한국소음진동공학회 1995년도 춘계학술대회논문집 pp. 307-312

# 장거리 벨트 컨베이어 시스템의 동적거동 해석

김원진* 박태건* 이신섭*

## (Dynamic Analysis of Long Distance Belt Conveyor System)

(Won-Jin Kim, Tae-Geon Park, Shin-Sup Lee)

## 1. 서론

장거리 시스템의 경우에 있어서 기동과 정지 시의 동적하중은 구동부 입력크기의 변화와 구동부간의 기동 시간차이로부터 발생되며, 벨트로 전파되어 장력변화를 일으키고, 과도한 장력의 변화는 인장과 압축의 탄성파로 벨트요소의 응력을 증가시키며, 벨트, 풀리, 아이들러(idler) 등의 벨트요소들을 파괴시킨다. 따라서 동적해석에 의한 설계가 필수적로 요구되어 벨트의 동적거동 해석에 대한 연구가 많이 수행되고 있다[3-5]. 본 연구에서는 벨트 컨베이어 시스템을 집중질량모델(lumped mass model)로 근사하여 모델링하는 방법을 도입하여 세부요소에 대한 운동방정식을 유도하고, 각 요소 모델링을 결합하여 전체 운동방정식을 수립하였으며, 예제 시스템에 적용하여 동적거동을 해석하였다. 예제 시스템에 있어서 기동시의 구동입력은 두 가지 형태의 입력을 이용하였고, 정지시에는 구동부 브레이크가 없는 경우로 정상운전상태에서 순간적으로 구동부의 동력을 제거하는 방법을 적용하였다. 시뮬레이션 결과를 통하여 기동시의 구동입력을 적절히 제어하므로 벨트 속도와 장력의 변화를 줄일 수 있는 입력형태를 결정할 수 있었고, 이 때의 테이크업의 운동도 구할 수 있었다.

* 삼성중공업(주) 창원연구소

## 2. 시스템 및 전체 모델 구성

벨트 컨베이어 시스템을 구성하는 요소에는 컨베이어 벨트, 아이들러, 벨트풀리, 구동장치, 테이크업, 역전방지장치, 벨트반전장치 등 기타 여러가지 요소가 있다[1]. 동해석에 있어서 주요 모델링 요소는 다음과 같이 네 가지로 나누어 볼 수 있으며, 주요 부분의 구성은 Fig.1 에 나타낸 바와 같다.

(a) 컨베이어 벨트((1)~(8))

(b) 헤드 및 테일 풀리

(c) 테이크업 풀리(take-up A, B)

(d) 구동풀리 및 구동입력(driver A,B,C,D)

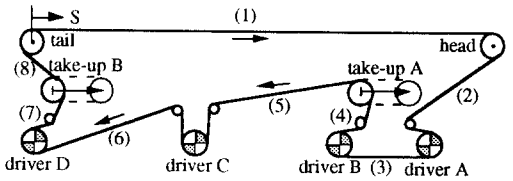



Fig. 1 Configuration of belt conveyor

전체 모델링 구성방법은 위의 네 가지 주요 모델링 구성요소를 기본으로 하고, 스넙풀리, 밴드풀리 등의 효과는 등가질량으로 환산하여 이웃한 풀리에 부가시킨다. 시스템운동 좌표는 벨트의 길이 방향으로 설정되었다.

## 3. 기본 운동 방정식 유도

### 3.1 벨트 운동

일반적으로 벨트코드(belt cord)의 경우에 있어서 동적거동을 묘사하는 운동방정식은 연속 방정식이 주로 사용되고, 힘과 변형관계를 Kelvin solid model[2]을 이용하면, 미소요소에 대한 평형방정식은 다음과 같이 표현된다[3].

$$m_B dx \frac{\partial^2(u+x)}{\partial t^2} = bE\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t}\right)dx - w(t)dx \qquad (1)$$

where u(x, t) : axial deflection

T : belt tension

w(t) : external resistance

$m_B$ : belt mass per unit length

b : belt width

E : Young's modulus (referring to the width)

