혼합모멘트방법에 의한 제3형 Log Pearson 분포의 T년 quantiles 의 비교

전 시 영*

1. 서 론

제3형 Log Pearson(LP3) 분포는 1967년 처음으로 미국수자원평의회(U.S. Water Resources Council, USWRC)에 의하여 홍수빈도해석을 위한 기본방법으로 추천되었다. IEA(1977)도 오스트레일리아의 홍수빈도분석을 위한 기본 확률분포형으로 LP3분포를 채택한 바 있다. Rao(1980, 1983)는 표본왜곡도의 직접이용을 제거하기 위하여 혼합모멘트법 (Method of Mixed Moment, MXM)이라 불리우는 새로운 방법을 제안하여 LP3 분포의 매개변수를 추정하였다. Phien과 Hira(1983)는 LP3 분포의 매개변수추정을 위한 4가지 MXM방법을 소개하였다. Arora와 Singh(1989)는 LP3 분포의 매개변수 추정과정을 2가지 MXM방법 및 다른 방법으로 분석하였다. 양 등(1993)이 한국 하천에서의 LP3 분포의 적용성에 대한 연구를 시작하였다.

본 연구는 실측된 자료를 LP3 확률분포형에 적합하여 이 분포의 특성을 나타내는 매개변수를 혼합모멘트법으로 추정하여 그 결과로부터 근사표준오차와 T년 quantiles를 비교하여 우리나라의 유역특성과 수문사상에 잘 맞는 방법을 제시하고자 한다.

2. 확률분포형 이론

제3형 Pearson(P3)분포로부터 유도된 LP3 분포의 변량 x의 확률밀도함수는(probability density function, PDF)는 다음과 같이 주어진다.

$$f(x) = \frac{1}{|a|\Gamma(b)x}\left[\frac{\ln x - c}{a}\right]^{b-1} \exp\left[-\frac{\ln x - c}{a}\right] \tag{1}$$

여기서 a, b 및 c는 각각 축척(scale), 형상(shape) 및 위치변수(location variable)이고 Γ는 gamma함수이다.

y=lnx로 놓으면 P3 분포의 변량 y의 PDF는 다음과 같다

$$g(y) = \frac{1}{|a|\Gamma(b)}\left[\frac{y - c}{a}\right]^{b-1} \exp\left[-\frac{y - c}{a}\right] \tag{2}$$

a〉0일 때 LP3분포는 양(오른쪽)으로 왜곡되고 $c \le y < +\infty$와 $\exp(c) \le x < +\infty$이고, 반면에 a〈0일 때 LP3는 음(왼쪽)으로 왜곡되며 $-\infty < y \le c$와 $0 < x \le \exp(c)$를 의미한다.

통계적 매개변수인 표본의 평균, 분산 및 왜곡도계수는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\text{평균:} \quad \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \tag{3}$$

---

* 원광대학교 토목환경공학과 부교수

분산: $S_x^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2$ (4)

왜곡도계수: $CS_x = \frac{n}{S_x^3 (n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^3$ (5)

제3형 Pearson 분포(P3)

P3 분포의 평균, 분산 및 왜곡도계수는 매개변수 a, b 및 c와 식(3)-(5)에서 X대신 Y로 대치하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

평균: $\mu_y = c + ab$ (6)

분산: $\sigma_y^2 = ba^2$ (7)

왜곡도계수: $\gamma_y = \frac{|a|}{a} \frac{2}{b^{1/2}}$ (8)

제3형 Log Pearson 분포(LP3)

LP3 분포의 원점에 관한 x의 r차 모멘트, μ_r' 는 다음 식으로 주어진다.

$$\mu_r' = \frac{\exp(rc)}{(1-ra)^b}, \quad 1-ra > 0, \quad r = 1, 2, 3 \tag{9}$$

평균에 관한 r차 모멘트 μ_r는 다음 식과 같다.

$$\mu_r = \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} \mu_{r-j}' (-\mu_1')^j \tag{10}$$

LP3 분포의 매개변수 a, b 및 c와 식(9)와 (10)으로부터 평균, 분산 및 왜곡도계수는 다음과 같다.

