

경계요소법을 이용한 축대칭 소음기의 성능해석

°임정빈*, 정갑철*, 권영필**

(Performance Analysis of Axisymmetric Mufflers by BEM)

(Jung-Bin Im, Gab-Chul Chung and Young-Pil Kwon)

1. 서론

자동차 흡배기계의 음향성능 해석에 일반적으로 사용되고 있는 방법은 평면파 이론에 의한 1차원적인 해석방법이다. 그러나 관심 주파수 대역이 넓거나 대상물의 형상이 복잡한 경우, 또는 내부에 흡음재가 부착되어 있는 경우에는 이러한 1차원 해석으로는 만족할만한 결과를 얻을 수 없으므로 경계요소법(BEM), 유한요소법(FEM) 등과 같은 수치해석 방법이 이용되고 있다(1-3).

본 연구에서는 축대칭 단순팽창형, 연장관형, 다공형 등 반사형 소음기와 흡음형 소음기의 음향성능을 해석하기 위한 경계요소법 프로그램을 개발하고, 소음기 성능의 주파수 특성을 구하여 실험결과 및 1차원 해석결과와 비교 고찰하였다.

2. 관계이론

2.1 축대칭 경계요소방정식

Fig. 1과 같이 음원을 갖지 않는 축대칭 해석공간상의 음장을 구하기 위한 Helmholtz 적분방정식은 다음과 같다(4).

$$C^0(P)\phi(P) = \int_L \frac{\partial \phi}{\partial n}(Q) \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{e^{-ikR(P,Q)}}{R(P,Q)} d\theta(Q) \right\} \rho(Q) dL(Q) - \int_L \phi(Q) \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikR(P,Q)}}{R(P,Q)} \right) d\theta(Q) \right\} \rho(Q) dL(Q) \quad (1)$$

위 식에서 ϕ 는 해석영역에서 Helmholtz 방정식 $\nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0$ 을 만족하는 음향속도포텐셜(acoustic

velocity potential)이고, n 은 해석영역 V 의 외부로 향하는 경계면 S 에 수직인 방향을 뜻한다.

또한 $dL(Q)$ 은 점 Q 가 움직이는 generator L 의 축방향 미소길이를 뜻하고 $\rho(Q)$ 와 $d\theta(Q)$ 는 각각 점 Q 의 원주방향좌표 및 미소회전각을 뜻한다.

한편 ϕ 는 자유음장 Green 함수로서 3차원 자유 공간에 대해서는 다음과 같다.

$$\phi(P, Q) = \frac{e^{-ikR(P, Q)}}{R(P, Q)} \quad (2)$$

위 식에서 k 는 파수(wave number), $R(P, Q)$ 는 점 P 와 Q 사이의 거리를 뜻한다.

식(1)에서의 계수 $C^0(P)$ 는 P 점이 V 의 내부에 위치하는 경우에는 4π , V 의 외부에 위치하는 경우에는 0, 그리고 S 상에 위치하는 경우에는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$C^0(P) = - \int_L \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R(P, Q)} \right) d\theta(Q) \right\} \rho(Q) dL(Q) \quad (3)$$

한편 식(1)에서의 음향포텐셜은 다음과 같은 관계에 의하여 음압 및 입자속도로 바꾸어 쓸 수 있다(5).

$$p = -\rho_0 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -i\omega \rho_0 \phi \quad (4)$$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial n} = \phi' \quad (5)$$

따라서 3절점 형상함수(three-noded shape function)를 도입하여 generator L 을 N 개의 요소로 이산화하면 식(1)은 경계면상의 미지수 p 와 u 를 포함하는 2 $N+1$ 개의 선형대수 방정식을 이루게 됨을 알 수 있고 다음과 같이 행렬식의 형태로 표현할 수 있다.

$$[A] \{ p \}_s = [B] \{ u \}_s \quad (6)$$

* 숭실대학교 대학원, 정회원

** 숭실대학교 기계공학과, 정회원

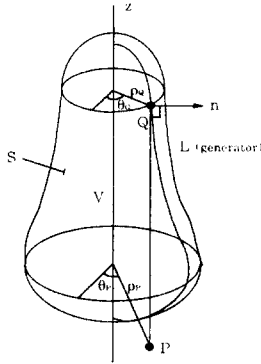


Fig. 1 Axisymmetric cavity

2.2 영역분할법

Fig. 2와 같이 음장이 두 개의 공간 영역으로 나뉘어 있는 경우는 각 영역에 대한 행렬식을 두 영역간의 경계조건을 이용하여 결합한 후, 경계면에서의 음압 또는 입자속도를 구함으로써 각 음장을 해석할 수 있다.

