowledge of students as conditioned fuzzy number and use existing fuzzy accuracy production function before the stage of using fuzzy number. Next, we apply conditioned fuzzy number to accuracy degree of answer produces by this function. Through this, we come to the conclusion that evaluation result as to the same answer result is changed according to the degree of prior knowledge about the scope which students are studying.

I. 서론

최신 컴퓨터 기술의 발달로 CAI(Computer Assisted Instruction)의 보급은 날로 증대되고 있는 실정이다. 그런데 CAI가 인간 교사의 역할을 훌륭히 대행하도록 하기 위해서는 지능적인 CAI일 필요가 있고, 실제로 여러 컴퓨터 이론(퍼지 이론, 신경망 등)을 이용하여 지능형 CAI(즉, Intelligent CAI)에 대한 개발이 한창이다[1-4].

인간 교사의 수업 활동을 컴퓨터로 모델링하는데 있어서 가장 문제가 되는 것은 그 속에 포함되어 있는 주관적인 성분이다. 특히, 학생의 학습 성취도에 대한 평가에는 많은 주관적인 요소가 포함되어 있다. 예를 들면, 테스트를 위해 출제된 문제의 중요도, 복잡도 등도 주관성을 매우 많이 포함하고 있고, 응답 결과에 적합한 성취도 평가에도 마찬가지로이다[5].

1965년 자데에 의해 소개된 퍼지 집합론 개념은 실세계의 애매모호한 현상들을 수학적으로 다루는 근거를 마련했고, 현재 공학 등의 분야에 폭넓게 응용되고 있다[6].

* 대구효성가톨릭대학교 전자계산학과
(Department of Computer Science, Catholic Univ. of Taegu Hyosung)

** 지산전문대학 전산정보처리과
(Department of Computer Information Processing, Jisan Junior College)

본 논문에서는, 퍼지 이론을 이용하여 학습 성취도 평가 전략을 수립한다. 최종적인 평가를 위해서는 다음과 같은 몇가지 단계가 필요하다. 첫째, 일정한 학습이 진행된 후, 시스템은 학습자에게 테스트를 위해 문제를 제시한다. 이 때, 출제된 문제에는 기본적으로 중요도, 복잡도 등의 주관적인 요소가 포함되어 있기 때문에 이들 요소에 대해서도 평가에 반영할 수 있는 근거가 있어야 한다. 둘째, 학습자는 제시된 문제를 풀어야 한다. 이 때, 문제를 푸는데 소요되는 시간에 편차가 있고, 경우에 따라서는 제한 시간 내에 문제가 해결되지 않는 경우도 있다. 이와 같은 문제 해결 속도에 대한 주관성의 해결 방안이 모색되어야 한다. 셋째, 테스트에 응한 학습자가 이전에 동일한 문제 영역에 대해 어떠한 방법이든지 지식을 습득할 가능성이 있다. 이 사전 지식에 대한 가능성을 어떻게 반영할 것인가를 정형화해야 한다. 이 중 첫째와 둘째 단계에 대해서는 본인 등에 의한 기존의 연구[8] 결과를 이용하고, 본 논문에서는 세번째로 언급한 학습자(혹은 응답자)의 사전 지식을 어떻게 평가에 반영할 것인가에 대해 논의하기로 한다.

II. 기존의 정확도 산출 함수

2.1 정확도를 위한 기존의 연구[7,8]

본인 등은 학습 성취도 평가를 위해, 시스템이 학습자에게 문제를 제시하고, 학습자는 제시된 문제를 해결하는 과정에서 응답의 정확도를 산출하기 위해 정확도 산출 함수를 제안한 바 있다. 이를 위한 식은 다음과 같다. 이와 관련된 그림의 식은 참고 문헌 [8]을 참고하기 바란다.

$$P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\} \quad (1)$$

$$P_i = \{P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{im}\} \quad , \quad 1 \leq i \leq n, \quad 1 \leq j \leq m \quad (2)$$

