

콘크리트의 변형을 국소화에 관한 연구

A Study on the Strain Localization of Concrete

○서 철*
Seo, Chul

변근주**
Byun, Keun-Joo

송하원***
Song, Ha-Won

A B S T R A C T

Strain localization is important phenomenon since it governs the total behavior or ultimate loads in various kinds of engineering problems. Establishment of an analysis method for strain localization phenomena is also of great concern for expansion of fracture mechanics of concrete. Inside zone of localization, a decrease in stress is accompanied by an increase in strain ; outside the strain decreases. All deformation localize in finite small bands before fracture occurs. It has been pointed out that this localization phenomenon cannot be predicted by both the classical stress-strain formulation and the linear elastic fracture mechanics.

In this paper, a simple one dimensional model including localized deformation zone is studied under compressive and tensile loading. When the model is loaded, localization is assumed to occur uniformly in a finite region and material outside the localization zone is modelled as elastic unloading occurs. Size effects of effective elastic moduli under compression and tension in localization zone are examined.

1. 서론

변형의 국소화는 콘크리트를 포함한 여러가지 재료에 공통으로 관찰되는 현상으로서 대부분의 경우 구조물의 극한내하력 또는 재료의 강도를 지배한다. 그러므로 그 예측을 가능하게 하는 역학이론과 해석수법을 확립하는 것은 공학적으로 중요한 과제이다. 콘크리트의 경우 변형률국소화(strain localization)는 압축과 인장이 크게 차이가 있는 특징이 있다. 콘크리트의 압축파괴현상을 살펴보면 변형이 균일한 모드에서 불균일하게 이행하면서 파괴패턴이 형성되며 하중이 최대가 되는 정점까지의 과정과 정점이후의 연화과정으로 나누어진다. 이때 최대치 이전의 하중까지는 변형현상이 재료의

거동을 나타내어 연속체이론을 적용할 수 있는 범위이다. 그러나 정점이후에는 국소화된 영역이 형성되어 국소화된 영역에서는 응력의 감소에도 불구하고 변형률이 증가하며 그 외의 영역에서는 변형률이 감소하여 전체적인 거동이 구조적거동을 나타낸다. 콘크리트의 인장파괴현상을 살펴보면 인장하중의 방향에 수직인 방향으로의 많은 수의 균열이 발생한 후 하중의 증가와 함께 그 중에서 어느 균열의 균열개구변위가 한계균열개구변위에 도달하면서 이 균열로의 국소화현상이 발생하여 궁극적인 파괴에 도달한다. 따라서 정점이후의 파괴패턴을 연속체역학만을 적용하기는 불충분하고 국소화현상을 포함한 역학이론이 필요하다. 또한 변형률 국소화나 이에 따른 균열의 성장의 현상을 지배하는 경우 반드시 크기효과가 나타난다. 즉 구조물이 커짐에 따라 공칭응력으로서의 강도는 감소하므로

* : 정희원, 연세대학교 토목공학과 석사과정

** : 정희원, 연세대학교 토목공학과 교수

*** : 정희원, 연세대학교 토목공학과 조교수

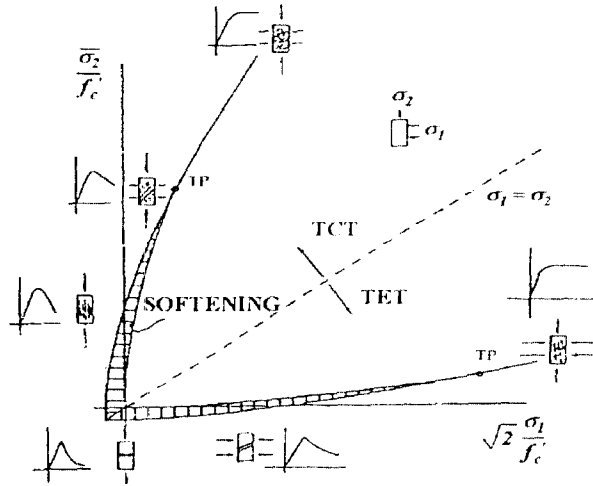


그림 1. 삼축압축 및 인장하중하에서의 콘크리트의 파괴형태¹⁾

크기효과의 원인을 파악하여 변형의 국소화 현상과 균열의 진행을 해석에 포함하지 않는 한 실내실험을 기초로 한 대형 콘크리트 구조물의 최대하중을 산정하는 것은 무리가 있다. 이와 같이 변형의 국소화현상은 진행성파괴의 문제와 함께 콘크리트강도의 크기효과를 포함한 공학적인 문제로서의 중요성도 갖고 있다.

