

저주파수 영역 주파수 응답함수 측정에 대한 3채널 측정법의 적용

김 경 호, 한 상 보**

(3 Channel Measurement Technique Applied to Measure the Low Frequency Region Frequency Response Function)

(Kyoung-Ho Kim, Sang Bo Han)

기호 설명

- $x(t)$: 가진기를 구동시키기 위한 최초의 신호
- $u(t)$: 가진기를 가진시키는 증폭된 신호
- $f(t)$: 측정된 가진 힘 신호
- $v(t)$: 물리적인 응답신호
- $y(t)$: 측정된 응답신호
- $n(t)$: 출력단에서의 외부소음
- $P(w)$: 전력 증폭기와 가진 시스템의 주파수 응답함수
- $H(w)$: 시스템을 나타내는 주파수 응답함수
- $Q(w)$: 시스템/가진기 상호작용을 나타내는 주파수 응답함수

1. 서론

구조물의 진동특성을 파악하기 위한 실험적 모드 해석법은 신호계측 및 분석장비의 발달과 더불어 최근에는 가장 보편적인 진동 해석방법의 하나로 자리잡게 되었다. 실험적 모드 해석법의 큰 장점은 실험이 올바르게 수행되기만 한다면 계측된 신호자체가 계의 진동특성을 그대로 반영하고 있다는 점일 것이다. 따라서, 계의 거동을 나타내는데 필요한 각종 신호의 정확한 계측이 해석작업의 성패를 좌우한다고 해도 지나친 말이 아니다.

실험적 모드 해석법의 첫 번째 단계는 구조물의 주파수 응답함수를 구하는 것이다. 정확한 주파수 응답함수의 추출은 실험적 모드 해석법, 시스템 특성 확인, 가진력 추정, 해석모형과 실험결과와의 연계 등 그로부터 도출되는 일련의 해석작업에 필수적 사항이다^[1].

실험적 모드 해석법에서 실험 대상물의 주파수 응답함수를 실험적으로 추출해 내기 위해서는 실험 대상물을 가진시키고, 응답신호를 계측할 장비를 부착하게 되는데, 이러한 부수적 장치들은 그 자체적으로 또는 계측 대상 구조물과의 상호작용으로 실험결과를 왜곡시키게 마련이다. 실험

대상물에 부가된 계측장비들의 효과 중에서도 접촉식 가진기가 부착된 경우 가진기와 구조물의 상호작용에 의한 연성 효과가 가장 큰 문제로 인식되어 왔다. 구조물에 전달되는 가진력은 전동식 가진기의 부착을 통하여 이루어지는 경우가 많은데, 전동식 가진기의 구동부는 운동의 축 방향으로 매우 유연하나, 운동에 수직인 방향으로는 강성이 매우 큰 특성을 가지고 있기 때문에 가진기에 의해 야기된 구조물의 응답방향이 가진기 구동부의 운동축과 일치하지 않는 경우 2차의 가진 효과가 발생하게 되며, 이는 계속하려고 하는 가진력의 측정에 큰 오류를 발생시키게 된다^[2].

실험적 모드 해석법의 등장과 더불어 지난 십 수년간 주파수 응답함수의 올바른 추정을 위해 많은 연구들이 수행되어져 왔는데, 전통적인 주파수 응답함수의 산정치 H_1 , H_2 , H^C , H_S 등은 모두 입력과 출력에서의 잡음효과의 관점에서 계의 특성을 보다 정확하게 파악하기 위해 정의된 것이다^{[3][4]}.

한편, Brown은 주파수 응답함수의 추출에 필요한 외부 시스템, 즉 가진기와 힘 측정기, 응답 측정장치 등이 계측 대상 구조물과의 상호 연성작용을 일으키게 됨에 따라 발생하는 오차를 처리하기 위하여 일반적인 2채널 측정법 대신 3채널 측정법을 제안하였다^{[4][5]}. Brown의 3채널 측정법은 소음의 전달경로를 해석하기 위한 통계적 에너지법(Statistical energy method)에서 모드 밀도(modal density) 측정에 주로 이용되었으며, 힘과 가속도 신호의 추가의 가진기 구동에 사용되는 신호 $x(t)$ 의 계측을 포함한다. 본 논문에서는 3채널 측정법이 모드 밀도가 낮은 저주파수대에 대해서도 적용될 수 있는지의 여부를 간단한 구조물의 주파수 응답함수 측정을 통해 파악해 보고자 한다.

