

스티프너를 이용한 열린 상자형 구조물의 구조변경법에 관한 연구

(°오 창근* · 최 창우* · 박 석주**)

A Study on the Structural Modification of the Open Box Type Structure by Using the Stiffener (Chang-Geun Oh, Chang-Woo Choi, Sok-Chu Park)

1. 서 론

현재 유한요소법은 가장 일반적인 해석방법으로 제시되어 있고, 실제로 공학의 거의 모든 분야에서 사용되고 있다. 특히, 구조해석 분야에서는 유한요소법을 이용하여 구조물의 정적·동적 특성을 정도 높게 해석할 수 있게 되었으며, 더 나아가서는 설계 단계에서 구조물의 기동을 비교적 정확하게 예측하는 것이 가능하게 되었다. 그러나 일반적으로 구조물이 복잡해지면 해석 결과의 정도를 높이기 위해 요소 분할 수를 증가시켜야 한다. 결국 구조물의 자유도가 커지게 되고 이로 인하여 계산기의 계산시간과 기억용량의 제한을 받게 된다. 최근에는 이러한 문제점을 개선하기 위해서 전체 구조물을 단순한 여러 개의 부분구조물로 나누어서 해석하는 구조해석법인 부분구조합성법(sub-structure synthesis method)이 실용화되고 있다.^{[1][2]}

이러한 구조해석법들을 이용하면 구조물의 특성을 정도 높게 파악할 수 있다. 그러나 구조물의 설계나 구조변경 등의 문제에 대해서는 명확한 해결책을 제시하여 주지는 못한다. 따라서 원하는 구조특성을 갖도록 설계하기 위해서는 설계자의 직관이나 경험에 의존하는 시행착오적인 방법을 이용해야 할 것이다. 즉, 설계자의 직관과 경험에 의존하여 설계를 변경하고 구조물이 목표하는 구조특성을 갖는지 재해석을 통하여 확인하는 반복적인 방법을 이용하여 구조물을 설계해야 할 것이다. 그러나 이러한 시행착오적인 방법은 비효율적이며 많은 시간과 비용이 소용된다. 이러한 문제점을 개선하기 위한 방법 중의 하나가 감도해석법(sensitivity analysis method)이다. 여기서 감도(sensitivity)란 특정부분의 치수나 형상등의 설계변수

를 바꾸었을 때 해석 결과 값에 미치는 영향의 정도를 나타낸다. 즉, 감도해석법을 이용하면 어느 부분을 변경하는 것이 가장 효과적인지를 알 수 있다. 이러한 감도해석법과 최적화수법(optimization method)을 이용하면 목표하는 특성을 가지는 최적구조물을 얻을 수 있다. 바꾸어 말하면 기존의 구조물을 최소한의 변경으로 원하는 특성을 가지는 구조물을 얻을 수 있게 정량적인 구조변경량을 제시하여 주는 것이다.^{[2][3]}

본 연구를 수행하기 전에 기동을 이용하여 열린 상자형 구조물의 고유진동수를 원하는 목표치로 변경한 바가 있으나 기동은 설치공간에 제약을 받을 수가 있고, 미관상에도 문제가 있을 수 있다. 특히 기동을 설치할 장소가 동위상으로 진동하는 경우에는 기동의 설치로는 해결할 수 없음을 밝힌 바 있다.^[4]

본 논문에서는 이런 문제를 해결할 수 있는 방법으로 구조물에 스티프너(stiffener)를 설치하여 구조물의 고유진동수를 바꾸는 구조변경을 행하고, 구조물의 고유진동수 중에서 문제가 되고 있는 고유진동수를 감도해석법과 최적구조변경법을 이용하여 안전한 범위 밖으로 옮기는 구조변경을 수행하고, 얻어진 결과를 부분구조합성법으로 재해석하여 고찰함으로써 제시한 방법의 타당성을 검증하고자 한다.

2. 감도해석법

감도해석법은 구조물의 치수, 재료 등의 설계 변경으로 인한 정적·동적 특성의 변화율을 구하는 것이다. 즉, 수학적으로 감도란 반응값의 설계변수에 대한 미분치로 정의된다.