(단, P는 제시된 문제 영역, P_i는 제시된 문제 영역 내의 임의의 문항,
P_{ij}는 각 문항 P_i에 포함되는 부문항)

$$COR(P) = \{ (P_1, COR(P_1)), (P_2, COR(P_2)), \dots, (P_n, COR(P_n)) \} \quad (3)$$

$$= \bigcup_{i=1}^n \{P_i, \sum_{j=1}^m (\mu_{P_{ij}} \times \mu_{T_{ij}})\}$$

(단, $\mu_{P_{ij}}$ 는 i번째 문항의 j번째 부문항의 정답 여부에 대한 귀속도로 정답이면 1, 아니면 0

P_i는 i번째 문항, '∑'는 대수적 합, '∪'는 집합, '×'는 대수적 곱,

$\mu_{T_{ij}}$ 는 P_{ij}를 해결하는데 소요된 시간에 대한 귀속도를 의미)

이 때, $\mu_{T_{ij}}$ 는 변형된 시그모이드 함수로 구한다.

$$ICOR(P) = \bigcup_{i=1}^n \{P_i, \sum_{j=1}^m (\mu_{P_{ij}} \times \mu_{T_{ij}}^k)\} \quad (4)$$

(단, k는 중요도가 '중요하다'인 경우는 1/2, '보통이다'인 경우는 1,
'중요하지 않다'인 경우는 2로 정의)

$$ICCOR(P) = \bigcup_{i=1}^n \{P_i, \sum_{j=1}^m (\mu_{P_{ij}} \times \mu_{T_{ij}}^k)\} \quad (5)$$

이 때, $\mu_{T_{ij}}$ 는 참고 문헌 [8]로 다시 정의한다.

2.2 평가 함수[8]

평가를 위해서는 먼저 다음과 같은 5개의 퍼지 변수를 위한 귀속 함수를 정의한다.

$$\begin{aligned}
\text{'VERY GOOD'} &= x^2 & (x = 1) \\
\text{'GOOD'} &= x & (0 \leq x < 1) \\
\text{'MEDIUM'} &= 2x & (0 \leq x \leq 0.5) \\
&= -2x+2 & (0.5 \leq x \leq 1) \\
\text{'BAD'} &= -x+1 & (0 \leq x \leq 1) \\
\text{'VERY BAD'} &= (-x+1)^2 & (x = 0)
\end{aligned} \tag{6}$$

2.3 퍼지적 평가

산출된 정확도를 정규화한 후, 이에 맞는 언어적 평가 결과를 수립하기 위해서는 다음 식 (7)에 의해, 먼저 문항 P에 대한 평균 정확도 AVER(P)를 구하고 여기에 평가 함수를 적용한 EVAL(P)를 구한다.

$$AVER(P) = (\sum_{i=1}^n \text{NORM}(\text{COR}(P_i)))/n \tag{7}$$

$$EVAL(P) = \text{FUZSET}_j(\text{MAX}_{j=1}^k(\text{AVER}(P)))$$

(단, FUZSET_j(MAX(AVER(P)))은 여러개의 평가 함수 중, 문제 영역 P의 평균 정확도 AVER(P)이 최대 귀속도를 보이는 퍼지 언어 변수를 의미)

III. 조건부 퍼지수

본 절에서는 테스트에 응한 학습자의 문제 영역에 대한 사전 지식을 반영하기 위해 조건부 퍼지수를 제안한다. 조건부 퍼지수란 수치적인 평가 결과인 AVER(P)에 대해 문제 영역 P에 대해 사전에 이해하고 있는 정도를 퍼지수로 나타낸 것으로 이를 조건으로 하여 AVER(P)에 변화로도모한다.

3.1 조건부 퍼지수

문제 영역 P에 대한 사전 지식에 대한 퍼지수를 PRIOR(P)라 하고 현재까지의 수치적 평가 결과를 AVER(P)라 하자. 여기서, PRIOR(P)는 0.5를 기준으로 하여 이보다 크면 현재의 문제 영역에 대해 비교적 많이 알고 있는 것으로, 이보다 작으면 비교적 모르는 상태로 받아들일 수 있다. 그래서, 사전 지식을 조건으로 하는 새로운 평가 결과 CON(P)는 AVER(P)|PRIOR(P)라 하고 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
\text{CON}(P) &= \text{AVER}(P)|\text{PRIOR}(P) \\
&= \begin{cases} 1-\text{PRIOR}(P) \times (1-\text{AVER}(P)) & : \text{PRIOR}(P) < 0.5 \\ (\text{AVER}(P)-\text{AVER}(P) \times \text{PRIOR}(P))/\text{PRIOR}(P) & : \text{PRIOR}(P) \geq 0.5 \end{cases} \tag{8}
\end{aligned}$$