식(6)과 같은 절점방정식을 각 영역의 고유 경계면 1과 두 영역간의 경계면 2로 나누어 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}, [D]=[A]^{-1}[B] \quad (7)$$

따라서 영역간의 경계면에서의 음압은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{p_2\}_i = [D_{21}]_i \{u_1\}_i + [D_{22}]_i \{u_2\}_i \quad (8)$$

$$\{p_2\}_{ii} = [D_{21}]_{ii} \{u_1\}_{ii} + [D_{22}]_{ii} \{u_2\}_{ii} \quad (9)$$

윗 식에서 하첨자 i와 ii는 각각 Fig. 2의 I 영역과 II 영역을 뜻한다.

두 영역간의 경계면에서 임피던스를 이용하여 음압과 입자속도의 관계를 구하면 다음과 같다.

$$\{p_2\}_{ii} - \{p_2\}_i = [Z] \{u_2\}_{ii} \quad (10)$$

$$\{u_2\}_{ii} = -\{u_2\}_i \quad (11)$$

윗 식에서 [Z]는 경계면에서의 임피던스 행렬이다. 따라서 각 영역의 경계조건 $\{u_1\}_i$ 와 $\{u_1\}_{ii}$ 가 주어져 있다면 두 영역간 경계면에서의 입자속도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{u_2\}_{ii} &= [Z][I] - [D_{22}]_{ii} - [D_{22}]_i^{-1} \\ &\times [[D_{21}]_{ii} \{u_1\}_{ii} - [D_{21}]_i \{u_1\}_i] \end{aligned} \quad (12)$$

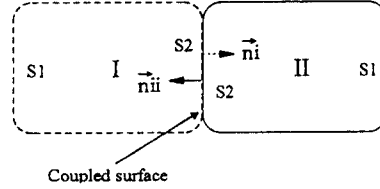


Fig. 2 Two-region model

2.3 투과손실

투과손실은 소음기 요소로 입사하는 음의 파워레벨과 무반사단의 출구측으로 투과하는 음의 파워레벨과의 차로써 정의된다. 따라서 입구측의 단면적과 출구측의 단면적이 같을 경우 투과손실은 입사음압의 복소진폭 p_i^+ 와 투과음압의 복소진폭 p_o^+ 만으로 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다⁽⁹⁾.

$$TL = 20 \log_{10} \left| \frac{p_i^+}{p_o^+} \right| \quad (13)$$

윗 식에서 하첨자 i와 o는 각각 소음기의 입구측과 출구측을 뜻하며 상첨자 +는 진행파를 의미한다.

한편 식(13)에서 p_i^+ 는 입구면에서의 음압 p_i 와 입자속도 u_i 로부터 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$p_i^+ = \frac{1}{2} (p_i + \rho_0 c u_i) \quad (14)$$

따라서 경계요소법에 의하여 소음기를 해석하는 경우에는 소음기의 경계면 중 입구 및 출구에서의 음압과 입자속도를 구함으로써 투과손실을 계산할 수 있다.

3. 수치해석 및 실험

축대칭 형태의 대표적인 소음기인 단순팽창형, 연장관형, 다공형 및 흡음형 소음기에 대하여 투과손실의 주파수 특성을 계산하고 실험에 의해 검증하였다.

투과손실을 측정하기 위한 실험장치도는 Fig. 3과 같고 한 개의 마이크로폰을 이용한 음향전달함수법⁽⁶⁾을 사용하였다. 음원으로는 백색잡음(white noise)을 이용하였고 측정에 사용된 1/4 inch 마이크로폰은 내부음장을 교란시키지 않도록 관벽에 밀착시켰으며, 측정위치

간의 간격을 25mm로 하여 0~5000Hz 까지의 주파수에 대해서 수행하였다.