고유진동수와 고유진동형의 감도를 구하는 많은 방법들이 제안되어 있으나 여기에서는 Fox의 방법^[5]을 이용하기로 하고 다음과 같은 운동방정식을 고려하기

* 한국해양대학교 대학원

** 한국해양대학교 조선공학과

로 한다.

$$(-\omega^2 [M] + [K])\{X\} = (-\lambda [M] + [K])\{X\} = \{0\} \quad (1)$$

이 고유치 문제에서 r 차의 고유치 λ_r 에 대한 고유진동모우드 벡터를 $\{\phi_r\}$ 이라고 두고, 설계변수 γ 가 γ_0 에서 미소량 $\Delta\gamma$ 만큼 변화해서

$$\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma \quad (2)$$

이 되면 $[K]$, $[M]$, λ_r , ω_r , $\{\phi_r\}$ 들도 따라서 변화하게 되는데, 설계변수에 대한 1차 미분항만을 고려하면 이것들은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$[K] = [K_0] + \frac{\partial [K]}{\partial \gamma} \cdot \Delta\gamma = [K_0] + [K'] \Delta\gamma$$

$$[M] = [M_0] + [M'] \Delta\gamma$$

$$\omega_r = \omega_{0r} + \omega_r' \Delta\gamma \quad (3)$$

$$\lambda_r = \lambda_{0r} + \lambda_r' \Delta\gamma$$

$$\{\phi_r\} = \{\phi_{0r}\} + \{\phi_r'\} \Delta\gamma$$

또, $\lambda_r = \omega_r^2$ 이므로

$$\lambda_r' = 2\omega_r \omega_r'$$

$$\omega_r' = \lambda_r' / 2\omega_r \quad (4)$$

이 되고, 따라서 고유진동수의 감도는 고유치의 감도에 의하여 구할 수 있게 된다. 초기 r 차 고유치 λ_{0r} 은 $\lambda = \lambda_{0r}$ 일 때의 고유치이므로 식 (1)은

$$(-\lambda_{0r} [M_0] + [K_0])\{\phi_{0r}\} = \{0\} \quad (5)$$

이 되고, 변경 후에

$$(-\lambda_r [M] + [K])\{\phi_r\} = \{0\} \quad (6)$$

인 관계를 만족시켜야 한다. (6)식에 (3)식의 관계를 대입하여 $\Delta\gamma^2$ 이상의 항을 무시하고 $\Delta\gamma$ 의 계수를 비교하여 정리하면,

$$(-\lambda_{0r} [M_0] + [K_0])\{\phi_r'\} = (\lambda_{0r} [M'] + \lambda_r' [M_0] - [K'])\{\phi_{0r}\} \quad (7)$$

이 되며, 식(7)의 앞에 $\{\phi_{0r}\}^T$ 를 곱하면, 좌변은 고유치 문제가 되고 결국 0이 되므로,

$$\{\phi_{0r}\}^T (\lambda_{0r} [M'] + \lambda_r' [M_0] - [K'])\{\phi_{0r}\} = \{0\} \quad (8)$$

여기에서 고유진동모우드 벡터를 다음과 같이 정규화하기로 한다.

$$\{\phi_{0r}\}^T [M_0] \{\phi_{0r}\} = 1$$

$$\{\phi_{0r}\}^T [K_0] \{\phi_{0r}\} = \lambda_{0r} = \omega_{0r}^2 \quad (9)$$

식(8)에 식(9)의 첫식의 관계를 이용하여 정리하면

$$\lambda_r' = \{\phi_{0r}\}^T ([K'] - \lambda_{0r} [M']) \{\phi_{0r}\} \quad (10)$$

이 되어 고유치의 감도가 강성행렬의 감도 $[K']$, 질량행렬의 감도 $[M']$ 와 r 차의 고유진동모우드 $\{\phi_{0r}\}$ 에 의하여 표시됨을 알 수 있다.

그리고 식(3)에서 1차 미분만을 고려하였으므로 (3)에서 얻어진 값들은 근사값이 될 수 밖에 없다. 따라서 원하는 목표값을 얻기 위해서는 얻어진 변경량을 가지고 고유치 해석을 다시 하여 목표값에 도달했는지를 확인하는 반복과정을 거처서 최종의 설계량을 결정해야 할 것이다.

3. 최적구조변경법

감도해석에 의해 구해진 감도행렬을 $[A]$, 설계를 변경하고자 하는 장소의 변경량을 $\{\Delta\gamma\}$, 변경하고자 하는 목표값과 현재값과의 차를 $\{\Delta\omega\}$ 라 하면, 이의 최적화 문제는

$$[A] \{\Delta\gamma\} = \{\Delta\omega\} \quad (11)$$

로 나타낼 수 있다. 이 식은 1차 방정식을 나타내고 있지만, 행렬 $[A]$ 가 일반적으로 정방행렬이 아니므로 최소자승해를 구하는 문제이다.