식 (8)에 의하면 PRIOR(P)가 0.5일 때는 CON(P)는 항상 AVER(P)와 동일하다. 이는 사전 지식에 대한 퍼지수가 0.5라고 하는 것은 사전 지식의 많고 적음을 단정할 수 없는 중간값이기 때문이다. 그러나, PRIOR(P)가 0.5보다 큰 상태에서 증가하면 할수록 CON(P)의 값은 감소하고 반대로, 0.5보다 작은 상태에서 감소하면 감소할수록 CON(P)의 값은 증가한다.

IV. 조건부 퍼지수의 적용 예와 결과의 토론

앞서 제안한 조건부 퍼지수를 대구 지역 국민학교 4학년 학생들에게 모의실험을 통하여 적용한 결과를 검토해보자.

4.1 모의실험

전체 문항은 다음과 같이 각 5개의 부문항을 갖는 문항 5개로 구성하였고, 각 문항에 대한 복잡도와 중요도도 부여하였다.

표 4-1. 출제된 문항들과 그들의 중요도와 복잡도(제한 시간 10초-40초)

P.	S.P.		1		2		3		4		5				
	문제 내용	복잡도	문제 내용	중요도	문제 내용	중요도	문제 내용	중요도	문제 내용	중요도	문제 내용	중요도			
1	14+13+12	S	NI	48+26+5	M	M	128+4	M	M	190+35+120	C	M	550+270+340	C	I
2	48-16-13	S	NI	56-18-23	M	M	73-(25-18)	M	M	(39+25)-(28+13)	C	M	36+24-33+46	C	I
3	5*6*3	S	NI	14*2*3	M	M	4+18*7	M	M	85-8*24	C	M	12*7+156	C	I
4	12+3+2	S	NI	125+25	M	M	75+5	M	M	(120+8)+8	C	M	5*12+6	C	I
5	(8-5)*(12+4)	S	NI	13+20+5-10	M	M	17*4-64+16	M	M	15+37+9	C	M	7*8+28*3+2	C	I

(단, P.는 문항이고, S.P.는 부문항, '복'은 복잡도, '중'은 중요도
I는 'IMPORTANT', M은 'MEDIUM', NI는 'NOT IMPORTANT',
C는 'COMPLEX', M은 'MEDIUM', S는 'SIMPLE')

4.2 문항 P에 대한 정확도의 평균

본 절에서는 중요도와 복잡도는 고려하지 않고, 단지 제한 시간 내에 응답한 결과에 대한 정확도 COR(P), 중요도를 고려한 경우의 정확도 ICOR(P), 중요도와 복잡도를 고려한 경우의 정확도 ICCOR(P)에 대한 평가 결과를 구한다.

표 4-2. COR(P) (하한 시간 : 10(초), 상한 시간 : 40(초))

P.	S.P.	R./W.	S.T.	μ_{Tij}	NORM(COR(P _i))	AVER(P)	EVAL(P)
P ₁	P ₁₁	○	05	1	0.525	0.618	M
	P ₁₂	○	05	1			
	P ₁₃	×	05	1			
	P ₁₄	×	09	1			
	P ₁₅	○	23	0.624			
P ₂	P ₂₁	○	05	1	0.8	0.618	M
	P ₂₂	○	09	1			
	P ₂₃	○	05	1			
	P ₂₄	×	11	0.998			
	P ₂₅	○	11	0.998			
P ₃	P ₃₁	×	05	1	0.6	0.618	M
	P ₃₂	○	07	1			
	P ₃₃	○	09	1			
	P ₃₄	×	20	0.778			
	P ₃₅	○	09	1			
P ₄	P ₄₁	○	07	1	0.764	0.618	M
	P ₄₂	○	10	1			
	P ₄₃	×	08	1			
	P ₄₄	○	19	0.82			
	P ₄₅	○	04	1			
P ₅	P ₅₁	○	08	1	0.4	0.618	M
	P ₅₂	×	93	0			
	P ₅₃	×	13	0.98			
	P ₅₄	○	06	1			
	P ₅₅	×	10	1			

