

안정거울 장치의 민감도 해석 및 공차설계

정 호 섭*, 손 식 만**, 이 종 원*

(Sensitivity Analysis and Tolerance Design of the Stabilized Mirror)

(Ho-Scop Jeong, Seok-Man Sohn, Chong-Won Lee)

1. 서론

제품을 제조할 때의 성능 특성(characteristic reponse)은 잡음(noise)의 영향으로 목표치를 일관성있게 유지하지 못하고 산포하기 마련이다¹⁾. 일반적으로 이러한 산포는 가공 오차에 의하여 발생되며, 가공 오차의 허용량인 공차에 따라 제품 품질과 제조단가가 달라진다. 공차를 줄이면 성능 특성의 변동이 줄어들어 제품의 품질이 향상되지만 제조 단가가 상승하게 되고 공차를 크게 하면 제조비용은 감소하지만 품질이 나빠지게 된다. 또한, 제품의 성능 특성에 대한 각 설계인자의 영향이 다르므로, 각 설계 인자의 공차에 따라서 제품의 성능 특성에 대한 영향이 다르게 된다. 따라서 공차를 결정하기 위해서는 고려대상이 되는 것은 대개의 경우는 품질, 제조단가, 신뢰도이다. 일반적으로 공차와 제조 단가와와의 관계를 수식화하거나 이를 정확히 알아내는 것은 매우 힘들며 특히 설계인자가 많을 때 각 설계 인자와 비용의 관계를 알아내는 것은 거의 불가능한 반면 품질의 경우에 다구찌 방법의 민감도 해석(sensitivity analysis)을 통하여 공차와의 관계를 알아 낼수 있어 성능 특성이 주어지면 이에 맞는 공차를 민감도 해석을 통하여 구할 수 있다. 그러므로, 공차값을 잡음인자로 고려하여 잡음에 둔감한 설계값을 찾는 강건 설계와 동시에 이던 공차값에 대한 제해석을 통한 공차 설계가 필요하다²⁾.

본 연구에서는 정확한 위치 추적케 하는 안정거울 시스템의 개선시 필요한 새로운 설계값은 위치제어시에 정확도를 확보하는 동시에 강건함을 동시에 필요로 한다. 따라서, 정확성 및 강건성을 갖는 설계값과 동시에 각 설계변수의 적절한 공차를 할당한다.

2. 민감도 해석 및 강건설계^{4), 5)}

민감도 해석은 각 설계인자의 변동에 따른 성능 특성치의 영향을 알아보는 해석으로 다구찌 방법에서는 S/N값에 대하여 분산 분석을 하는 대신 성능 특성치에 대한 분산 분석을 하여 성능 특성치에 대하여 각 인자의 영향을 분석한다. 강건 설계는 지교 비열표상에 제어인자와 잡음인자를 동시에 고려하여 S/N비를 최대화하는 제어인자의 조건 즉, 잡음하에서도 특성치의 분산이 작고 평균이 목표치에 근접하는 제어 인자의 조건을 찾아내는 것이다. 내측 지교표에는 제어 인자분 외측 지교표에는 잡음 인자를 할당하여 이에 따른 실험을 한 후 분산 분석(ANOVA: analysis of variance)을 통하여 최적값을 도출한다.

3. 공차 설계(Tolerance design)³⁾

공차 설계는 성능 특성치에 규격이 정해지면 그 규격에 맞는 각 설계 인자의 최대한의 공차를 구하는 문제이다.

y 가 특성치이고 Δ_0 가 특성치의 허용치일때, 이에 대한 규격이

$$\text{망목 특성: } |y - \mu_0| < \Delta_0,$$

$$\text{망소 특성: } y < \Delta_0,$$

$$\text{망대 특성: } y > \Delta_0$$

로 주어질 때 공차 설계 문제를 수식화 하면 다음과 같다.