$\alpha$ : delay time constant

그런데 벨트 중간에 구동부, 테이크업 등이 있고, 벨트 저항도 전구간에서 균일하지 않으므로 위의 식(1)을 이용해서 해를 구하는 것은 매우 복잡하다. 따라서 벨트를 여러개의 요소로 나누어 집중질량으로 등가시켜 모델링하는 방법을 도입한다. 여기서 X(t) = x(t)+u(x, t)를 대입하고, 집중질량모델을 도입하면 k번째 벨트요소의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_B l_E \frac{d^2 X_k}{dt^2} = K\{(X_{k+1} - X_k) - (X_k - X_{k-1})\} + C\{(\dot{X}_{k+1} - \dot{X}_k) - (\dot{X}_k - \dot{X}_{k-1})\} - w(t) l_E \qquad (2)$$

where $l_E$ : element length

$K = Eb/l_E$ : equivalent spring coefficient

$C = K\alpha$ : equivalent viscous damping coefficient

여기서 벨트 자체의 점성감쇠(viscous damping) 값은 1자유도 등가 시스템으로 근사하여 감쇠비를 입력한다. 위의 식(2)는 점성감쇠를 갖는 전형적인 집중질량 모델이지만 여기서 스프링은 인장력에 대한 저항만을 가지는 비선형 특성을 갖는다. 그리고 벨트의 저항 w(t)에서 주저항은 아이들러 마찰과 설치경사에 의한 자중이고, 여기서 마찰저항력은 쿨롱마찰 모델(Coulomb friction model)을 이용한다.

### 3.2 헤드 및 테일부 운동

헤드 및 테일부는 벨트 컨베이어 시스템에서 기본적으로 설치되며, 테일부에서 운반물을 적재하여 헤드부에서 하역하게 된다. 헤드/테일 드럼의 모델 운동방정식은 회전운동을 직선운동으로 등가시켜 Fig.2 에서와 같은 모델을 이용하여 다음과 같이 유도된다.

$$(R\theta_w m_B + I/R^2)\ddot{X}_k = T_2 - T_1 - \mu_B T^* sgn(\dot{X}_k) \qquad (3)$$

where $X_k = R\theta$

$T_1 = K_1(X_k - X_1) + C_1(\dot{X}_k - \dot{X}_1)$

$T_2 = K_2(X_2 - X_k) + C_2(\dot{X}_2 - \dot{X}_k)$

$T^* = (T_1 + T_2)\sin\frac{\theta_w}{2}$

R : radius of drum

I : moment inertia of drum

$\mu_B$ : bearing friction coefficient

$\theta_w$ : belt wrapping angle

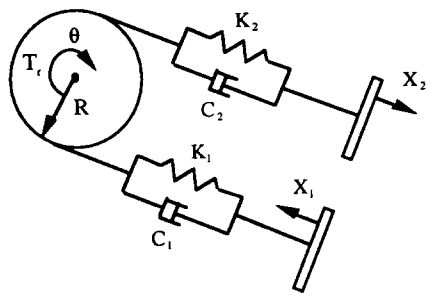



Fig.2 Model of head and tail

### 3.3 테이크 업 운동

테이크업에 대한 운동모델은 Fig.3 에서와 같으며, 본 모델에서는 벨트의 운동 및 장력전달을 연속적으로 표현하면서 양단의 장력을 균일하게 전달시키는 것이 중요하다.

$$M_T \ddot{X}_k = F(t) - 2T \qquad (4)$$

where

$$T = K\left\{X_k - \frac{(X_1 - X_2)}{2}\right\} + C\left\{\dot{X}_k - \frac{(\dot{X}_1 - \dot{X}_2)}{2}\right\}$$