2. 수학적 모형

구조물의 동특성을 실험적으로 해석하기 위하여 입출력 관계의 수학적 모형을 블록선도도 나타낼 경우, 출력단자에서의 외부교란, 해석 대상계의 주변 계측장비들과의 상호작용 등을 고려하면 Fig. 1과 같이 표시할 수 있다.

Fig. 1에 주어진 블록선도 상의 각 신호와 단위계 사이의 관계는 다음과 같이 주어진다.

$$U(w) = P(w)X(w) \tag{1}$$

* 경남대학교 대학원

** 경남대학교 기계설계학과

$$V(w) = H(w)F(w) \quad (2)$$

$$Y(w) = H(w)F(w) + N(w) \quad (3)$$

$$B(w) = Q(w)Y(w) \quad (4)$$

$$F(w) = U(w) + B(w) \quad (5)$$

일반적으로 가진기를 구동하게 되는 제력신호를 증폭시켜 주는 신호 증폭기의 전달함수 $P(w)$ 는 외부소음이 무시될 수 있으며, 계측 대상 주파수 전 영역에 걸쳐서 그 값이 일정하다고 가정할 수 있다. 또한 계측 대상 구조물과 부착된 계측장비들 사이의 상호작용에 의한 피이드백 과정이 무시되면 Fig. 2와 같은 단순한 입출력 관계가 성립된다.

즉, 외부소음과 상호작용에 의한 피이드백 과정이 없는 이상적인 계의 계측일 경우 주파수 영역에서의 입출력 관계는 다음과 같이 주어지게 되며,

$$Y(w) = H(w)F(w) \quad (6)$$

위의 식 (6)으로부터 일반적으로 널리 알려진 $H_1(w)$ 과 $H_2(w)$ 를 얻을 수 있다.

$$H_1(w) = \frac{G_{fy}(w)}{G_{yf}(w)} \quad (7)$$

그리고

$$H_2(w) = \frac{G_{yy}(w)}{G_{yf}(w)} \quad (8)$$

여기서, $H_1(w)$ 과 $H_2(w)$ 는 Fig. 2와 같은 이상적인 계에 대해서는 그 값이 동일하게 주어지게 된다.

식 (3)에 $X(w)$ 의 공액 복소수를 곱하면

$$X(w)^*Y(w) = H(w)X(w)^*F(w) + X(w)^*N(w)$$

즉,

$$G_{xy}(w) = H(w)G_{xf}(w) + G_{xn}(w)$$

이 되는데 외부소음이 가진기 구동에 사용되는 최초의 신호와 연관성이 없다면 $G_{xn}(w) = 0$ 이며, 위의 식은

$$G_{xy}(w) = H(w)G_{xf}(w) \quad (9)$$

로 간편하게 정의될 수 있다.

시스템/가진기 상호작용의 효과를 해석하기 위해 식 (5)를 변형한다.

$$B(w) = F(w) - U(w)$$

위의 식에 $Y(w)^*$ 를 곱하면

$$G_{yb}(w) = G_{yf}(w) - G_{yn}(w) \quad (10)$$

이 된다. 식 (4)에 $Y(w)^*$ 를 곱하면

$$G_{yb}(w) = Q(w)G_{yy}(w)$$

즉,

$$Q(w) = \frac{G_{yb}(w)}{G_{yy}(w)} \quad (11)$$

식 (11)에 식 (10)을 대입하면 다음과 같다.

$$Q(w) = \frac{G_{yf}(w) - G_{yn}(w)}{G_{yy}(w)} \quad (12)$$

그런데 신호 $U(w)$ 는 직접 측정할 수 없으므로, 상호작용의 효과를 정량적으로 규정하기 위한 식 (12)의 효용이 사라지게 된다.