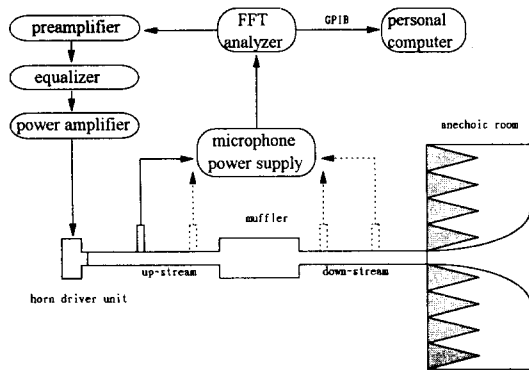


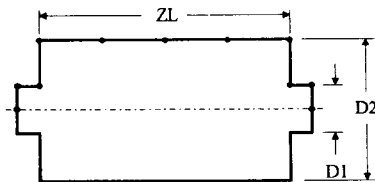
Fig. 3 The schematic of the experimental setup

3.1 단순팽창형 소음기

본 연구에서 대상으로 한 단순팽창형 소음기의 제원은 Fig. 4와 같다.

Fig. 5는 경계요소법에 의해 구한 단순팽창형 소음기의 투과손실을 실험결과와 비교한 것이다. 그림에서 경계요소법에 의한 2차원 해석결과는 고차모드의 차단주파수인 약 3500Hz 이상의 고주파대역까지 실험결과와 잘 일치하고 있다. 반면에 평면파 이론을 적용한 1차원 해석은 차단주파수 이상에서 뿐만 아니라 그 이하의 주파수에서도 실험결과와 상당한 차이가 발생할 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 6(a)(b)(c)는 각각 2000Hz, 3500Hz 그리고 5000Hz에 대한 단순팽창형 소음기의 내부음장상을 구하여 음압의 분포를 도시한 것이다. 그림에서 소음기의 입구측에 2차원적인 파면이 형성되어 있고 주파수가 높아짐에 따라 그 특성이 더욱 현저해짐을 알 수 있다. 또한 평면파의 차단주파수 이상에서는 반경방향으로 음압의 골이 형성되어 있음을 볼 수 있다.



(D1=19mm, D2=120mm, ZL=205mm)

Fig. 4 Simple expansion muffler

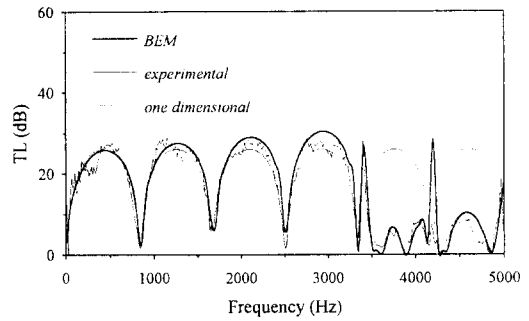
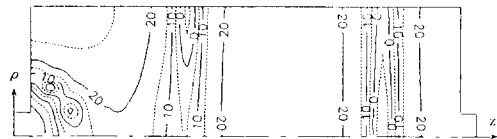
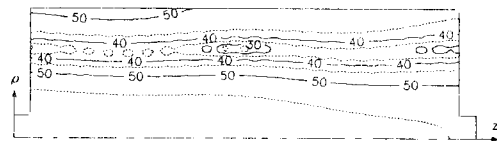


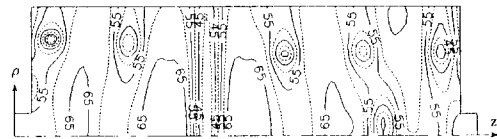
Fig. 5 Transmission loss of the simple expansion muffler



(a) 2000Hz



(b) 3500Hz



(c) 5000Hz

Fig. 6 Acoustic pressure field in a simple expansion muffler

3.2 연장관형 소음기

연장관형 소음기는 단일영역으로 해석할 때 소음기 내부로 삽입되어 있는 연장관의 두께가 얇기 때문에 Helmholtz 적분방정식의 적분커널에 있는 자유음장 Green 함수의 특이성 문제가 발생하여 해석이 곤란하게 된다.