평균: $\mu_x = \frac{\exp(c)}{(1-a)^b}$ (11)

분산: $\sigma_x^2 = \exp(2c)\, A$ (12)

왜곡도계수: $\gamma_x = (1-a)^b A^{1/2}$ (13)

여기서 $A = \left[\frac{1}{(1-2a)^b} - \frac{1}{(1-a)^{2b}} \right]$

3. 매개변수의 추정방법, 표준오차 및 quantiles의 추정

3.1 직접모멘트법(Method of Real Moments:RMO)

방법 1: 이 방법에서 매개변수 a는 식(9)에 $r = 1, 2, 3$을 각각 대입하여 자연대수를 취한 다음 약간의 수학적인 변환을 하여 정리하면 비선형방정식으로 표현되어 Newton Raphson기법으로 추정할 수 있다.

3.2 대수모멘트법(Method of Logarithmic moments:LMO)

방법 2: 이 방법에서 매개변수는 표본자료를 자연대수로 변환한 다음 식(3)-(5)에서 X대신 Y로 대치하여 약간의 수학적인 변환을 하면 μ_y, σ_y^2 및 γ_y를 추정 할 수 있다.

방법 3: 이 방법은 γ_y대신 $\hat{\gamma}_y = \gamma_y(1+8.5/n)$로 대치하여 매개변수를 추정하는 것 외에는 방법 2와 모든 계산과정이 같다.

3.3 혼합모멘트법(Method of Mixed moments:MXM)

이 방법의 목적도 분포의 매개변수 a, b 및 c를 추정하는 것이며, 이 들은 표본자료와 대수로 변환된 자료의 모멘트를 혼합하면 얻을 수 있다.

3.3.1 MXM1

방법 4: 이 방법은 $\mu_x = \overline{X}$, $\sigma_x^2 = S_x^2$ 및 $\mu_y = \overline{Y}$를 사용하여 매개변수 a를 Newton-Raphon기법으로 추정하였으며 방법 1(RMO)과 다른 점은 γ_x 대신에 $\overline{Y}$를 사용하였다는 것이고, 후술되는 방법 5나 6과는 달리 최적화과정에 매개변수 a, b 및 c가 모두 포함되는 것이 특징이다.

방법 5: 이 방법은 σ_x^2 대신에 표본자료의 원점에 대한 2차모멘트, μ_2 를 사용한 것 외에는 방법4와 같고 다른 점은 매개변수 a만을 최적화하는 것이다.

방법 6: 이 방법이 방법4와 다른 점은 매개변수 a만을 최적화하는 것이다.

3.3.2 MXM2

방법 7: 이 방법은 $\mu_x = \overline{X}$, $\sigma_y^2 = S_y^2$ 및 $\mu_y = \overline{Y}$를 사용하여 매개변수를 추정하며 σ_x^2 대신 σ_y^2을 사용한다는 점만이 MXM1의 방법 4와 다르다. 또한 최적화하는 매개변수가 γ_y라는 것이 다른 방법들과 상이하다.

방법 8: 이 방법은 방법 7과 최적화하는 매개변수가 a라는 것이 다르며 나머지 과정은 같다.

3.3.3 MXM3

방법 9: 이 방법은 $\mu_x = \overline{X}$, $\sigma_y^2 = S_y^2$ 및 μ_2'를 사용하여 매개변수 a를 추정하며 μ_y 대신 μ_2'를 사용한다는 것이 MXM2의 방법 8과 다르다.

3.3.4 MXM4

방법 10: 이 방법은 $\mu_y = \overline{Y}$, $\sigma_y^2 = S_y^2$ 및 μ_2'를 사용하여 매개변수 a를 추정하며 μ_x 대신 μ_y을 사용한다는 점만이 MXM3의 방법 9와 다르다.

표준오차의 추정

T년 quantiles X_T에 대한 분산, S_T^2는 관측자료에 자연대수를 취한 후 Kite(1988)에 의하여 주어진 다음과 같은 식을 이용하여 구하였다.

$$S_T^2 = \frac{\mu_2}{n}\left[1 + K\gamma_y + \frac{K^2}{2}\left(\frac{3\gamma_y^2}{4} + 1\right) + 3K\frac{\partial K}{\partial \gamma_y}\left(\gamma_y + \frac{\gamma_y^3}{4}\right) + 3\left(\frac{\partial K}{\partial \gamma_y}\right)^2\left(2 + 3\gamma_y^2 + \frac{5\gamma_y^4}{8}\right)\right] \qquad (14)$$

식(14)에서 $\partial K/\partial \gamma_y$는 후술되는 식(16)을 γ_y에 대하여 편미분한 식으로 대치된다.