반면에, $U(w)$ 와 $Y(w)$ 의 관계는 아래와 같다.

$$Y(w) = \frac{H(w)U(w) + N(w)}{1 - H(w)Q(w)} \quad (13)$$

식 (13)에 $Y(w)^*$ 를 곱하면

$$G_{yy}(w) = \frac{H(w)G_{yn}(w) + G_{yn}(w)}{1 - H(w)Q(w)}$$

$$G_{yy}(w)(1 - H(w)Q(w)) = H(w)G_{yn}(w) + G_{yn}(w)$$

이 되고, 위의 식에 식 (12)를 대입하면 아래와 같다.

$$G_{yy}(w) - H(w)G_{yf}(w) = G_{yn}(w)$$

$$H(w) = \frac{G_{yy}(w) - G_{yn}(w)}{G_{yf}(w)} \quad (14)$$

식 (14)는 $H(w)$ 에 대한 중요한 편향오차를 나타내고 있다. 만약 $G_{yn}(w) = 0$ 이라면 식 (14)는 잘 알려진 $H_2(w)$ 로서 정의된다.

익히 알려진 또 다른 연산자도

$$\frac{G_{xy}(w)}{G_{xx}(w)} = \frac{P(w)H(w)}{1 - Q(w)H(w)} \quad (15)$$

로서 $H(w)$ 를 나타내는데 부적합하다.

식 (5)에 식 (1), (3), (4)를 대입하여 풀면

$$F(w) = P(w)X(w) + Q(w)Y(w) \\ = P(w)X(w) + Q(w)(H(w)F(w) + N(w))$$

$$F(w) = \frac{P(w)X(w) + Q(w)N(w)}{1 - Q(w)H(w)} \quad (16)$$

이다. 식 (16)에 $X(w)^*$ 를 곱하면 $G_{xf}(w)$ 를 얻는다.

$$G_{xf}(w) = \frac{P(w)G_{xx}(w)}{1 - Q(w)H(w)} \quad (17)$$

식 (9)와 식 (17)에 의해 $Q(w)$ 를 결정한다.

$$Q(w) = \frac{G_{xf}(w) - P(w)G_{xx}(w)}{G_{xy}(w)} \quad (18)$$

식 (18)을 식 (17)에 대입하여 $H(w)$ 에 대해 풀면

$$H(w) = \frac{G_{xf}(w)G_{xy}(w) - P(w)G_{xx}(w)G_{xy}(w)}{G_{xx}(w)G_{xf}(w) - P(w)G_{xx}(w)G_{xy}(w)} \quad (19)$$

이다. 만약 $P(w) = 1$ 이라면 즉, $X(w) = U(w)$ 라면 식 (19)는 아래와 같이 된다.

$$H(w)^* = \frac{G_{xy}(w)(G_{xf}(w) - G_{xx}(w))}{G_{xf}(w)(G_{xf}(w) - G_{xx}(w))} \\ = \frac{G_{xy}(w)}{G_{xf}(w)} \quad (20)$$

식 (20)은 출력단자의 외부교란이 출력과의 상관관계가 미약할 경우 3채널 측정법에 의한 계의 주파수 응답함수의 추정치로 가장 뛰어나다는 것을 나타내고 있다.

3. 실험 장치 및 방법

주파수 응답함수 추출시, 보에 가해지는 가진력은 힘 측정기(PCB quartz force transducer 218a)를 사용하여 계측하였으며, 가진력의 형태는 랜덤신호(random signal)를 이용한 연속신호로 하였다. 25×25×2000 mm의 강철로 된 균일보와 직경 600 mm, 두께 3 mm의 알루미늄 원판을 주파수 응답함수 추출을 위한 실험 대상으로 선정하였다.

보의 진동 응답은 가속도계(PCB accelerometer 302A07)를 사용하여 계측하였으며, 힘 측정기와 가속도계의 전압 감도는 각각 2.24 mV/N, 10mV/g이다. 힘 측정기와 가속도계에

의해 측정된 가진력과 가속도는 PCB 제품의 신호 안정기(480D06 power unit)와 전하 증폭기(463A dual mode charge amplifier)를 통하여 Onosoki 제품의 신호 분석기(CF 350 FFT)에 각각 Ch.a(입력 신호)와 Ch.b(출력 신호)신호로 제공되었다. 신호 분석기(Onosoki CF 350 FFT)는 401 주파수선의 해상도를 가진 신호 분석기로서, 주어진 입력과 출력 신호의 비율인 주파수 응답함수를 자체에 내장된 Fast Fourier Transform 프로그램(FFT algorithm)에 의해 계산해 낸다.