먼저 구하고자 하는 미지수, 즉 변경하고자 하는 변경량의 수가 방정식의 개수보다 적은 경우는 다음과 같이 S 를 최소로 하는 최소자승해를 구하면 된다.

$$S = |[A] \{\Delta\gamma\} - \{\Delta\omega\}| \quad (12)$$

그러나 일반적으로 구조변경의 문제는 위와는 달리 구하고자 하는 변경량의 개수가 방정식의 개수보다 많은 것이 특징이다. 예를 들면, 몇 개의 고유진동수를 특정 고유진동수로 변경시키고자 할 때, 변경할 수 있는 부분의 수는 수십 개에서 수백 개에 이른다. 이 경우에는 무수히 많은 해를 가지게 되나 다음과 같이 S 를 최소로 하는 제약을 가하면 해가 일의적으로 결정된다.

$$S = \{\Delta\gamma\}^T \{\Delta\gamma\} \quad (13)$$

이러한 경우를 의사 최소자승법의 문제라 부른다. 여기에서 행렬 $[A]$ 가 독립성을 가지고 있으면 이의 해는 다음과 같이 간단히 구해질 수 있다.

$$\{\Delta\gamma\} = [A]^T ([A] [A]^T)^{-1} \{\Delta\omega\} \quad (14)$$

그러나 원판 등과 같이 대칭구조물은 감도행렬의 열이 같은 경우가 생길 수도 있다. 바꾸어 말하면, 행렬

($[A][A]^T$)의 역행렬이 존재하지 않게 되어 이 문제를 푸는 것은 간단하지 않고 식(11)에 제약조건인 식(13)을 부가하여 풀거나 식(14)의 ($[A][A]^T$)의 일반 역행렬을 구하여 풀어야 한다.⁶⁾

4. 열린 상자형 구조물의

진동해석과 구조변경

4.1 모우드합성법에 의한 진동해석

감도해석법에 의한 구조변경을 수행하기 위하여 본 연구에서는 Fig. 1과 같은 두께가 1.6 mm인 연강판을 사용하여 제작한 길이 400 mm, 폭 200 mm, 높이 250 mm인 열린 상자형 구조물을 실험 및 해석모델로 사용하였다. 우선 전체구조물을 Fig. 2 와 같이 간단한 4 개의 분계로 나누고 각 분계를 50 mm 간격의 정방형 유한요소로 모델링하였다. 또한 구조물 중앙에 기관(engine)이 설치되어 있다고 간주하여 1번 분계 23번 절점을 가진하이 충격 실험과 모우드 합성법으로 해석하였다. 해석시에 채용한 모우드 수는 각 분계에 대해 20개로 하였고 결합부의 모우드 수도 20개로 하였다. Fig. 3은 1번 분계 23번 절점을 가진하이 같은 점의 응답에 대한 전달함수이고, Fig. 4는 같은 가진에 대한 3번 분계 23번 절점의 응답에 대한 전달함수이다. 그리고 Fig. 5는 모우드합성법으로 해석한 이 모델의 고유모우드를 나타낸 것이다.

4.2 감도해석 및 구조변경

구조변경을 수행하기 위하여 구조물의 1번 분계 23번 절점에 운전범위 10~35Hz의 기관이 설치되어 있다고 가정하기로 한다. 이와같이 가정하면 운전범위내에 21.2Hz와 31.4Hz, 두 개의 고유진동수가 존재하게 되는데 21.2Hz의 고유진동수는 기전원이 구조물의 고유진동모우드 노우드(Node)에 해당되기 때문에 분체가 되지 않는다. 분체가 되는 것은 31.4Hz의 고유진동수로 공진현상을 일으킬 염려가 있으므로 이를 개선하기 위해서는 31.4Hz의 고유진동수를 운전범위 밖으로 이동시킬 필요가 있다. 본 연구에서는 스티프너를 구조물에 부가함으로써 31.4Hz의 이 고유진동수를 45Hz로 변경시키는 구조변경을 수행하고자 한다.