2. 콘크리트의 압축 및 인장파괴

콘크리트 시편의 삼축압축 및 인장실험을 통하여, 응력평면에서의 파괴형태를 규명하여보면 그림 1과 같다. 이 실험결과에서 사실상 강도의 감소가 거의 발견되지 않는 큰 연성파괴의 지배영역으로부터 거시적인 강도의 연화가 나타나는 취연성파괴로의 천이점(TP)이 발견된다. 천이점 이후의 파괴영역은 매우 연성으로 나타나고 있으며, 이에 따라 천이점 이후 즉 구속압이 비교적 강하게 작용하는 경우에 있어서는 연화현상에 의한 변형률국소화현상이 거의 발견되지 않고 있다. 이러한 천이점 이후의 유사거동에도 불구하고, 천이점 이전의 영역에서는 변형률 국소화 현상에 있어서 압축거동과 인장거동은 현저한 차이점을 보인다. 그림 1에서와 같이 인장거동에서는 변형률의 거의 완전한 국소화로 인한 완전한 불연속면이 생성되는 반면에 압축거동에서는 변형률의 불완전 국소화로 인하여 국소화영역은 완벽한 불연속면을 갖추지 못하고 띠의

형태로 나타나게 된다. 또한, 이와 같이 불연속면을 가지는 인장파괴시 콘크리트는 균열면에서 인장응력이 인장강도에 도달한 이후에도 균열면에서 응력이 전달된다. 균열면에서의 전달응력이 인장강도에 도달한 후에는 균열개구변위의 증가에 따른 균열면에서의 전달응력의 감소현상이 일어나게 되는데, 이를 인장연화(tension softening)현상이라고 하며, 균열면 전달응력과 탄성변형을 제외한 균열개구변위와의 관계를 나타내는 곡선을 인장연화곡선(tension softening curve)라 하며, 콘크리트의 파괴에 관한 특성을 결정하는 중요한 인자의 하나로 작용한다.²⁾

이와 같은 콘크리트의 물리적특성을 발현하기 위하여는 전통적이고 일반적인 등가응력변형률의 관계를 확장하여야만 한다.

3. 대표체적요소의 평균응력 및 변형률

대표체적요소에 대한 평균응력 및 변형률의 관계는 다음과 같이 유도된다.

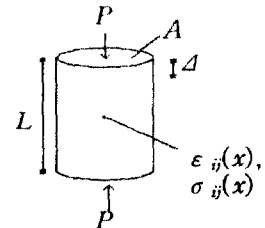


그림 2. 대표체적의 응력 및 변형률상대

대표체적의 변형률텐서는 식(1)과 같다.

$$\epsilon_{ij}(x) = \text{sym}(u_{i,j}(x)) \quad (1)$$

이 때 $\sigma_{ij,i}(x) = 0$, $\sigma_{ij}(x) = \sigma_{ji}$ 이므로, 식(2)의 적분공식을 사용하면, 대표체적에 대한 변형률의 적분치는 식(3)과 같다.

$$\int_V \epsilon_{ij}(x) dV = \int_{\partial V} \text{sym}(u_i(x)v_j(x)) ds \quad (2)$$

여기서, v_i 는 ∂V 의 단위법선벡터이다.

$$\int_V \epsilon_{ij}(x) dV = \int_{\partial V} \text{sym}(u_i(x)v_j(x)) dS \quad (3)$$

마찬가지로,

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(x) &= \sigma_{ik}(x)\delta_{ki} = \sigma_{ik}(x)x_{j,k} \\ &= (\sigma_{ik}(x)x_{j,k})_{,k} - \sigma_{ik}(x)x_{j,k} \\ &= (\sigma_{ik}(x)x_{j,k})_{,k} \end{aligned} \quad (4)$$

그러므로

$$\begin{aligned} \int_V \sigma_{ij}(x) dV &= \\ &= \int_V (\sigma_{ik}(x)x_{j,k})_{,k} dV - \int_{\partial V} t_i(x)x_j ds \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, $t_i(x)$ 는 트랙션이다.