2채널 신호 분석기를 이용해 3채널 측정법을 적용하기 위하여 보를 랜덤신호를 가진하여 258회 선형 평균을 취하였으며, 동일한 가진 및 계측조건을 유지시키면서 가진기 구동신호 $x(t)$, 힘 측정기로부터의 신호 $f(t)$, 가속도계로부터의 응답신호 $y(t)$ 를 각각의 입력력 신호로 정의하여 식 (20)의 항들을 계측하였다.

4. 실험 결과 및 고찰

실험 대상물에 부착된 계측장비와 구조물 사이의 상호 간섭작용이 미치는 영향을 고려한 구조물의 주파수 응답함수를 2채널 측정법과 3채널 측정법으로 구한 경우가 Fig. 4에 비교되어 있다. Fig. 4는 모우드 밀도가 균일한 1차원 단순보의 경우에 대한 주파수 응답함수의 크기를 비교한 것으로서, 공진 주파수 근처에서의 주파수 응답함수의 크기에 약간의 차이가 있을 뿐 두 경우의 주파수 응답함수가 거의 비슷하게 나타나고 있다는 것을 알 수 있다. 한편, 단순보의 계측 결과에서 흥미로운 사실을 알 수 있는데, 그것은 구조물을 가진 시키기 위한 가진기에 전달되는 신호와 실제 힘 측정기에 의해서 측정된 신호와의 사이에는 상당한 차이가 있다는 것을 알 수 있다. Fig. 5는 랜덤 신호에 의해서 가진된 구조물에 대하여 힘 측정기에 의해 계측된 신호와, 가속도계에 의해 계측된 가속도 응답의 크기를 서로 비교한 것이다. 이 그림에 의하면 보의 1차 모우드와 2차 모우드 사이에 잉여의 피이크 점이 공통적으로 발생된다는 것을 알 수 있는데, 이 공진 모우드는 바로 부착된 가진기의 효과가 추가의 자유도로 반영된 것이다. 어쨌든, 2채널 측정법에 의한 주파수 응답함수나 3채널 측정법에 의해 구해진 주파수 응답함수가 이 추가 자유도의 효과를 공통적으로 보상해 주고 있다는 것을 Fig. 4의 결과를 통해 알 수 있다.

Fig. 6은 원형 평판에 대하여 충격해머를 사용하여 구한 주파수 응답함수와 랜덤신호로 구동되는 가진기에 의해 가진되는 경우의 주파수 응답함수를 2채널 측정법으로 구한 경우와 비교하여 놓은 그림이다. 충격해머를 사용하여 구한 주파수 응답함수가 계측장비와 구조물 사이의 상호 간섭작용이 최소화된 경우로 실험대상인 평판의 실제 주파수 응답함수와 가장 유사하다고 간주할 수 있다. Fig. 7은 같은 평판에 대하여 3채널 측정법으로 구한 주파수 응답함수를 충격해머로 구한 것과 비교하여 그린 것이다.

두 경우 모두, 충격해머의 경우와 상당한 차이가 있으나, 3채널 측정법으로 구한 주파수 응답함수의 경우가 평판의 고유진동수에 대한 값들을 보다 명확하게 나타내 주고 있다

는 것을 알 수 있다.

Fig. 8와 Fig. 9는 진동 응답 계측점을 달리한 경우에 대하여 Fig. 6과 Fig. 7에서와 같은 방법으로 주파수 응답함수의 절대값들을 서로 비교해 놓은 것이다. 이 경우 역시 3채널 측정법으로 구한 주파수 응답함수가 2채널 측정법의 경우에 비하여 공진주파수의 위치를 보다 분명하게 나타내 주고 있음을 알 수 있다.

Fig. 10은 2채널 측정법과 3채널 측정법의 장단점을 비교하기 위하여 접수된 평판에 대하여 랜덤신호로 구동되는 가진기를 부착시킨 경우의 주파수 응답함수를 서로 비교한 것이다.