(단, R./W. is 정답/오답 여부, ○은 정답인 경우, ×는 오답인 경우, S.T.는 문제 풀이 시간, EVAL(P)에서 'M'은 MEDIUM, 'G'는 GOOD, 'B'는 BAD를 의미)

표 4-3. ICOR(P) (하한 시간 : 10(초), 상한 시간 : 40(초))

P.	S.P.	R/W.	IMPO.	S.T.	μ_{Tij}	$(\mu_{Tij})^k$	NORM(ICOR(P _i))	AVER(P)	EVAL(P)
P ₁	P ₁₁	○	NI	05	1	1	0.558	0.624	M
	P ₁₂	○	M	05	1	1			
	P ₁₃	×	M	05	1	1			
	P ₁₄	×	M	09	1	1			
	P ₁₅	○	I	23	0.624	0.79			
P ₂	P ₂₁	○	NI	05	1	1	0.8		
	P ₂₂	○	M	09	1	1			
	P ₂₃	○	M	05	1	1			
	P ₂₄	×	M	11	0.998	0.998			
	P ₂₅	○	I	11	0.998	0.999			
P ₃	P ₃₁	×	NI	05	1	1	0.6		
	P ₃₂	○	M	07	1	1			
	P ₃₃	○	M	09	1	1			
	P ₃₄	×	M	20	0.778	0.778			
	P ₃₅	○	I	09	1	1			
P ₄	P ₄₁	○	NI	07	1	1	0.764		
	P ₄₂	○	M	10	1	1			
	P ₄₃	×	M	08	1	1			
	P ₄₄	○	M	19	0.82	0.82			
	P ₄₅	○	I	04	1	1			
P ₅	P ₅₁	○	NI	08	1	1	0.4		
	P ₅₂	×	M	93	0	0			
	P ₅₃	×	M	13	0.98	0.98			
	P ₅₄	○	M	06	1	1			
	P ₅₅	×	I	10	1	1			

표 4-4. ICCOR(P) (하한 시간 : 10(초), 상한 시간 : 40(초))

P.	S.P.	R/W.	IMPO.	COMP.	S.T.	μ_{Tij}	$(\mu_{Tij})^k$	NORM(ICCOR(P _i))	AVER(P)	EVAL(P)
P ₁	P ₁₁	○	NI	S	05	1	1	0.589	0.637	M
	P ₁₂	○	M	M	05	1	1			
	P ₁₃	×	M	M	05	1	1			
	P ₁₄	×	M	C	09	1	1			
	P ₁₅	○	I	C	23	0.624	0.79			
P ₂	P ₂₁	○	NI	S	05	1	1	0.8		
	P ₂₂	○	M	M	09	1	1			
	P ₂₃	○	M	M	05	1	1			
	P ₂₄	×	M	C	11	0.998	0.998			
	P ₂₅	○	I	C	11	0.998	0.999			
P ₃	P ₃₁	×	NI	S	05	1	1	0.6		
	P ₃₂	○	M	M	07	1	1			
	P ₃₃	○	M	M	09	1	1			
	P ₃₄	×	M	C	20	0.778	0.778			
	P ₃₅	○	I	C	09	1	1			
P ₄	P ₄₁	○	NI	S	07	1	1	0.796		
	P ₄₂	○	M	M	10	1	1			
	P ₄₃	×	M	M	08	1	1			
	P ₄₄	○	M	C	19	0.82	0.82			
	P ₄₅	○	I	C	04	1	1			
P ₅	P ₅₁	○	NI	S	08	1	1	0.4		
	P ₅₂	×	M	M	93	0	0			
	P ₅₃	×	M	M	13	0.98	0.98			
	P ₅₄	○	M	C	06	1	1			
	P ₅₅	×	I	C	10	1	1			

4.3 조건부 퍼지수를 이용한 평가

식 (8)을 이용하여, (표 4-2)~(표 4-4)의 결과를 조건부 퍼지수로 변환하여 먼저 수치 평가하고 다시 그 결과를 퍼지 언어 변수로 평가한다.