그러므로 평균응력 및 변형률은 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} \langle \epsilon_{ij} \rangle_V &= \frac{1}{V} \int_V \epsilon_{ij}(x) dV \\ &= \frac{1}{V} \int_{\partial V} \text{sym}(u_i v_j) ds \end{aligned} \quad (6)$$

$$\langle \sigma_{ij} \rangle_V = \frac{1}{V} \int_{\partial V} t_i x_j ds$$

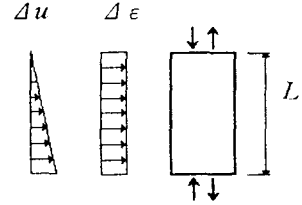
공시체에 1축압축시험에 의한 평균응력 및 변형률은 1축압축방향을 x_3 로 하면 식(7)과 같이 나타난다

$$\begin{aligned} \langle \epsilon_{33} \rangle_V &= \frac{1}{V} \int_{A^+ + A^-} u_3 v_3 ds \\ &= \frac{1}{V} \int_A (u_3^+ - u_3^-) dx_1 dx_2 = \frac{\Delta}{L} \\ \langle \sigma_{33} \rangle_V &= \frac{1}{V} \int_{A^+ + A^-} t_3 x_3 ds \\ &= \frac{1}{V} \int t_3 (x_3^+ - x_3^-) dx_1 dx_2 = \frac{P}{A} \end{aligned} \quad (7)$$

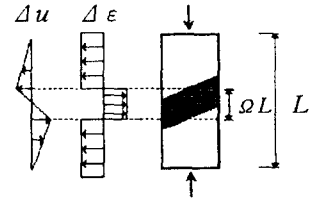
4. 1축압축 및 인장에서의 변형률국소화 거동

본 연구에서는 국소화 영역에서는 응력이 집중되며 소성변형이, 비국소화영역에서는 탄성제하(elastic unloading)가 발생한다는 기본전제하에 간

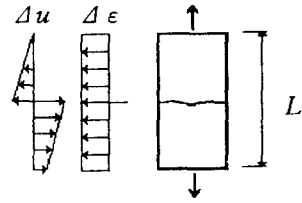
략화한 1차원모델을 제시하였다.³⁾ 압축하중을 받는 경우에는 연속한 띠의 형태로 국소화영역이 나타나는 반국소화상태로, 인장하중의 경우에는 완전한 불연속면이 발생하는 완전국소화상태로 가정된 모형을 사용하였다. 각각의 경우에 대한 변형증분 및 변형률증분의 분포는 그림 3과 같이 이상화하였다.^{4),5)}



(a) 일반적인 탄소성상태 (non-localization)



(b) 반국소화 상태 (semi-localization)



(c) 완전국소화 상태 (perfect localization)

그림3. 1축하중하의 콘크리트의 변형률 국소화모형

4.1 1축압축하중의 변형률 국소화거동

전부재길이 L 에 대하여 정점이후에서의 국소화 영역의 크기를 ΩL 라 하면, 변형적합조건으로부터 응력증분에 대한 변형증분은 식(8)과 같이 산정된다.

$$\Delta u = \int_{\Omega L} \Delta \epsilon_p dx + \int_{(1-\Omega)L} \Delta \epsilon_e dx \quad (8)$$

여기서

Δu 는 총변형증분량, $\Delta \epsilon_p$ 는 국소화영역의 소성]

변형률증분, $\Delta \varepsilon_u$ 는 비국소화영역의 탄성제하변형률증분으로 나타난다.

각 영역별 구성방정식은 식(9)와 같이 나타난다.

$$\Delta \sigma_p = E_p \Delta \varepsilon_p, \quad \Delta \sigma_u = E_u \Delta \varepsilon_u \quad (9)$$

전부재길이 L 에 대한 평균변형률증분은 식(10)과 같이 나타난다.

$$\Delta \varepsilon_0 = \Omega \Delta \varepsilon_p + (1-\Omega) \Delta \varepsilon_u \quad (10)$$

이 때, 전부재에 대한 평균등가 탄성계수를 E^* 라 하면, 부재내의 임의영역에서의 응력증분은 평균등가 탄성계수와 평균변형률증분의 곱으로 표시되며, 역학적 평형을 이루기 위해서 이는 탄성 및 소성응력 증분량과 동일한 값을 가지게 된다.

$$\Delta \sigma_0 = \Delta \sigma_p = \Delta \sigma_u = E^* \Delta \varepsilon_0 \quad (11)$$

식(10)과 식(11)에서 평균등가탄성계수를 구하면 식(12)와 같이 된다.

$$E^* = \frac{E_p}{\Omega + (1-\Omega) \frac{E_p}{E_u}} \quad (12)$$

이 때 $k = -\frac{E_p}{E_u}$ 라 하면, 평균응력증분은 식

(13)과 같이 나타난다.

$$\Delta \sigma_0 = \frac{E_p}{(1+k)\Omega - k} \{ \Delta \varepsilon_p + (1-\Omega) \Delta \varepsilon_u \} \quad (13)$$

4.2 1축인장하중하의 변형률 국소화거동

변형적합조건으로부터 응력증분에 대한 변형증분은 식(14)와 같이 산정된다.

$$\Delta u = L \Delta \varepsilon_u + \Delta \delta_f \quad (14)$$

여기서, $\Delta \delta_f$ 는 국소소성파괴변형증분량이다.