Maximize Δ_i

$$\text{subject to } \text{망목 특성: } |y - \mu_0| < \Delta_0,$$

$$\text{망소 특성: } y < \Delta_0,$$

$$\text{망대 특성: } y > \Delta_0$$

여기서 Δ_i 는 인자 x_i 의 공차이다.

망목특성의 경우, 특성치에 영향을 주는 설계변수의 설계치에 대하여 공차는 다음과 같이 구할 수 있다. 설계 변수가 총 m 개 있을때 1번째 설계변수의 값을 x_1 라 하고, x_1 가 단위당 변화하였을 때 특성치 y 에 미치는 영향을 b_1 라고 하면 y 와 x_1 의 관계는 다음과 같다.

*: 한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터

** : 한국전력공사 한국전력 기술연구원

$$y = \mu_0 + \sum_{i=1}^m b_i (x_i - \bar{x}_i) \quad (1)$$

여기서 \bar{x}_i 는 설계인자 x_i 의 설계치이다. 식(1)을 망목특성에 대입하면 다음과 같다.

$$y - \mu_0 = \Delta_0 = \sum_{i=1}^m b_i (x_i - \bar{x}_i) = \sum_{i=1}^m |b_i| \Delta_i \quad (2)$$

각 설계변수의 공차에 따른 제조단가의 변화가 동일하다면 각 변수마다 같이 허용자를 배분하여 각 변수의 공차를 구하면 다음과 같다.

$$\Delta_i = \frac{\Delta_0 / m}{b_i}, \quad i = 1, \dots, m \quad (3)$$

4. 안정거울 장치의 공차설계

4.1 모델링

가. 시스템

안정거울 시스템은 Fig. 1과 같이 지지대, 짐벌(gimbal), 플랫폼(platform), 안정거울(stabilized mirror) 및 평형기(balancer)와 외란을 감지하는 방위각과 고저각 자이로로 구성된다. 식(4)와 같은 라그랑지 방정식을 이용하여 안정거울을 3차원으로 모형화하고 운동 방정식을 유도하였다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i \quad (4)$$

여기서, L 는 라그랑지 에너지, F_i 는 일반화된 힘이다.

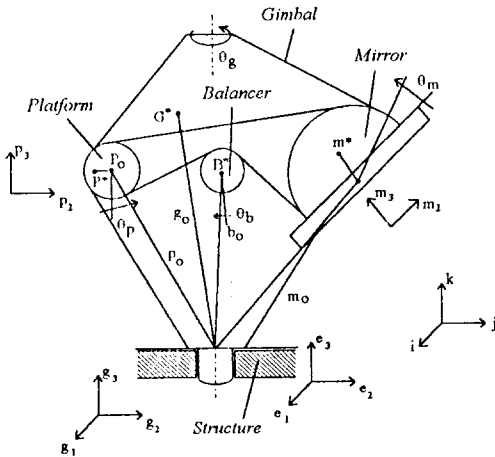


Fig. 1 Modeling of the stabilized mirror

나. 제어기

지지대에서 외란이 발생하면 이것이 마찰력을 통해서 안정 거울에 전달되고 안정 거울이 진동하게 된다. 이렇게 되면 안정 거울을 통해 들어오는 신호가 흐트러진다. 안정거울은 지지대에서 들어오는 외란이 있더라도 정확한 추적을 할 수 있도록 하는 안정화 기능이 필수적이다.

그러므로 구동 명령이나 외란으로 인하여 LOS (Line of sight)가 이동할 경우에 안정거울을 방위각 방향의 이동에 대해서는 이동하고자 하는 LOS 이동각만큼 회전해야 하고 고저각 방향의 이동에 대해서는 기하학적 이유로 1/2배 만큼 회전해야 한다.

안정화를 위해서 제어기는 입력 명령과 외란에 대한 정상상태 오차를 최소화 하도록 하며 시스템이 안정되고 외란에 대하여 강인성이 있도록 제어기를 설계하였다.