T년 quantiles의 추정

주어진 초과확률 P(=1/T)에 대하여 LP3 분포의 quantiles는 다음과 같은 식으로 주어진다.

$$X_T = \exp(\mu_y + K\sigma_y) \tag{15}$$

여기서 K는 Pearson 빈도계수이며 이것은 Harter(1969)의 표를 이용하거나 Kite(1988)의 다음과 같은 근사식을 이용하면 얻을 수 있으며, 본 연구에서는 후자를 이용하였다

$$K = t + (t^2-1)\frac{\gamma_y}{6} + \frac{1}{3}(t^3-6t)\left(\frac{\gamma_y}{6}\right)^2 - (t^2-1)\left(\frac{\gamma_y}{6}\right)^3 + t\left(\frac{\gamma_y}{6}\right)^4 + \frac{1}{3}\left(\frac{\gamma_y}{6}\right)^5 \tag{16}$$

여기서 t는 standard normal deviate이다.

4. 실제자료에 의한 분석

본 연구는 한강수계의 8개 수위표지점에 적용시켰으며 선정된 지점의 자료의 관측기간은 지점에 따라 다소 차이는 있으나 1952~1983년의 범위에 있다. 8개 지점의 홍수량자료에 자연대수를 취한 통계적 특성중 왜곡도계수가 영월지점에서만 양(+)으로 나타났고 나머지 지점은 모두 음(-)의 값을 갖는 것으로 계산되었다.

4.1 매개변수의 추정결과

3장에서 기술한 8개의 적합 방법에 의한 분포매개변수 a, b 및 c의 추정치와 통계적 매개변수 μ_y, σ_y^2 및 γ_y의 추정치를 표 1에 나타내었다. 표 1에 주어진 바와같이 영월지점의 매개변수는 a의 한계값이 1/3보다 크게 되어 RMO(방법 1)로서는 추정할 수 없어 *로 표시하였다. 이러한 분포매개변수나 통계적 매개변수값으로부터 통계적으로 방법의 우월성을 판단할 수 없으므로 4.2절의 표 2에 나타난 추정된 표준오차값을 이용하여 판단하였다.

표 1은 4개의 다른 적합방법에 따라 분포의 매개변수 a, b 및 c값이 각각 지점에 따라 큰 차이를 나타남을 알 수 있다. RMO(방법 1)의 μ_y는 LMO, MXM와 비교하여 다소 크거나 작게, σ_y^2는 인도교, 광장, 고안, 청평 및 단양지점에서 다소 크게, 여주 및 충주지점에서는 다소 작게, γ_y는 LMO 보다는 청평과 여주지점에서는 크게, 충주지점에서는 다소 작거나 크게, MXM1(방법 5)의 여주 및 충주지점을 제외한 나머지 지점에서는 작게, MXM2(방법 4와 6)보다는 전 지점에서 크게 MXM3 와 4(방법 9와 10)은 청평, 여주 및 충주지점을 제외한 나머지 지점에서는 크게 추정되었다. MXM1(방법 4와 6)은 분포매개변수에 대한 Newton-Raphson 반복과정의 식은 4장에서 설명한 바와 같이 다르나 얻어진 결과는 c값을 제외하고 같게 추정되었다. MXM1(방법 5)은 3장에서 설명한 바와 같이 σ_x^2 대신 μ_2'를 사용하여 분포매개변수를 추정한 결과 방법4와 6과 비교하면 b값이 8개의 전 지점에서 작게 추정되었다. μ_y는 RMO(방법 1)를 제외한 나머지 지점에서는 동일한 값을 사용하였으므로 같게 나타났으며, RMO의 c값은 8개의 모든 지점에서 방법 4 보다 크고 방법 6보다는 작게 추정되었다.