3채널 측정법에 의해 구한 주파수 응답함수가 2채널 측정법에 의한 주파수 응답함수에 비해 공진주파수의 분별에 훨씬 뛰어난 계측법이라는 사실이 잘 드러나 있다. 이러한 현상은 Fig. 5에 나타나 있는 힘 측정기와 가속도계의 신호를 파악해 보면 자명해 지는데, 이것은 2채널 측정법의 경우는 주파수 응답함수가 힘 측정기로부터 계측된 신호의 자기주파수 밀도함수(Power Spectral Density Function : PSD)와 힘 측정기로부터의 신호와 응답 가속도계로부터의 신호와의 상호 주파수 밀도함수(Cross Spectral Density Function : CSD)의 비율로 주어지는 반면, 3채널 측정법에 있어서는 주파수 응답함수가 가진기 구동신호와 힘 측정기로부터의 신호 사이의 CSD와 가진기 구동신호와 응답 가속도계의 신호사이의 CSD의 비율로 주어지기 때문이다. 따라서, 랜덤신호로 가진되는 경우 3채널 측정법이 확률오차의 크기가 훨씬 줄어드는 효과를 나타내게 되는 것이다.

5. 결론

모우드 밀도의 산정을 정확하게 구하기 위해 고주파수 영역에서 흔히 적용되는 3채널 측정법이 저주파수대 영역에서도 2채널법에 의한 방법보다 주파수 응답함수의 크기 및 공진주파수의 위치를 보다 더 잘 나타내 주고 있다는 것을 실험적으로 제시하였다.

2채널 측정법에 비하여 3채널 측정법이 모우드 밀도가 균일한 보의 경우에 있어서도 주파수 응답함수의 크기를 실제의 경우와 근접하게 추정해 줄 수 있을 뿐 아니라, 상대적으로 모우드 밀도가 높은 평판의 경우에 있어서도 공진주파수 대에서의 주파수 응답함수의 형태를 보다 분명히 나타내어 줄 수 있는 것으로 나타났다. 한편, 구조물과 가진기의 상호작용에 의한 고유진동수의 변동량 측정의 관점에서는 2채널 측정법과 3채널 측정법의 경우 모두 주파수 응답함수를 적절히 나타내어 주고 있는 것으로 나타났다.

참고문헌

[1] J. A. Fabunmi and F. A. Tasker, "Advanced Techniques for Measuring Structural Mobilities," Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, July, Vol. 110, pp. 345-349, 1988.

[2]. X. Hu and K. G. McConnell, "An Advanced Model for Stinger Force, Motion and Energy Transmissibilities," IJAEM, Vol. 7 No.4, pp. 271-281, 1992.

[3]. A. L. Wicks and Man-Cheol Han, "The Influence of Frequency Response Function Estimation Method on Modal Parameter Estimators," 7th IMAC, Las Vegas, pp. 817-821, 1989.

[4]. K. T. Brown and M. P. Norton, "Some Comments on the Experimental Determination of Modal Densities and Loss Factors for Statistical Energy Analysis Applications," Journal of Sound and Vibration, 102(4), pp. 588-594, 1985.

[5]. K. T. Brown, "Measurement of Modal Density : An Improved Technique for Use on Lightly Damped Structures," Journal of Sound and Vibration, 96(1), pp. 127-132, 1984.

[6]. D. J. Ewins, "Modal Testing : Theory & Practice," Research Studies Press, pp. 105-146, 1984.

[7]. M. P. Norton, "Fundamentals of Noise & Vibration Analysis for Engineers," Cambridge University Press, pp. 385-406, 1989.

[8]. R. B. Randall, B. Tech. and B. A., " Frequency Analysis," Bruel & Kjaer, pp. 227-270, 1987.

[9]. J. S. Bendat and A. G. Piersol, " Random Data Analysis and Measurement Procedures," 2nd edition, John Wiley and Sons, New York, NY, 1986.

[10]. J. S. Bendat and A. G. Piersol, "Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis," 2nd edition, John Wiley and Sons, 1993.

[11] H. Herlufsen, "Technical Review Dual Channel FFT Analysis(Part II)," Bruel & Kjaer, pp. 3-48, 1984.