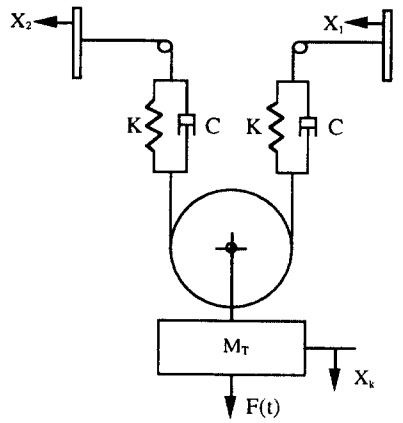



Fig.3 Model of take-up

식(4)에서 F(t)는 외력항으로써 사용되는 테이크업의 형태에 따라서 두 가지로 구분되며, 중력방식의 경우에는 원하는 장력의 두 배의 질량하중이 되고, 파워 윈치방식 의 경우에는 원하는 장력을 유지하기 위한 제어력이 된다.

I) gravity type

$$F(t) = M_T g \tag{5}$$

II) power winch type

$$F(t) = 2T + (T_{obj} - T) \times s \tag{6}$$

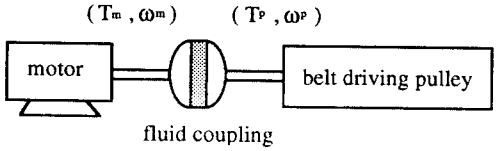
where $T_{obj}$ : objective tension value

s : control gain value

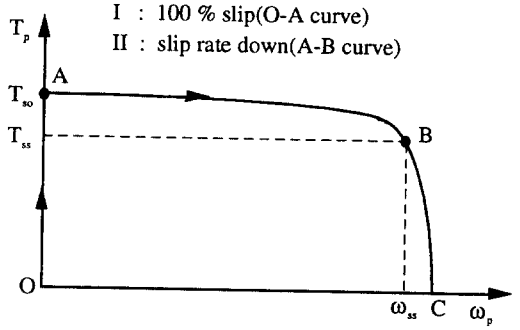
정지시에는 테이크업의 과다한 운동을 방지하기 위해서 정지력을 주는 경우가 있으며, 이러한 경우에는 쿨롱마찰모델을 이용하여 표현이 가능하다.

### 3.4 구동부 운동 및 입력 결정 방법

구동부는 벨트 시스템에 동력을 전달하는 요소로써 Fig.4 의 (a)에서와 같이 구동모터, 유체 커플링(fluid coupling), 구동풀리 등으로 구성된다.




(a) configuration of driver




(b) pulley torque

Fig.4 Characteristics of driving input torque

구동풀리 부분의 모델은 헤드 테일부의 모델에서 구동입력이 추가되는 형태이므로 Fig.2 을 참조하여 구동토오크($T_p$)를 고려한 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$(R\theta_w m_B + I/R^2)\ddot{X}_k = T_2 - T_1 + P(t) \tag{7}$$

where $X_k = R\theta$

$$T_1 = K_1(X_k - X_1) + C_1(\dot{X}_k - \dot{X}_1)$$

$$T_2 = K_2(X_1 - X_k) + C_1(\dot{X}_2 - \dot{X}_k)$$

$$P(t) = \frac{T_p(t, \dot{X}_k)}{R}$$

$\theta_w$ : wrapping angle

$T_r$ : input torque of pulley shaft

풀리에 걸리는 장력 $T_2$가 상당한 값보다 적으면 풀리에서 벨트로 동력을 제대로 전달하지 못하고 슬립(slip) 현상이 발생된다. 구동입력특성은 구동부의 구성요소에 따라 달라지며, 각 요소의 특성치와 제어방법을 이용하여 최종의 구동입력을 결정할 수 있다.

여기서 기동 전달 토오크의 특성는 개략적으로 Fig.4 (b) 에서와 같은 형태를 갖는다. 구동 모터에도 여러가지 방식이 있을 뿐만 아니라 유체 커플링에도 내부 유체량의 조절로 전달 토오크를 제어할 수 있는 방식(variable fill type)과 유체량이 일정한 방식(constant fill type)등이 있다. 따라서 구동입력을 일관된 방식으로 표현하기는 어렵지만 풀리 전달토오크

를 시간의 함수 구간과 풀리 회전수의 함수 구간으로 구분하여 입력하면 보다 간편해진다.