σ_y^2는 여주지점이 RMO(방법 1), 영월지점은 LMO(방법 2와 3), MXM2, MXM3 및 MXM4(방법 7, 8, 9 및 10), 나머지 지점은 MXM1(방법 4와 6)이 다른 방법에 비하여 작게 추정되었고, γ_y는 LMO의 방법 2(LMO1)가 인도교, 광장, 단양, 및 영월지점에서 MXM1(방법 4와 6)은 나머지 지점에서 크게 나타났고 RMO(방법 1)은 MXM2보다 단양지점에서만 작게 추정되었으며 다른 지점에서는 크게

나타났다. 대부분의 지점에서 RMO의 통계적 매개변수 μ_y는 LMO보다는 작게, σ_y^2는 크게 추정되었다.

표 1. 추정된 매개변수

수계	지점	매개변수	RMO	LMO		MXM1			MXM2		MXM3	MXM4
			방법1	방법2	방법3	방법4	방법5	방법6	방법7	방법8	방법9	방법10
한강	인도교	a	-0.329	0.237	0.237	-0.251	-0.283	-0.251	-0.303	-0.303	-0.291	-0.295
		b	2.833	5.200	5.200	4.491	3.586	4.492	3.158	3.158	3.433	3.337
		c	10.132	7.975	7.975	1.005	10.220	10.332	10.163	10.163	10.203	10.190
		μ_y	9.200	9.205	9.205	9.205	9.205	9.205	9.205	9.205	9.205	9.205
		σ_y^2	0.307	0.291	0.291	0.283	0.288	0.283	0.291	0.291	0.291	0.291
		γ_y	-1.188	-0.877	-1.110	-0.944	-1.056	-0.944	-1.125	-1.125	-1.079	-1.095
	광장	a	-0.694	0.386	0.386	-0.461	-0.511	-0.461	-0.508	-0.508	-0.510	-0.509
		b	2.590	7.825	7.825	5.360	4.457	5.360	4.505	4.505	4.472	4.485
		c	10.636	5.624	5.624	2.031	10.922	11.112	10.932	10.932	10.925	10.927
		μ_y	8.589	8.642	8.642	8.642	8.642	8.642	8.642	8.642	8.642	8.642
		σ_y^2	1.421	1.164	1.164	1.138	1.166	1.138	1.164	1.164	1.164	1.164
		γ_y	-1.165	-0.715	-0.991	-0.864	-0.947	-0.864	-0.942	-0.942	-0.946	-0.944
	고안	a	-0.139	-0.101	-0.101	-0.082	-0.109	-0.082	-0.154	-0.154	-0.124	-0.133
		b	16.267	30.205	30.205	43.885	24.954	43.447	12.945	12.945	19.780	17.350
		c	11.409	6.121	6.121	3.443	11.883	12.723	11.146	11.146	11.613	11.460
		μ_y	9.153	9.158	9.158	9.158	9.158	9.158	9.158	9.158	9.158	9.158
		σ_y^2	0.313	0.305	0.305	0.292	0.298	0.293	0.305	0.305	0.305	0.305
		γ_y	-0.496	-0.364	-0.467	-0.302	-0.400	-0.303	-0.556	-0.556	-0.450	-0.480
	청평	a	-0.092	0.122	0.122	-0.039	-0.065	-0.040	-0.138	-0.138	-0.092	-0.103
		b	39.733	31.954	31.954	209.852	75.611	199.863	17.497	17.497	39.362	31.326
		c	12.195	5.282	5.282	7.965	13.465	16.480	10.967	10.967	12.172	11.785
		μ_y	8.545	8.550	8.550	8.550	8.550	8.550	8.550	8.550	8.550	8.550
		σ_y^2	0.335	0.334	0.334	0.314	0.320	0.315	0.334	0.334	0.334	0.334
		γ_y	-0.311	-0.354	-0.461	-0.138	-0.230	-0.141	-0.478	-0.478	-0.319	-0.357
	여주	a	-0.111	0.161	0.161	-0.101	-0.131	-0.102	-0.207	-0.207	-0.157	-0.172
		b	20.508	0.106	0.106	25.223	15.412	25.002	6.383	6.383	11.070	9.246
		c	10.754	0.676	0.676	2.429	10.480	11.008	9.792	9.792	10.208	10.061
		μ_y	8.471	8.468	8.468	8.468	8.468	8.468	8.468	8.468	8.468	8.468
		σ_y^2	0.254	0.275	0.275	0.258	0.263	0.258	0.275	0.275	0.275	0.275
		γ_y	-0.442	-0.615	-0.795	-0.398	-0.509	-0.400	-0.792	-0.792	-0.601	-0.658
	충주	a	-0.289	0.283	0.283	-0.263	-0.295	-0.263	-0.346	-0.346	-0.314	-0.325
		b	5.826	6.307	6.307	6.994	5.655	6.993	4.225	4.225	5.108	4.778
		c	9.950	6.478	6.478	1.632	9.930	10.101	9.724	9.724	9.866	9.816
		μ_y	8.264	8.263	8.263	8.263	8.263	8.263	8.263	8.263	8.263	8.263
		σ_y^2	0.488	0.505	0.505	0.483	0.492	0.483	0.505	0.505	0.505	0.505
		γ_y	-0.829	-0.796	-1.015	-0.756	-0.841	-0.756	-0.973	-0.973	-0.885	-0.915
	단양	a	-0.421	0.275	0.275	-0.336	-0.368	-0.336	-0.368	-0.368	-0.368	-0.368
		b	4.184	9.154	9.154	6.052	5.117	6.050	5.118	5.118	5.116	5.117
		c	9.512	5.243	5.243	1.751	9.645	9.793	9.645	9.645	9.645	9.645
		μ_y	7.750	7.762	7.762	7.762	7.762	7.762	7.762	7.762	7.762	7.762
		σ_y^2	0.742	0.693	0.693	0.681	0.693	0.682	0.693	0.693	0.693	0.693
		γ_y	-0.978	-0.661	-0.837	-0.813	-0.884	-0.813	-0.884	-0.884	-0.884	-0.884
	영월	a	*	0.184	0.184	-0.062	-0.083	-0.062	0.057	0.057	-0.037	-0.008
		b	*	23.027	23.027	218.687	124.365	217.744	238.156	237.949	572.544	11163.4
		c	*	3.143	3.143	13.167	17.679	20.919	-6.235	-6.229	28.504	100.560
		μ_y	*	7.376	7.376	7.376	7.376	7.376	7.376	7.376	7.376	7.376
		σ_y^2	*	0.778	0.778	0.842	0.854	0.842	0.778	0.778	0.778	0.778
		γ_y	*	0.417	0.535	-0.135	-0.179	-0.136	0.130	0.130	-0.084	-0.019