표 4-5. 조건부 퍼지수를 이용한 문제 영역 P의 평균 정확도

PRIOR(P)	0.1		0.2		0.3		0.4		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9	
	정확도	평가	정확도	평가	정확도	평가	정확도	평가	정확도	평가	정확도	평가	정확도	평가	정확도	평가	정확도	평가
0.618	.962	G	.924	G	.885	G	.847	G	.618	M	.412	M	.265	B	.154	B	.069	B
0.624	.962	G	.925	G	.887	G	.850	G	.624	M	.416	M	.268	B	.156	B	.069	B
0.637	.964	G	.927	G	.891	G	.855	G	.637	M	.425	M	.273	B	.159	B	.071	B

4.4 결과의 토론

4.2 절에서 논의된 결과는 조건부 퍼지수를 이용하여 계산한 결과, 4.3 절의 표 4-5의 결과로 나타났다. 이는 표 4-2~표 4-4의 사전 지식을 고려하지 않은 경우와는 다른 결과를 보임을 알 수 있다. 특히, PRIOR(P)가 0.5일 때는 EVAL(P)와 표 4-5의 결과가 일치하였으나 그 밖의 결과는 대부분 일치하지 않음을 알 수 있고, 그 이유는 학습자의 해당 문제 영역에 대한 사전 지식 이 어느 정도인가에 따라 산출된 조건부 퍼지수가 다르기 때문이다.

V. 결론 및 향후 연구

본 논문에서는 학습자가 주어진 문항에 대해 응답한 결과를 놓고 단순하게 정확도에 의한 평가를 하는 것이 아니고, 학습자의 문제 영역에 대한 사전 지식을 조건부 퍼지수로 고려하여 새롭게 산출했다. 이는 기존의 연구 결과가 사전 지식의 유무 혹은 그 정도의 차이를 전혀 고려하지 않고 학습 성취도를 구한 것의 한계를 보완하고 있다.

그러나, 본 논문에서는 학습자의 사전 지식을 퍼지수로 처리하는 과정에서 학습자의 해당 학습 영역에 대한 지식 수준을 특정 퍼지수로 가정했기 때문에, 인간의 지적 상태를 퍼지화하는 과정을 설명하지는 못했다. 향후로는, 이에 대한 연구가 필요하고 또한 본 연구에서 수행한 결과를 실제 인간 교사의 학습 활동과 비교하는 작업이 필요하다.

VI. 참고문헌

- [1] Toshio Okamoto, "The Current Situations and Future Directions of Intelligent CAI Research/Development", IEICE Trans. Inf. & Syst., Vol.E77-D, No.1, pp.9-18, Jan., 1994.
- [2] G.Kearsley, *Artificial Intelligence and Instruction : Application and Method*, Addison Wesley Publishing Company, 1987.
- [3] A.Barr & E.A.Feigenbaum, *The Handbook of Artificial Intelligence*, Vol.2, pp.225-294, William Kaufmann Inc., 1981.
- [4] 박성익, *컴퓨터 보조 교육 공학 -방법·개발·적용-*, 교육과학사, 1988.
- [5] 山下 元, 清水 誠一, "ファジィ理論を應用した評價システム -ファジィ推論による書藝の評價法-", Tech. Report of IEICE ET93-21(1993-05), pp.19-24, 1993.
- [6] L.A.Zadeh, "Fuzzy Sets", *Information & Control*, Vol.8, pp.338-353, 1965.
- [7] L.A.Zadeh, "A Fuzzy-Algorithmic Approach to the Definition of Complex or Imprecise Concepts", *Int.Journal of Man-Machine Studies*, Vol.8, pp.249-291, 1976.
- [8] 신동희, 원성현, 최성혜, 정환목, "지능형 교수 시스템에서 학습자의 인지 상태와 평가 방법에 대한 퍼지 적용", '94 한국퍼지시스템학회 추계학술대회 논문집, Vol.4, No.2, pp.152-156, 1994.