다. 목적 함수

동적 안정화의 정확도는 식(5)로 표현되는 Fig. 2와 같은 동적 외란이 0.25~50Hz의 주파수 영역에서 83mil/sec (rms) 크기를 가지고 시스템에 가해질때 각축의 안정화 오차가 1mil/sec(rms)를 초과하지 않아야 한다.

$$PSD = \frac{31.2 \times 10^3 f}{(1 + 4f^2)^{3/2}} \left[\frac{(\text{mil} / \text{sec})^2}{\text{Hz}} \right] \quad (5)$$

목적 함수는 위와 같은 외란이 들어올때 각축도 오차의 RMS(Root mean square)값으로 하였으며 이는 망소 특성에 해당하며, RMS값은 다음과 같다.

$$err_i = \omega_M - \frac{1}{2} \dot{\phi}_E \quad (6)$$

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N err_i^2}$$

여기서 ω_M 는 안정 거울의 각속도, $\dot{\phi}_E$ 는 지지대의 각속도 외란을 말한다.

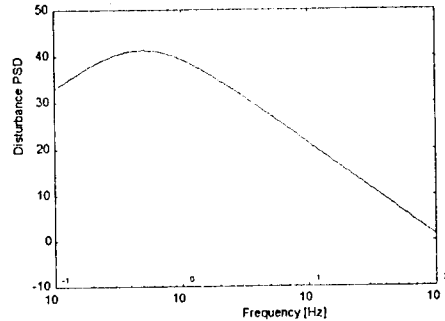


Fig. 2 Power spectral density function of dynamic disturbance

4.2 안정거울 장치의 공차설계

안정거울 시스템의 시뮬레이션은 많은 시간을 필요로 한과 동시에 설계 변수가 매우 많아서, 이를 모두 최적화 하는 것은 매우 어렵고 많은 시간을 요하는 작업이므로 먼저 민감도 해석을 통하여 민감한 인자를 구하고 난 뒤에 이의 강건 설계를 통하여 강건한 설계값을 구한다. 강건한 설계값에서 규격에 맞는 공차 설계를 한다. 규격은 오차의 RMS값이 정해진 규격보다 작게 하도록 하였다.

가. 설계 인자의 선정과 민감도 해석

설계 인자의 선정은 먼저 기하학적 모형을 참조하여 Fig. 1에서 보는 바와 같이 i 방향의 설계 변수는 움직일 수 없으므로 j, k 방향의 변수만 고려하고 나서 고저각 방향의 이동은 기하학적 조건 때문에 식(7)의 제한조건이 있다.

$$r_M = 2r_p$$

$$I_{B11} = \frac{I_{M11}}{r_M/r_B(r_M/r_B + 2)} \quad (7)$$

회전 관성 모멘트는 질량과 반경의 영향을 받으므로 이를 인자로 고려하지 않았으며 제어기의 이득은 이번 설계에서는 고려하지 않았다. 인자는 19개로써 다음과 같다.

무게 중심 위치: $g_2, g_3, p_2, p_3, b_2, b_3, m_2, m_3$

여기서 g 는 짐벌, p 는 플랫폼, m 은 안정 거울, b 는 밸런스이다.

질량: m_M, m_G, m_P, m_B

m_M 는 안정거울 질량, m_G 는 짐벌 질량, m_P 는 플랫폼 질량, m_B 는 평형기 질량이다.

강성: K_{PM}, K_{MB}, K_{PB}

K_{PM} 는 플랫폼과 안정거울사이의 강성, K_{MB} 는 안정거울과 평형기사이의 강성, K_{PB} 는 플랫폼과 평형기의 강성이다.

불균형 편심: m, p

m 은 안정거울의 불균형량, p 는 플랫폼의 불균형량이다.

반경: r_P, r_B

r_P 는 플랫폼의 반경, r_B 는 평형기의 반경이다.