4.2 추정된 표준오차

LP3분포의 T(=1/P)년 quantiles에 대한 표준오차의 추정치는 3장의 식(14)에 제곱근을 취하면 추정될 수 있으며 이 결과는 8개 지점이나 너무 양이 많으므로 지면 관계상 2개의 지점인 인도교와 영월지점만 표 2에 주어졌다.

표 2. 추정된 표준오차

수계	지점	초과확률	재현기간	RMO	LMO		MXM1			MXM2		MXM3	MXM4
				방법1	방법2	방법3	방법4	방법5	방법6	방법7	방법8	방법9	방법10
한강	인도교	.990	1.010	1032	959	1030	986	1017	986	1035	1035	1021	1026
		.950	1.053	1011	923	993	943	977	943	998	998	985	989
		.900	1.111	965	884	943	897	928	897	947	947	935	939
		.800	1.250	996	899	962	909	943	908	966	966	953	957
		.500	2.000	1292	1171	1236	1170	1213	1170	1241	1241	1225	1230
		.200	5.000	1177	1316	1183	1252	1204	1252	1174	1174	1199	1190
		.100	10	1600	1630	1540	1555	1536	1555	1539	1539	1546	1544
		.050	20	2659	2423	2490	2362	2434	2362	2502	2502	2473	2483
		.020	50	4385	3956	4114	3877	4021	3876	4131	4131	4087	4103
		.010	100	5735	5312	5425	5182	5330	5182	5437	5438	5406	5418
		.005	200	7053	6759	6733	6549	6657	6548	6736	6736	6734	6737
	영월	.990	1.010	*	95	101	87	86	87	90	90	90	90
		.950	1.053	*	92	90	105	106	105	99	99	106	103
		.900	1.111	*	99	95	120	122	120	110	110	119	116
		.800	1.250	*	126	121	152	154	152	138	138	148	145
		.500	2.000	*	266	263	297	301	297	274	274	283	280
		.200	5.000	*	688	700	660	661	660	653	653	623	633
		.100	10	*	1357	1426	1113	1101	1113	1183	1183	1053	1092
		.050	20	*	2597	2829	1844	1808	1845	2079	2079	1745	1841
		.020	50	*	5668	6464	3403	3308	3404	4090	4090	3219	3457
		.010	100	*	9679	11422	5152	4978	5153	6478	6479	4871	5299
		.005	200	*	15911	19438	7506	7207	7506	9879	9880	7101	7822