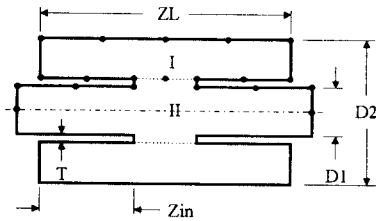
따라서 내부로 삽입되어 있는 연장관의 입출구가 서로 연결되어 있다고 가정하여 영역분할법을 적용함으로써 외부 공동과 연장관과의 가상 경계면에서 입자속도를 구할 수 있고, 이를 이용해 연장관 영역만을 해석함으로써 투과손실을 구할 수 있다.

본 연구에서 대상으로 한 연장관형 소음기의 제원은 Fig. 7과 같이 단순팽창형 소음기의 내부에 내경이 19mm, 두께가 3mm인 연장관이 삽입되어 있는 형태로써 외부공동과 연장관과의 경계면에서 음압 및 입자속

도의 크기가 같다는 경계조건(즉, $Z=0$)을 사용하였다.

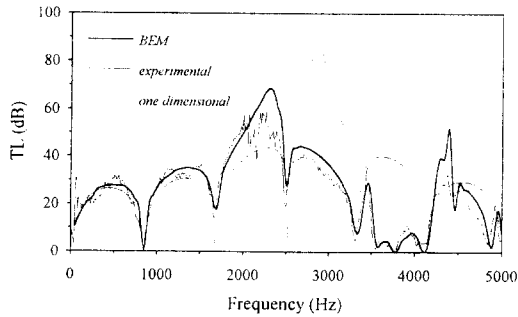
Fig. 8(a)(b)는 내부 연장관의 길이가 각각 30mm, 60mm인 연장관형 소음기의 투과손실을 나타낸 것으로서 주파수가 높아짐에 따라 1차원 근사 해석에 의한 결과보다 경계요소법에 의한 2차원 해석의 결과가 실험결과와 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 특히 주파수가 높아짐에 따라 연장관의 끝단에서 음파의 회절이 더욱 심해지므로 1차원적인 해석결과와 실험에 의한 결과가 상당한 차이를 보이게 됨을 알 수 있다.

따라서 여러개의 영역이 연성되어 있는 경우에 위와 같이 영역분할법에 의한 BEM 해석을 함으로서 보다 정확한 음향성능을 예측할 수 있고, 연장관의 두께에 의한 특이성 문제도 해결할 수 있음을 알 수 있다.

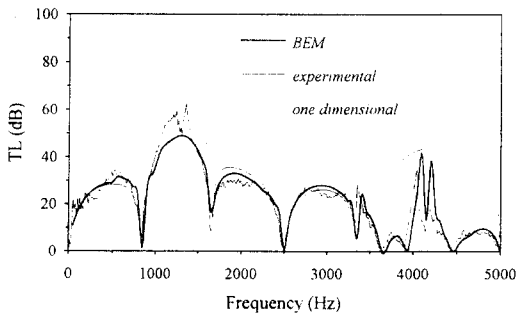


($D_1=19\text{mm}$, $D_2=120\text{mm}$, $ZL=205\text{mm}$, $Zin=30\text{mm}$ or 60mm , $T=3\text{mm}$)

Fig. 7 Extended tube muffler



(a) $Zin=30\text{mm}$



(b) $Zin=60\text{mm}$

Fig. 8 Transmission loss of the extended tube muffler

3.3 다공형 소음기

다공형 소음기의 경우는 내부 경계인 다공관에 의해 다공관 내부와 외부 공동의 두 영역으로 나뉘어 있다고 볼 수 있으므로 영역분할법을 적용하여 투과손실을 구할 수 있다. 이를 위하여 두 영역간의 연성된 경계면인 다공관에서 다음과 같이 Rao 및 Sullivan에 의해 제시된 각각의 다공관 임피던스 모델⁽⁹⁾을 적용하고 그 결과를 비교하였다.