## 4. 예제 시스템 적용

앞 절에서 설명한 방법을 벨트운반거리가 약 14 [km] 인 벨트 컨베이어 시스템에 적용하였다. Fig.5 에서와 같이 헤드측에서는 두 개의 구동부와 테이크업, 테일측에서는 한 개의 구동부와 파워테이크업을 가진다.

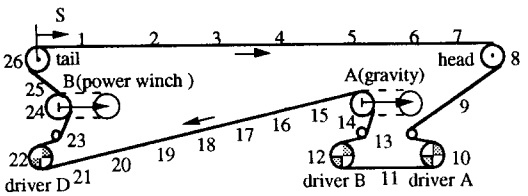



Fig.5 Example system

적용된 예제에 대한 주요 시스템 변수는 Table 1 과 같고, 점성감쇠비는 1 자유도 등가시스템에서 0.05 로 가정하였다. 운동 자유도 수는 헤드와 테일 드럼 2 개, 구동부 3 개, 테이크업 2 개, 운반측과 귀환측은 경사각에 따른 세부 구간별로 14 개, 나머지구간은 각각 한 개씩 하여 5 개로 전체 26 개의 자유도를 갖는 모델을 수립하였다. 구동입력을 주기 전에 벨트 및 운반물의 자중과 중력 테이크업의 하중에 의해 발생되는 초기장력조건 즉 제 2의 초기조건을 구하기 위해서 40 초간 시뮬레이션을 수행하였다. 구동모타는 세 개 모두 600 [kw] AC 이고, 유체 커플링은 유체량을 조절하므로 전달토오크를 제어할 수 있는 방식(variable fill type)으로 전달토오크 특성 곡선의 수정이 가능하다. 구동입력에 따른 장력 및 동응답 변화를 알아 보기 위해서 Fig.6 에서와 같이 서로 다른 형태를 갖는 두 가지 입력을 이용하였다. Fig.7 는 기동시 운반측(4 번째 dof) 과 귀환측(18 번째 dof)의 벨트 속도 결과인데, 가속시간이 약 120 초인 CASE I 은 완만한 가속을 보이는 반면 가속시간이 약 100 초로 상대적으로 짧은 CASE II 는 가속구간에서 속도변동이 심한 것을 볼 수 있다. Fig.8 은 최대 장력이 발생되는 5~6, 최소의 초기장력값을 갖는 1~2, 귀환측 18~19 에서의 기동장력 결과를 나타낸 것이다. 벨트가 정지시에는 모든 구동부에서의 구동입력은 영이고, 구동풀리와 벨트는 자체관성에 의해서 운동하게 되며, 이 때 테이크업은 과다한 운동을 방지하기 위해서 브레이크로 고정한다. Fig.9 은 정지시의 벨트속도 결과로 운반측 벨트의 정지시간은 약 27 초정도이며, 귀환측 벨트속도는 운반측에 비하여 빨리 떨어지지만 변동이 심하다. Fig.10 는 정지시의 주요부분 (26~1, 18~19, 5~6) 에서의 장력변화를 나타낸 것이다.

## 5. 결론

장거리 벨트 컨베이어 시스템의 기동 및 정지시의 동적거동을 해석하기 위해서 집중질량모델을 도입하고, 세부 요소 모델링방법과 구동입력방법을 제안하여 예제시스템에 적용하였다. 예제 시스템적용에서 알 수 있듯이 제안된 방법을 도입하면 기본설계 단계에서 필요한 동적거동 정보를 얻을 수 있으므로 기동방법 뿐만 아니라 벨트, 구동부, 테이크업, 브레이크 등 주요 요소의 동적설계가 가능하고, 동적효과를 고려한 전체 시스템의 구성이 가능하다. 또한 본 연구에서 제안된 방법은 각 요소의 모델링 방법을 모듈화하므로서 일반적 시스템에 확장 적용할 수 있는 편리한 방법이다. 앞으로 실험적 접근방법을 통하여 모델을 검증하고 개선하는 연구가 더 필요하다.