위의 인자중 제어 할수 없는 인자인 m, p, g_2, g_3 를 제외한 나머지 15개 인자로써 설계인자를 잡았다. 15개의 설계인자를 제어 인자로 놓고 m, p, g_2, g_3 를 포함한 19개 인자의 공차를 잡음인자로 놓아서 강건 설계를 하려면 매우 많은 실험이 필요하므로 먼저 민감도 해석을 통하여 제어 인자와 잡음 인자를 구하였다. 제어 인자를 구하기 위한 민감도 해석을 위하여 $L_{81}(3^{40})$ 지교표에 15개의 설계 인자를 배열하였다. 교호 작용(Interaction)을 피하고 교호 작용의 영향을 알아보기 위하여 Table 1과 같이 배열하였다. 민감도 해석 결과는 Table 2와 같으며, Table 2에서 F 비가 1보다 큰 인자 $m_M, m_P, m_B, r_P, r_B, p_2, b_2$ 를 제어인자로 잡았다. 잡음 인자를 위한 민감도 해석에서는 Table 3과 같이 19개의 인자의 공차를 각 수준값으로 하여 $L_{81}(3^{40})$ 지교표에 배열하였다. 이의 결과인 Table 4를 보면 인자의 수준별 성능치가 거의 비슷하므로 이를 토대로한 잡음인자의 선택이 어려우며 또한 강건 설계시 설계치의 변화에 따라 잡음 인자의 중요도가 변화하므로 강건 설계시의 잡음인자로써는 제어 인자로 잡은 $m_M, m_P, m_B, r_P, r_B, p_2, b_2$ 의 공차를 잡았다.

Table 1 Assignment of level values for sensitivity analysis to select control factors

Factor	Col.	Level 1	Level 2	Level 3
m_M	5	1.2	1.5	1.8
m_P	10	0.4	0.5	0.6
m_B	12	0.3	0.4	0.5
m_G	13	4.0	5.0	6.0
r_P	14	45	55	65
r_B	19	27	37	47
K_{PM}	21	40	50	60
K_{MB}	22	80	100	120
K_{PB}	25	20	30	40
m_2	31	-45	-40	-35
m_3	33	90	100	110
p_2	34	55	60	65
p_3	35	110	115	120
b_2	37	25	30	35
b_3	38	70	75	80

Table 2 Results of sensitivity analysis to select control factors

Factor	Sum of Square	F Ratio
m_M	81.8	2.6 *
m_P	93.2	2.9 *
m_B	46.2	1.5 *
m_G	17.9	0.6
r_P	174.1	5.4 *
r_B	61.5	1.9 *
K_{PM}	9.7	0.3
K_{MB}	8.8	0.3
K_{PB}	23.7	0.7
m_2	6.8	0.2
m_3	12.6	0.4
p_2	4.8	0.2
p_3	41.9	1.3 *
b_2	15.6	0.5
b_3	47.4	1.5 *

(* : indicates the significant factors chosen for robust design)

Table 3 Assignment of level values for sensitivity analysis to select noise factors

Factor	Col.	Level 1	Level 2	Level 3
g_2	1	-0.26	-0.25	-0.24
g_3	2	118	119	120
m_M	5	1.2	1.5	1.8
m_P	10	0.4	0.5	0.6
m_B	12	0.3	0.4	0.5
m_G	13	4.0	5.0	6.0
r_P	14	54.5	55	55.5
r_B	19	36.5	37	37.5
K_{PM}	21	40	50	60
K_{MB}	22	80	100	120
K_{PB}	25	24	30	36
m	27	0.0	0.2	0.4
p	29	0.0	0.2	0.4

m_2	31	-40.5	-40	-39.5
m_3	33	99.5	100	100.5
p_2	34	59.5	60	60.5
p_3	35	114.5	115	115.5
b_2	37	29.5	30	30.5
b_3	38	74.5	75	75.5