우선 스티프너를 설치할 장소를 찾기 위해 감도해석

을 행한 결과 Table 1에서와 같이 각 분계의 양변이 감도가 좋았으나 고유모우드의 대칭성을 유지하기 위해 스티프너 설치위치를 중앙으로 결정하였다. 그리고 설치위치와 감도값을 이용해서 31.4Hz의 고유진동수를 목표하는 값으로 변경하기 위한 스티프너의 치수를 구한 후에 얻어진 치수의 스티프너를 구조물에 부가해서 재해석하고 그 결과를 확인하였다. 본 연구에서는 구조변경을 수평판에 스티프너를 부가한 경우, 수직판에 스티프너를 부가한 경우, 양쪽 모두에 스티프너를 부가한 경우로 나누어 구조변경을 실시하였다. 그리고 Table 2, 3, 4는 각각의 경우에 대한 감도와 변경량을 나타낸 것이다.

4.3 구조 변경 후의 고찰

감도해석을 통하여 구해진 치수의 스티프너를 구조물에 부가해서 모우드합성법으로 재해석한 결과는 다음과 같다. 수직판에 스티프너를 설치한 경우, 수평판에 스티프너를 설치한 경우, 그리고 양쪽 모두에 스티프너를 설치한 경우 모두 주목한 31.4 Hz의 고유진동수를 목표했던 45Hz로 변경되었음을 확인할 수 있었으며, 이는 3회 정도의 반복 계산을 통해 얻을 수 있었다. Fig. 6과 Fig. 7은 구조변경 전과 각각의 경우에 대한 구조변경 후의 전달함수의 변화를 보여주고 있다. Fig. 6은 1번 분계의 23번 절점을 가진했을 때 같은 점에서의 전달함수이고, Fig. 7은 같은 가진상태에서 3번 분계 23번 절점에서의 전달함수이다. 구조변경 전의 31.4Hz에서의 공진점이 모든 경우에 대해 45Hz로 옮겨진 것을 알 수 있다. 그리고 Fig. 8~Fig. 10은 변경후의 고유모우드를 나타낸 것이고, Table 5에는 변경전과 변경후의 고유진동수의 변화를 각각의 경우에 대하여 나타내었다. 이를 통하여 스티프너는 구조물의 고유진동수를 변경하는데 효과적인 부가부재임을 확인할 수 있었고, 감도해석 또한 구조변경에 효과적인임을 알 수 있었다. 이 결과를 수평판에 스티프너를 설치한 경우, 수직판에 스티프너를 설치한 경우, 양쪽 모두에 스티프너를 설치한 경우로 나누어 고찰하면 다음과 같다.

스티프너를 수평판에 설치한 경우 수평판의 고유모우드 진폭이 큰 차수의 고유진동수의 변화가 크고 고유모우드의 진폭이 작은 차수에 대해서는 고유진동수의 변화가 작다. 마찬가지로 수직판 스티프너를 설치한 경우에 대해서는 수직판의 고유모우드 진폭이 큰

차수에 대하여 고유진동수의 변화가 크고 양쪽 모두의 진폭이 큰 경우에 대해서는 양쪽 모두에 스티프너를 설치하는 것이 효과적임을 알 수 있었다.

이상에서와 같이 고유진동수를 바꾸기 위해서는 바꾸려고 하는 고유진동수의 고유모우드 진폭이 큰 부분에 스티프너를 설치하는 것이 효과적이라는 것을 확인할 수 있었다.

5. 결 론

본 연구에서는 스티프너를 이용한 열린 상자형 구조물의 구조변경법에 대하여 고찰해 보았고, 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 감도해석법을 이용하여 고유진동수 감도를 쉽게 구할 수 있었고 구해진 고유진동수 감도를 이용하여 변경할 위치를 결정할 수 있었다.
2. 최적구조변경법에 의해 변경량을 정량적으로 구할 수 있었고, 고유진동수를 목표한 값으로 바꿀 수 있었다.
3. 기둥을 이용한 구조변경에서 문제시 되었던 동위상의 고유진동모우드에 대해서도 효과적으로 고유진동수를 변경할 수 있었다.