Rao의 모델 ;

$$Z = \left\{ \frac{7.337 \times 10^{-3}}{\sigma} + i \frac{2.2245 \times 10^{-5} (1 + 51t_h)(1 + 204d_h)f}{\sigma} \right\} \rho_o c \quad (15)$$

Sullivan의 모델 ;

$$Z = \left\{ \frac{6 \times 10^{-3} + i k_o (t_h + 0.75d_h)}{\sigma} \right\} \rho_o c \quad (16)$$

윗 식에서 t_h 는 공극의 두께(m), d_h 는 공극의 지름(m) 그리고 σ 는 다음 식으로 정의된 공극율이다.

$$\text{공극율 (porosity)} = \frac{\text{전체공극수} \times \text{공극면적}}{\text{다공관의 표면적}} \quad (17)$$

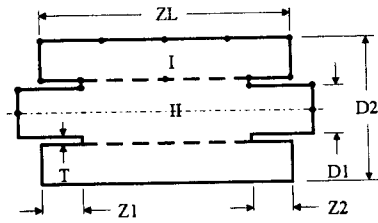
윗 식에서 다공관의 표면적은 다공관의 내경과 외경 사이의 평균 지름을 이용하여 계산하였다.

본 연구에서 대상으로 한 다공형 소음기의 제원은 Fig. 9와 같이 단순팽창형 소음기의 내부에 직경이 19mm, 두께가 3mm 그리고 공극의 지름이 3mm인 다공관이 삽입된 형태로써 각각 4.4%와 6.6%의 공극율에 대해서 수치해석 및 소음기의 사단자 정수 방법에 의한 1차원 해석⁽⁹⁾ 그리고 실험을 수행하였다.

Fig. 10(a)(b)는 각각 공극율 4.4%와 6.6%의 다공형 소음기에 대한 투과손실을 나타낸 것으로서 식(15)와 같은 Rao의 임피던스 모델을 사용한 경우이다. 그림에서 주파수가 높아짐에 따라 1차원 해석에 의한 결과보다 BEM에 의한 2차원 해석의 결과가 실험결과와 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

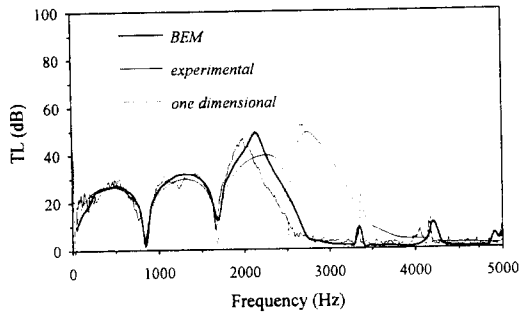
Fig. 11(a)(b)는 식(16)과 같은 Sullivan의 임피던스 모델을 사용하여 수치해석을 수행한 결과로서 앞에서 살펴본 Rao의 모델을 사용한 경우보다 고주파 영역에서 실험결과와 큰 차이를 보이고 있다.

따라서 다공형 소음기의 음향성능을 예측함에 있어 Rao의 임피던스 모델이 Sullivan의 모델보다 더 정확하며, 경계요소법에 의해 정확한 음향성능을 예측할 수 있음을 알 수 있다.

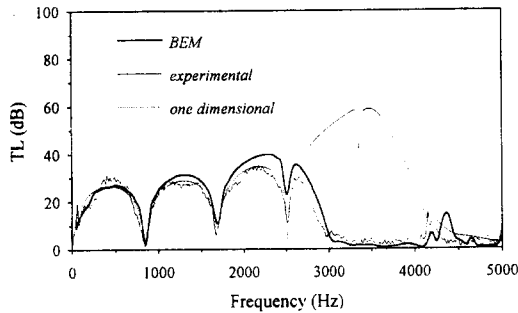


(D1=19mm, D2=120mm, ZL=205mm, Z1=Z2=10mm, T=3mm, σ =4.4% or 6.6%)