Table 4 Results of sensitivity analysis to select noise factors

Factor	Average response by level			Sum of Square($\times 10^{-9}$)
	Level 1	Level 2	Level 3	
g_2	1.06	1.05	1.05	1.07
g_3	1.06	1.05	1.05	0.45
m_M	1.05	1.05	1.06	2.17
m_P	1.12	1.05	1.00	219.41
m_B	1.05	1.06	1.05	3.38
m_G	1.06	1.05	1.05	1.16
r_P	1.11	1.05	1.01	130.24
r_B	1.06	1.05	1.05	3.32
K_{PM}	1.07	1.05	1.04	18.41
K_{MB}	1.06	1.06	1.04	69504
K_{PB}	1.11	1.04	1.02	109.69
m	1.06	1.06	1.05	0.51
p	1.07	1.06	1.04	11.29
m_2	1.06	1.05	1.06	1.70
m_3	1.06	1.04	1.06	5.33
p_2	1.05	1.05	1.07	10.20
p_3	1.05	1.06	1.05	0.36
b_2	1.05	1.06	1.06	1.43
b_3	1.05	1.06	1.05	1.60

나. 강진 설계

강진 설계를 위하여 위에서 제어 인자로 7개의 인자를 $L_{18}(2^1 \times 3^3)$ 의 직교 배열표를 이용하여 7개의 인자를 3수준으로 할당하였고 각 인자의 수준 간격과 상한치, 하한치는 Table 5와 같다. 잠음 인자는 Table 6에 보는 바와 같이 7개의 제어 인자의 공차를 2수준으로 $L_4(2)^2$ 에 하한공차와 상한 공차를 각각 수준 1과 수준 2에 넣었다. 이를 토대로 6번의 측차를 통하여 강진 설계를 하였다. 강진설계 결과는 Table 7에 보였다. S/N 비값의 변화는 초기 60dB에서 강진 설계후에는 62dB로 2dB의 증가가 있었고 RMS값은 1.0mil/sec(rms)에서 0.9mil/sec (rms) 로 감소하였다.

Table 5 Level value of design variables for inner orthogonal array

Factor	Lower Limit	Upper Limit	Level Interval
m_M	1.2	1.8	0.005
m_P	0.4	0.6	0.005
m_B	0.3	0.4	0.005
r_P	45	65	0.5
r_B	27	47	0.5
p_3	110	120	0.5
b_3	70	80	0.5

Table 6 Level value of design variables for outer orthogonal array

Factor	Level 1	Level 2
m_M	-5%	5%
m_P	-5%	5%
m_B	-5%	5%
r_P	-0.5	0.5
r_B	-0.5	0.5
p_3	-0.5	0.5
b_3	-0.5	0.5

Table 7 Robust design values of GPTTS

Factor	Initial Value	Robust Value
m_M	1.5	1.4
m_P	0.5	0.5
m_B	0.4	0.4
r_P	55	61.5
r_B	37	46.0
b_2	30	31.4
b_3	75	77.2
RMS (mil/sec)	1.0	0.9
S/N ratio (dB)	60	62

다 공차 할당

각속도 오차의 RMS값의 감소의 허용값(δ)은 풀링하지 않은 인자수가 10개로 $\delta = (1.0-0.91)/10 + 0.91 = 0.92$ 로써 3번의 측차를 통하여 공차를 구해보면 Table 8과 같다. 표에서 보는 바와 같이 초기에 강한 영향을 주는 m_M 의 공차를 줄여야 함을 알 수 있다. m_B , K_{MB} , p_3 , b_3 의 공차는 매우 느슨하게 주어도 RMS 값에 영향을 거의 미치지 않는다. m_G , m_P , r_P , r_B , K_{PB} , m_2 , m_3 , g_2 , g_3 의 하한 공차는 현재대로 하고 상한 공차는 느슨하게 주어도 되며 K_{PM} , p_2 , b_2 의 상한 공차는 현재대로 하고 하한 공차는 느슨하게 주어도 됨을 알 수 있다. 최종의 설계치는 Table 9에 나타난바와 같다.