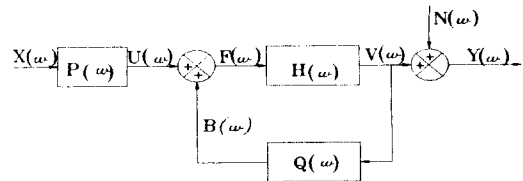


Fig. 1 Block diagram representing output noise and structure/exciter interaction

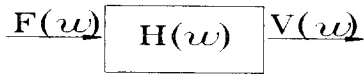


Fig. 2 Block diagram of idealized system

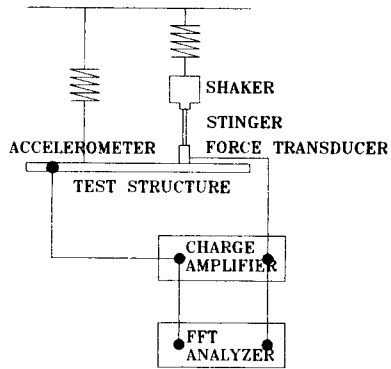


Fig. 3 Experimental set-up for measuring frequency response function of the test structure

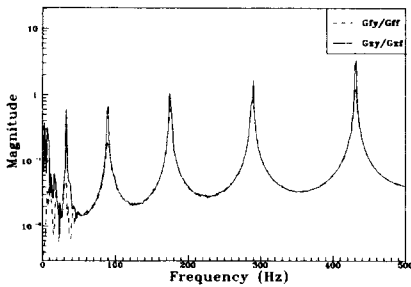


Fig. 4 Comparison of FRF's obtained with 2-channel and 3-channel measurement

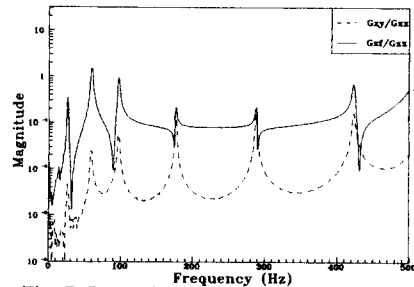


Fig. 5 Comparison of FRF's obtained using force signal and response signal

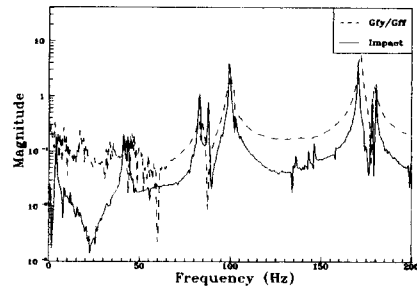


Fig. 6 Comparison of FRF's from impact hammer test and 2-channel measurement for circular plate

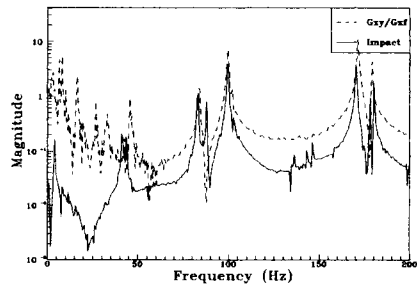


Fig. 7 Comparison of FRF's from impact hammer test and 3-channel measurement for circular plate

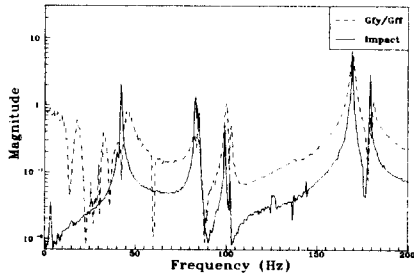


Fig. 8 Comparison of FRF's from impact hammer test and 2-channel measurement for circular plate

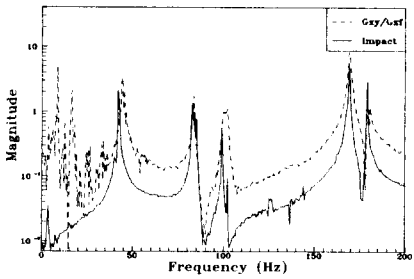


Fig. 9 Comparison of FRF's from impact hammer test and 3-channel measurement for circular plate

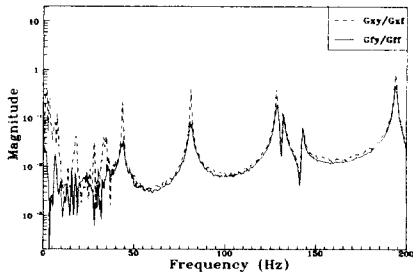


Fig. 10 Comparison of 2-channel measurement FRF and 3-channel measurement FRF for circular plate in contact with water