## 6. 참고문헌

(1)일본광업회 컨베어연구위원회편, 최대현 역, 1980, 신 벨트 컨베어의 계획과 관리, 성안당.

(2)Wilhelem Flugge, 1975, Viscoelasticity, Springer-Verlag.

(3)Zur, T.W., 1986, "Viscoelastic Properties of Conveyor Belts Modelling of Vibration Phenomena in Belt Conveyors During Starting and Stopping, "Bulk Solids Handling, Vol.6, Num.3, pp553~560.

(4)Nordell, L.K., and Ciozda, Z.P., 1984, "Transient Belt Stress During Starting and Stopping : Elastic Response Simulated by Finite Element Methods, "Bulk Solids Handling, Vol.4, Num.1, pp99~104.

(5)Schulz, G., 1993, "Further Results in the Analysis of Dynamic Characteristics of Belt Conveyors, "Bulk Solids Handling, Vol.13, Num.4, pp705~710.

Table 1 System parameters of example

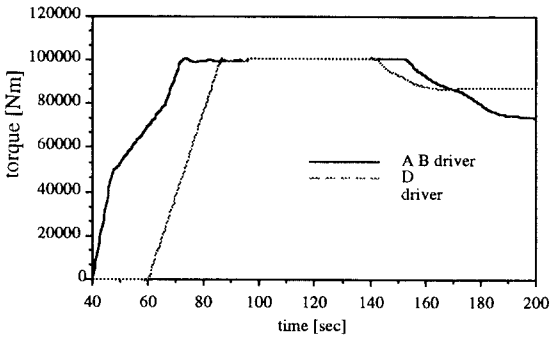
| $m_b$ | $m_M$ | $m_{IC}$ | $m_{IR}$ [kg/m] | E [N/m] | b [m] | $\mu_1$ | $\mu_s$ | $\mu_D$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 200 | 10 | 5 | $2.0\times10^8$ | 1.5 | 0.02 | 0.01 | 0.35 |

| PART | radius [m] | moment of inertia [kg / m²] |
|---|---|---|
| head drum | 0.70 | 3000 |
| tail drum | 0.40 | 400 |
| driver A | 0.70 | 6200 |
| driver B | 0.70 | 3000 |
| driver D | 0.70 | 3000 |

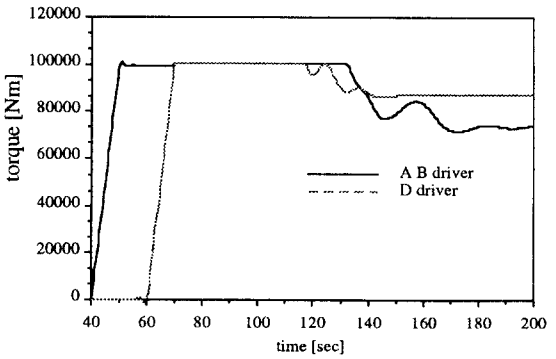
| take-up | A mass [kg] | B mass [kg] |
|---|---|---|
| | 16000 | 1000 |

| | carrying side (1) and return side (5) | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| length [m] | 3200 | 2520 | 1400 | 4200 | 1500 | 500 | 600 |
| slope [deg] | ∓1.0* | ∓0.18 | ∓0.89 | ∓0.46 | ±0.01 | ±3.66 | ∓1.81 |

* ∓ ( - : carrying side, + : return side )