Table 8 Tolerance of GPTTS

Factor	Initial tolerance		After tolerancing	
	Low tol.	High tol.	Low tol.	High tol.
g_2	-0.01	0.01	•	0.011
g_3	-0.5	0.5	-0.51	•
m_M	-5%	5%	-2.21%	6.00%
m_P	-5%	5%	-5.01%	•
m_B	-5%	5%	•	•
m_G	-5%	5%	-10.5%	•
r_P	-0.5	0.5	-0.54	•
r_B	-0.5	0.5	-1.23	•
K_{PM}	-5%	5%	•	5.04%
K_{MB}	-5%	5%	•	•
K_{PB}	-5%	5%	-5.15%	•
m	...	0.4	...	•
p	...	0.4	...	1.01
m_2	-0.5	0.5	-0.52	•

m_3	-0.5	0.5	-0.52	•
p_2	-0.5	0.5	•	0.52
p_3	-0.5	0.5	•	•
b_2	-0.5	0.5	•	0.53
b_3	-0.5	0.5	•	•

(• : the factor whose tolerance is applied wide)

Table 9 Final designed values

	Factor	Final designed value
1	g_2	$-0.5^{+0.01}$ mm
2	g_3	$-119^{+0.51}$ mm
3	m_M	$1.4^{+0.08}_{-0.03}$ kg
4	m_P	$0.5_{-0.03}$ kg
5	m_n	0.4 kg
6	m_G	$5.0_{-0.54}$ kg
7	r_P	$61.5_{-0.54}$ mm
8	r_n	$46.0_{-1.23}$ mm
9	K_{PM}	$50^{+24.6}$ kN/m
10	K_{PM}	100 kN/m
11	K_{PM}	$30_{-1.68}$ kN/m
12	m	0.0 mm
13	p	0.0 mm
14	m_2	$-40_{-0.52}$ mm
15	m_3	$100_{-0.52}$ mm
16	p_2	$60^{+0.52}$ mm
17	p_3	115 mm
18	b_2	$31.4^{+0.53}$ mm
19	b_3	77.2 mm

5. 결론

다구찌 방법을 이용하여 안정거울 시스템의 민감도 해석, 강건설계 및 공차설계를 행하였다. 민감도 해석을 통해 안정거울 시스템의 안정화 성능에 크게 영향을 미치는 7개의 중요한 설계변수를 추출하였다. 그리고 실제 제작시에 문제가 되는 공차설계를 통해 작은 공차 범위를 가져야 할 설계변수를 도출하였다. m_M 이 안정화 성능에 가장 크게 영향을 주므로 공차범위를 줄여야 한다. m_M , m_P , K_{PM} , p_3 , b_3 는 공차범위가 크게 안정화 성능에 영향을 미치지 못함을 알 수 있다. 기타의 변수들은 각각 하한공차 및 상한공차로 주어진다.

후 기

본 연구는 1994년도 국방과학연구소의 연구개발 과제와 연구비 지원에 의한 결과로서 이에 감사의 뜻을 표합니다.

참고문헌

- [1] 이종원, "Taguchi 방법에 의한 실험 계획," 자동차 공학회지, Vol. 11, No. 6, 1989.

- [2] 염봉진, 서순근, 실험계획 및 분석 : 다구찌 방법과 직교배열의 활용, 한국과학기술원, 1993.
- [3] 손석만, "동력학계의 강건설계 및 공차할당," 한국과학기술원 석사학위논문, 1995.
- [4] 이종원, 김추호, "다구찌 방법을 이용한 컴퓨터 원용 강건설계 기법의 개발," 대한기계학회 논문집, 제18권 제2호, pp278-291, 1994.
- [5] M. S. Phadke, Quality Engineering Using Robust Design, Prentice-Hall, 1989.