표 2에 나타난 것과 나타나지 않은 6개 지점까지 포함해서 재현기간 T가 10년이상에 대한 추정된 표준오차는 지점에 따라 다소의 차이는 있지만 LMO의 방법 3(LMO2)은 광장, 여주 및 충주에서 MXM1은 인도교 및 영월지점에서 MXM2는 고안, 청평, 여주 및 단양지점에서 MXM3는 영월지점에서 가장 작게 추정되었다. 전반적으로 보면 MXM2가 가장 우수하고 다음이 LOM2이고, 반면에 RMO의 표준오차가 가장 크게 나타났다.

표 3. 추정된 T년 quantiles

수계	지점	초과확률	재현기간	RMO	LMO		MXM1			MXM2		MXM3	MXM4
				방법1	방법2	방법3	방법4	방법5	방법6	방법7	방법8	방법9	방법10
한강	인도교	.990	1.010	1728	2027	1866	2025	1919	2025	1857	1857	1886	1876
		.950	1.053	3454	3664	3589	3693	3625	3693	3584	3584	3597	3593
		.900	1.111	4731	4842	4842	4890	4860	4890	4843	4843	4841	4842
		.800	1.250	6609	6570	6673	6636	6662	6636	6680	6680	6658	6665
		.500	2.000	10996	10741	10950	10789	10897	10789	10964	10964	10922	10936
		.200	5.000	15758	15744	15676	15626	15656	15626	15670	15670	15686	15680
		.100	10	18078	18494	18042	18208	18090	18208	18011	18011	18101	18071
		.050	20	19794	20740	19834	20271	19966	20271	19775	19775	19951	19892
		.020	50	21445	23167	21613	22445	21867	22445	21515	21515	21808	21709
		.010	100	22364	24693	22635	23778	22983	23779	22509	22509	22889	22761
		.005	200	23074	26005	23449	24901	23890	24901	23295	23295	23760	23603
	영월	.990	1.010	*	269	290	172	165	172	223	223	194	203
		.950	1.053	*	418	433	341	334	341	387	387	367	372
		.900	1.111	*	540	549	486	481	486	522	522	512	515
		.800	1.250	*	751	751	742	740	742	756	756	763	761
		.500	2.000	*	1502	1477	1630	1641	1630	1566	1566	1616	1601
		.200	5.000	*	3274	3245	3475	3498	3475	3333	3333	3365	3356
		.100	10	*	5101	5131	5103	5118	5103	5001	5001	4903	4935
		.050	20	*	7500	7683	6967	6952	6968	7031	7031	6668	6779
		.020	50	*	11825	12451	9830	9734	9831	10381	10381	9388	9682
		.010	100	*	16228	17474	12321	12124	12322	13510	13511	11768	12272
		.005	200	*	21878	24120	15110	14771	15111	17238	17238	14447	15240

4.3 추정된 T년 quantiles

한강수계 8개 지점에 대한 LP3 분포의 T년 quantiles은 표 1의 분포매개변수 및 통계적 매개변수와 3장에서 기술한 식(15)로부터 추정되어 표 3에 주어졌다.

4.2절에서와 같이 8개 지점중 2개 지점인 인도교와 충주지점만 표 3에 나타난다. 표 3에 의하면 4.2절의 표 2에서 추정된 표준오차가 작은 MXM2, MXM3 및 LMO2는 대부분의 지점에서 quantiles가 작게 추정되었으며, LMO1 또는 MXM1이 대부분의 지점에서 quantiles는 다른 방법에 비하여 크게 추정되었다. LMO2가 LMO1에 비하여 모든 지점에서 작게 나타난 것은 3장에서도 언급한 바와 같이 LMO2의 quantiles 추정에 사용되는 매개변수중 γ_y대신에 $\hat{\gamma}_y$를 사용하는 것 외에는 LMO1의 매개변수값을 그대로 사용하나 γ_y보다 $\hat{\gamma}_y$가 크기 때문에 얻어진 결과라고 판단된다. LMO와 비교하면 RMO는 청평, 여주 및 충주를 제외한 지점에서 작게, MXM1보다 모든 지점에서 작게, MXM2에 비하여 인도교, 광장 및 단양지점에서 작게, MXM3보다 인도교, 고안 및 청평지점에서 작게, MXM4보다는 인도교지점에서만 작게 나타났다. γ_y와 a가 양으로 추정된 영월지점에서는 LMO와 MXM2로 추정된 quantiles는 전자가 다른 방법에 비하여 매우 크고 후자도 크게 나타남이 주목되며 이것은 γ_y의 부호에 의한 영향으로 사료된다.