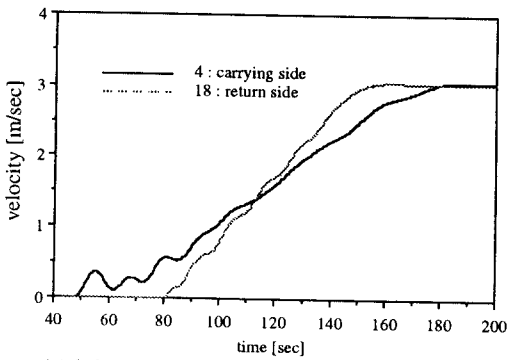



(a) input torques of CASE I

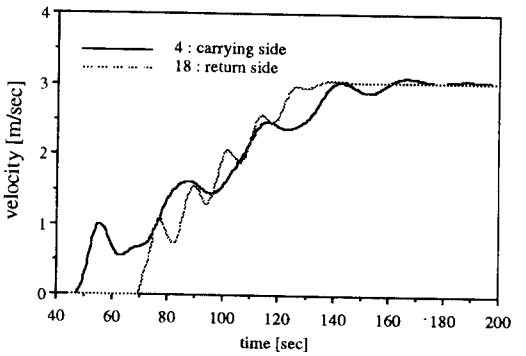



(b) input torques of CASE II

Fig.6 Time histories of two input torques

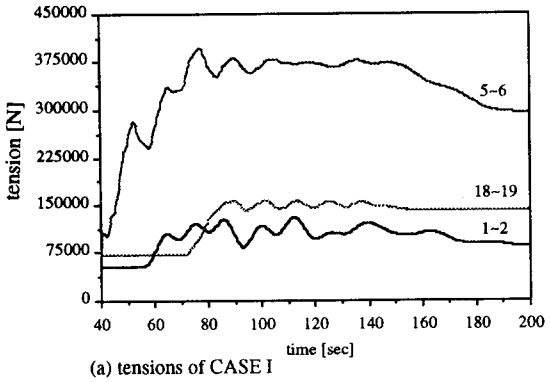



(a) belt velocities of CASE I at 4 and 18 th dof

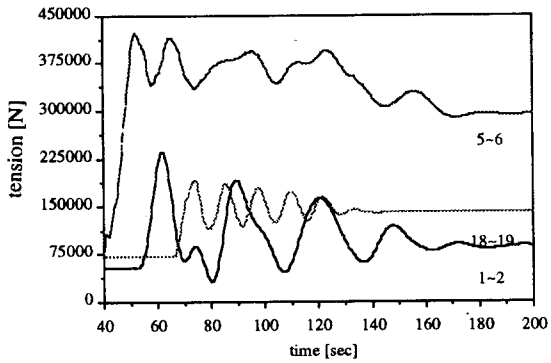



(b) belt velocities of CASE II at 4 and 18 th dof

Fig.7 Transient belt velocities during starting




(a) tensions of CASE I




(b) tensions of CASE II

Fig.8 Transient belt tensions during starting

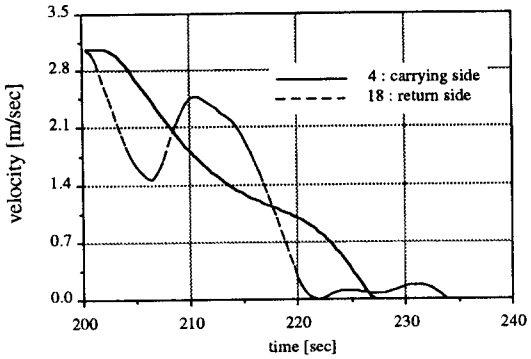



Fig.9 Transient belt velocities during stopping

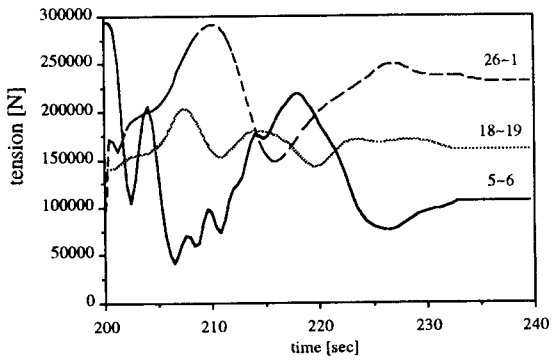



Fig.10 Transient belt tensions during stopping