그러므로, 국소화된 소성상태영역과 탄성제하영역의 구성방정식은 식(15)와 같이 나타난다.

$$\Delta \sigma_p = D_p \Delta \delta_f, \quad \Delta \sigma_u = E_u \Delta \varepsilon_u \quad (15)$$

여기서 D_p 는 인장연화곡선의 기울기로 표시되는 국소소성파괴계수이다.

전부재길이 L 에 대한 평균변형률증분은 식(16)과 같이 나타난다.

$$\Delta \varepsilon_0 = \frac{\Delta \delta_f}{L} + \Delta \varepsilon_u \quad (16)$$

전부재에 대한 평균등가 탄성계수를 E^{**} 라 하면, 부재내의 임의영역에서의 응력증분은 식(17)과 같다.

$$\Delta \sigma_0 = \Delta \sigma_p = \sigma_u = E^{**} \Delta \varepsilon_0 \quad (17)$$

이때, 인장하중하의 평균등가탄성계수를 산정하면 식(18)과 같이 된다

$$E^{**} = \frac{D_p}{\frac{D_p}{E_u} + 1} \quad (18)$$

그러므로, 평균응력증력증분은 식(19)와 같이 나타난다.

$$\Delta \sigma_0 = \frac{D_p}{\frac{D_p}{E_u} + 1} \left\{ \frac{\Delta \delta_f}{L} + \Delta \varepsilon_u \right\} \quad (19)$$

4.3 상호등가강성의 관계

1방향 압축 및 인장의 양경우에 대하여 동일한 재료의 시편인 경우에 압축 및 인장의 평균등가탄성계수는 동일한 값으로 나타나게 된다. 그러므로, 식(12)와 식(18)는 등가로 나타나게 된다.

$$\frac{E_p}{(1+k)\Omega - k} = \frac{D_p}{\frac{D_p}{E_u} + 1} \quad (20)$$

식 (20)을 각각의 압축시의 소성탄성계수와 인장시 소성탄성계수로 정리하면, 식(21), 식(22)와 같다.

$$E_p = \frac{D_p}{\frac{1}{\Omega L} + \frac{D_p}{E_u}} \quad (21)$$

$$D_p = \frac{E_p}{(1+k)\Omega L} \quad (22)$$

5. 1방향 압축 및 인장거동의 모형화결과

본 연구에서는 앞에서 기술한 바와 같이 압축거동의 경우 반국소화, 인장거동의 경우 완전국소화 모형을 통하여 1방향 압축 및 인장거동을 분석하였다. 이 모형에서의 콘크리트는 압축강도 200kg/cm², 인장강도 20kg/cm², $E_u=200,000\text{kg/cm}^2$ 를 가지는 콘크리트 시편으로 간략화하여 분석하였다. 압축거동시 정점에서의 평균변형률은 0.002로, 인장거동시 정점에서의 평균변형률은 0.0001로 가정하였으며, 정점이전의 거동은 압축에서는 Kent의 경험식⁶⁾, 인장에서는 선형탄성으로 가정하였다. 각각의 경우에 대하여 인장연화곡선으로서 선형인장연화곡선과 비선형인장연화곡선을 제시하여 분석하였다. 제시된 인장연화곡선은 그림 4와 같다. 압축 및 인장에 대하여 각각 시편의 길이를 1:2:4로 변화시킴으로써 크기효과를 검증하였다. 선형 및 비선형 인장연화곡선을 이용한 1차원 모형의 분석 결과는 그림 5~그림 8과 같다