5. 결 론

본 연구에 적용한 한강 수계의 8개의 수위표 지점에 대한 년최대유량을 이용하여 RMO, LMO, MXM 방법으로 제3형 Log Pearson(LP3) 분포매개변수와 통계적 매개변수를 Newton Raphson 반복기법으로 추정하여 얻어진 결과는 다음과 같다.

1. MXM2는 대부분의 지점에서 quantiles을 산정하는데 다른 방법보다 표준오차가 작게 추정되어 T년 quantiles 추정에 적합하다고 판단된다.
2. MXM1에서 방법 4와 방법 6, 그리고 MXM2에서 방법 7과 방법 8은 Newton-Raphson 반복기법에 의하여 최적화하는 매개변수와 방정식은 다르지만 얻어진 결과중 MXM1의 형상계수 c값을 제외하고 나머지 매개변수와 추정량들은 동일한 값으로 산정되었음을 확인 할 수 있었다.
3. 왜곡도계수를 불편추정치로 사용한 LMO2가 LMO1보다 표준오차와 quantiles는 왜곡도계수 γ_y가 양(+)인 영월지점을 제외한 나머지 지점에서 모두 작게 추정되었다.
4. LMO나 MXM2에서 양(+)의 a와 γ_y 값을 갖는 영월지점의 추정된 표준오차나 quantiles는 음(-)의 a와 γ_y값을 갖는 다른 지점의 추정치들에 비하여 매우 다르게 산정되었으며, 표준오차나 T년 quantiles도 MXM1, MXM3 및 MXM4에 비하여 매우 크게 추정되었다.
5. MXM1에서 매개변수 추정시 σ_y^2 대신 μ_2'를 사용한 방법 5가 방법 4 및 방법 6과 비교하여 다소 다르게 산정되었으며, 특히 γ_y는 모든 지점에서 작게 산정되었고 표준오차는 인도교지점을 제외한 전 지점에서 작게, T년 quantiles도 모든 지점에서 작게 산정되었다.

6. 참고문헌

1. 양정석, 선우중호, 1993. 한국하천에서의 Log-Pearson Type 3 분포의 적용성에 대한 연구, 1993년도 대한토목학회 학술발표회 개요집(II), pp. 177-180.

2. Arora, K. and Singh, V.P., 1989. A Comparative of the Estimators of the Log Pearson Type (LP) 3 Distribution. J. Hydrol., 105, pp.19-37.
3. Harter, H.L., 1969. A New Table Percentage Points of the Pearson Type 3 Distribution, Technometrics, 11(1), pp. 177-187.
4. I.E.A.(Instituion of Engineers, Australia),1977. Australian Rainfall and Runoff Flood Analysis and Design. Inst. Eng., Aust., Canberra, A.C.T., pp.149.
5. Kite, G.W., 1988. Frequency and Risk Analysis in Hydrology. Water Resourses Pub., Fort Collins, Colo.
6. Phien, H.N. and Hira, M.A.,1983. Log Pearson Type-3 Distribution:Parameter Estimation. J. Hydrol., 64, pp.25-37.
7. Rao, D.V., 1980. Log Pearson Type 3 Distribution : Method of Mixed Moments. J. Hydr. Div., ASCE, 106(6), pp.999-1019.
8. Rao, D.V., 1983. Estimating Log Pearson Parameters by Mixed Moments. J. Hydr. Div., ASCE, 109(8), pp.1118-1131.
9. W.R.C.(Water Resouses Council), 1967. A Uniform Technique for Determining Flood Flow Frequency., Bull. 15, Water Resour.Res., Washington, D.C.