Fig. 9 Perforated tube muffler



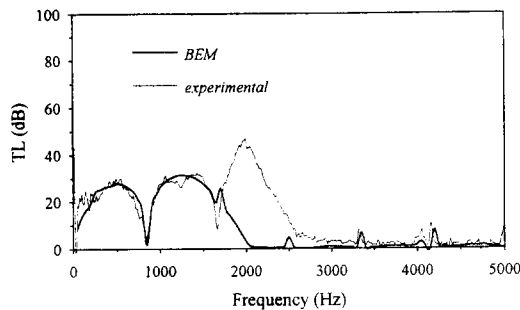
(a) σ =4.4%



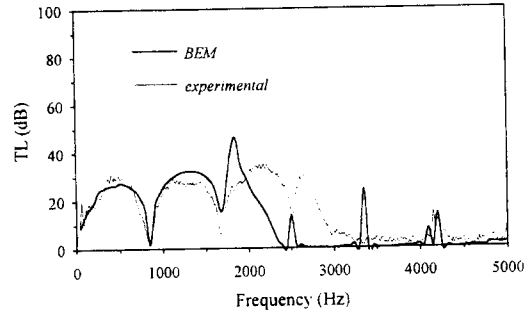
(b) σ =6.6%

Fig. 10 Transmission loss of the perforated tube muffler

(Rao's impedance model was used)



(a) σ =4.4%



(b) σ =6.6%

Fig. 11 Transmission loss of the perforated tube muffler

(Sullivan's impedance model was used)

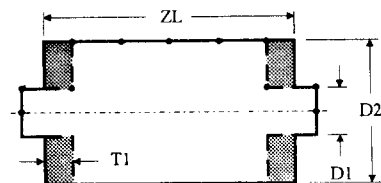
3.4 흡음형 소음기

소음기의 내면에 흡음재가 부착되어 있는 경우는 단순팽창형 소음기와는 달리 평면파 이론의 적용이 곤란하다. 따라서 본 연구에서는 Fig. 12(a)(b)와 같이 흡음면의 방향이 음파의 진행방향에 대해서 수직인 경우와 수평인 경우의 흡음형 소음기를 대상으로 경계요소법에 의한 2차원 해석 및 실험을 수행하였다.

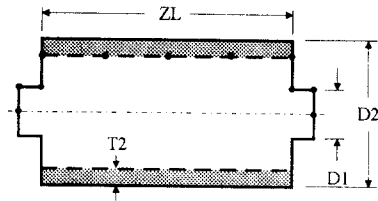
수치해석에서 흡음재가 부착된 면의 경계조건은 한 개의 마이크로폰을 이용한 음향전달함수법에 의하여 흡음재의 음향 임피던스를 측정하여 적용하였다.

Fig. 13(a)(b)는 Fig. 12(a)와 같이 단순팽창형 소음기의 내면에 음파의 진행방향과 수직인 방향으로 각각 22mm와 66mm 두께의 흡음재를 부착한 경우에 대한 투과손실의 수치해석 및 실험결과를 비교한 것으로서 전 주파수 대역에서 두 결과가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 따라서 흡음면과 음파의 진행방향이 수직인 경우는 경계요소법을 이용함으로써 정확한 투과손실의 예측이 가능함을 알 수 있다.

Fig. 14는 Fig. 12(b)와 같이 음파의 진행방향과 수평인 방향으로 22mm 두께의 흡음재를 부착한 경우에 대한 투과손실의 수치해석 결과를 실험결과와 비교한 것으로서, 경향은 대체로 비슷하나 그 크기에 있어서 상당한 오차가 있음을 알 수 있다. 따라서 음파의 진행방향과 흡음면의 방향이 수평인 경우에는 수직입사음에 대한 음향 임피던스의 적용이 부적당하다는 것을 알 수 있다.