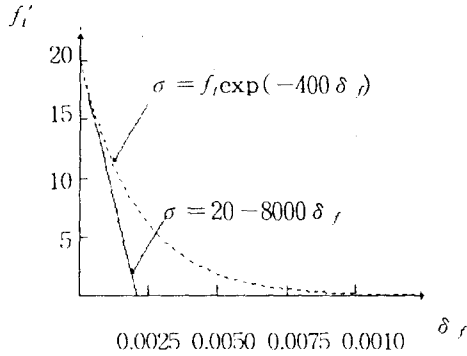


그림 4. 인장연화곡선 모형

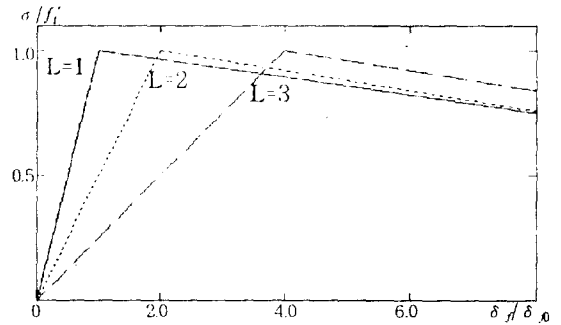


그림 8. 1축인장거동 (비선형인장연화곡선)

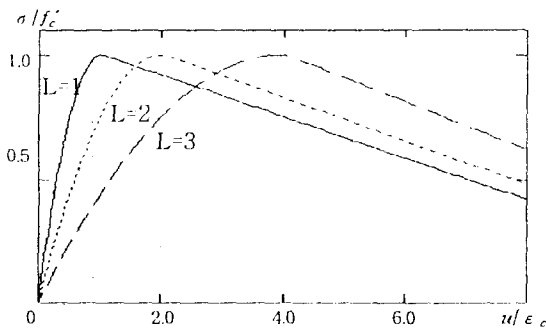


그림 5. 1축 압축거동 (선형인장연화곡선)

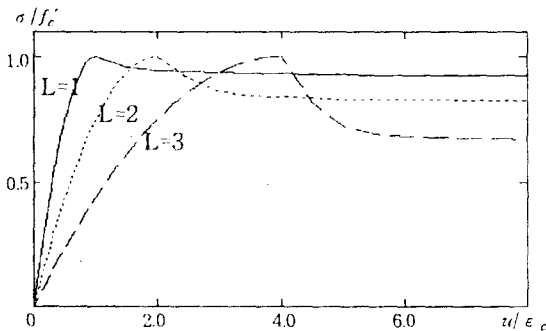


그림 6. 1축 압축거동 (비선형인장연화곡선)

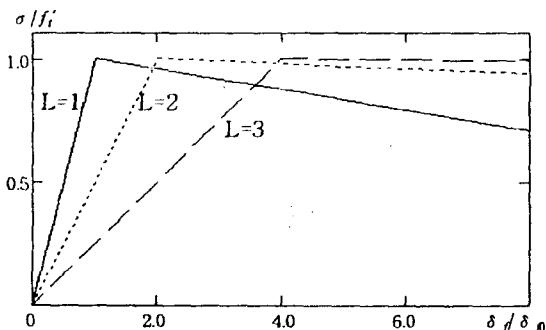


그림 7. 1축인장거동 (선형인장연화곡선)

6. 결론

본 연구에서는 콘크리트의 변형률국소화현상을 간략화된 1차원 모형을 이용함으로써 분석해 보았다. 압축 및 인장을 받는 콘크리트부재는 변형률국소화현상에 의한 크기효과를 보여주고 있었으며, 인장연화곡선의 가정에 따른 편차가 큼을 보여주고 있었다. 이에 따라 향후 보다 정확한 인장연화곡선의 예측에 의한 분석과 더불어 비국소화영역의 단성계하시의 단성계수의 변화 및 재료물성에 따른 국소화영역의 크기효과등도 고려한 분석이 요망된다.

참 고 문 헌

- 1) Willam K. et al., "Brittle-Ductile Failure Mechanics of Concrete and Mortar", Seminar Material, Oct, 1988
- 2) 송하원, 이주영, 서철, 심별, "콘크리트 파괴진행의 유한요소해석", '94 학술발표회 논문집, 대한토목학회, pp 225-228, 1994.
- 3) Chen W. F. & Saleeb A. F. , Constitutive Equations for Engineering Materials, Vol. I, II, Elsevier, 1994
- 4) 西岡眞帆, 服部尙道, 吉川弘道, "콘크리트材料의ひずみの局所化に關する基礎的考察", 土木學會第48回年次學術講演會 論文集, pp 972-973, 1993
- 5) 服部尙道, 吉川弘道, "콘크리트材料의ひずみの局所化と安定/不安定條件に關する解析的研究", 土木學會第48回年次學術講演會 論文集, pp 972-973, 1993
- 6) Park. P., & Paulay. T., Reinforced Concrete Structure, Wiley Pub., 1975