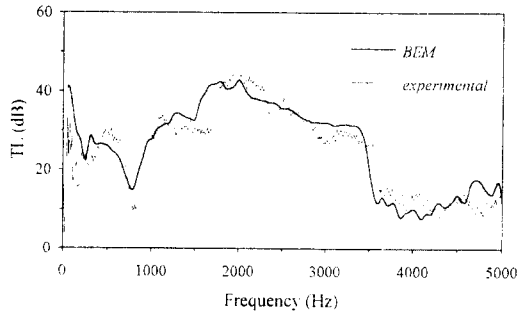
(a) Type A



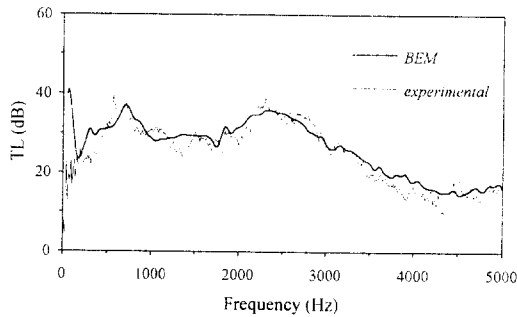
(b) Type B

(D1=19mm, D2=120mm, ZL=205mm, T1=22mm or 66mm, T2=22mm)

Fig. 12 Absorptive muffler



(a) T1=22mm



(b) T1=66mm

Fig. 13 Transmission loss of the absorptive muffler type A

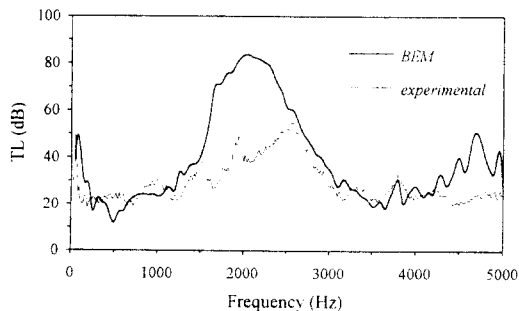


Fig. 14 Transmission loss of the absorptive muffler type B with 22mm thick absorptive material

4. 결론

이상과 같이 축대칭 음향해석용 BEM 프로그램을 개발하여 소음기의 투과손실을 구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 본 프로그램에 의해 축대칭인 반사형 소음기의 성능을 차단주파수 이상까지 정확히 계산할 수 있으며 연장관형과 다공관형의 경우는 영역분할법의 적용으로 특이성이나 내부경계문제를 해결할 수 있었다.
- (2) 다공관형 소음기의 경우, 다공관의 임피던스로 Rao의 모델을 사용한 경우가 Sullivan의 모델을 사용한 경우보다 해석결과와 실험결과가 더욱 잘 일치하였다.
- (3) 흡음형 소음기의 경우, 흡음면이 음파와 수직인 방향으로 위치할 때는 정확한 해석이 가능하나 평행인 방향으로 위치할 때는 상당한 오차가 발생한다.

5. 참고문헌

- (1) Liu Shugong and A.F.Seybert, "Acoustic analysis of a resonator muffler element using boundary element method", SAE 912577, 1073-1079, 1991.
- (2) Benjamin Soenarko and A.F.Seybert, "Recent development of the boundary element method to noise control problems in automotive engineering", SAE 912608, 1339-1346, 1991.
- (3) T.Tanaka, T.Fujikawa, T.Abe and H.Utsuno, "A method for the analytical prediction of insertion loss of a two-dimensional muffler model based on the transfer matrix derived from the boundary element method", ASME J. Vib. Acoust. Stress Rel. Design. 107, 86-91, 1985.
- (4) A.F.Seybert, B.Soenarko, F.J.Rizzo and D.J.Shippy, "A special integral equation formulation for acoustic radiation and scattering for axisymmetric bodies and boundary conditions", J. Acoust. Soc. Am. 80, 1241-1247, 1986
- (5) A.F.Seybert and C.Y.R.Cheng, "Application of the boundary element method to acoustic cavity response and muffler analysis", ASME J. Vib. Acoust. Stress Rel. Design. 109, 15-21, 1987.
- (6) 정갑철, 임정빈, 권영필, "한 개의 마이크로폰에 의한 음향전달함수 측정", 한국소음진동공학회 추계학술대회 논문집, pp. 201-205, 1994
- (7) 임정빈, 정갑철, 권영필, "BEM을 이용한 축대칭 소음기의 성능해석", 한국소음진동공학회 추계학술대회 논문집, pp. 306-311, 1994
- (8) 임정빈, "경계요소법을 이용한 축대칭 소음기의 성능해석", 숭실대학교 석사학위 논문, 1994
- (9) M.L.Munjaj, Acoustics of Ducts and Mufflers, John Wiley & Sons, 1987.