스티프너는 설치위치에 대하여 비교적 제약을 받지 않으므로 구조물의 동특성 변경에 효과적일 것으로 생각된다. 그리고 구조변경을 더욱 효율적으로 수행하기 위해서는 구조물의 치수, 형상, 재료 등의 종합적인 설계변수를 고려하는 감도해석과 이를 바탕으로 하는 최적구조변경이 필요할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 大熊政明, 1986, “部分構造合成法による 振動解析”, 博士學位論文, 日本東京工業大學
- [2] 朴錫柱, 長松召男, “프레스 機械의 振動解析과 動特性的 最適化”, 韓國船用機關學會誌, 第14卷, 第3號, 1990, p.34
- [3] 박석주, 왕지석, 1992, “감도해석법에 의한 구조물의 결합부 강성 산출에 관한 연구”, 韓國船用機關學會誌, 第16卷, 第5號, p.60
- [4] 박석주 외 1994, “열린 상자형 구조물의 진동최소화 기법에 관한 연구”, 한국소음진동공학회지, 제4권, 제4호, p. 479-486
- [5] R.L.Fox, 1968, “Rates of Changes of Eigen Values and Eigen Vectors”, AIAA J., Vol.6, No. 12, p. 2426
- [6] 柳井晴夫, 竹内 啓, 1983, “射影行列, 一般行列, 特異値分解”, 東京大學出版會, p.65

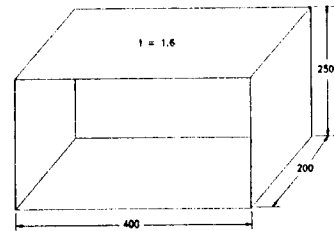


Fig. 1 Dimension of the open box type structure

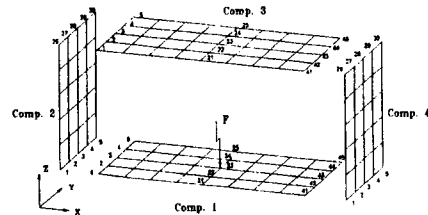


Fig. 2 Modeling of the open box type structure

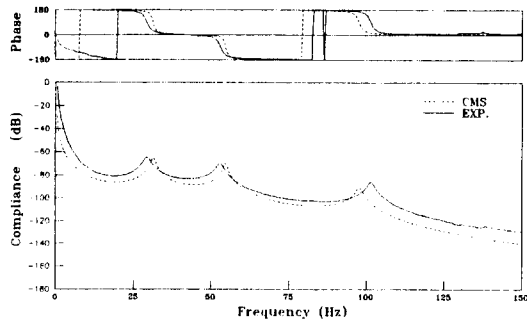


Fig. 3 Compliance of the structure (force 1-23, respose 1-23)

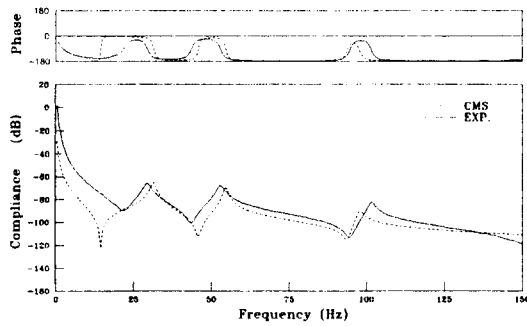


Fig. 4 Compliance of the structure (force 1-23, respose 3-23)

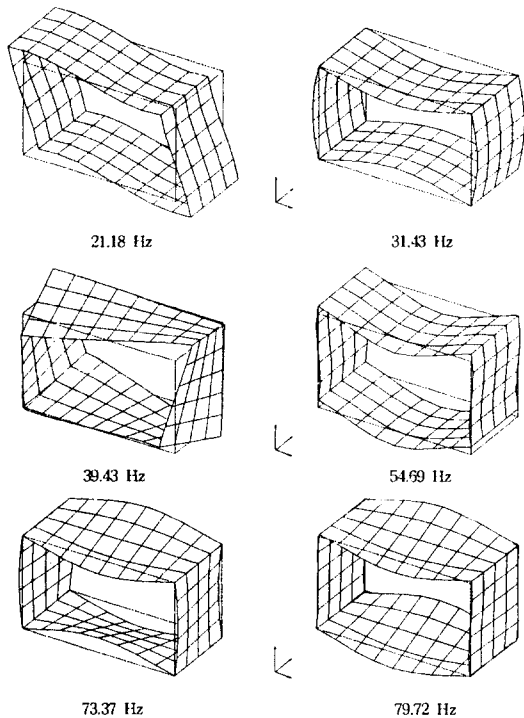


Fig. 5 Natural modes before modification

Table 1 Sensitivities of vertical and horizontal plate

No. comp.	Hori. plate		Verti. plate		
	N.P	sensitivity (Hz/mm)	No. comp.	sensitivity (Hz/mm)	
1	1 - 41	.69259E+00	2	1 - 26	.54638E+00
	2 - 42	.61436E+00		2 - 27	.46132E+00
	3 - 43	.59210E+00		3 - 28	.44353E+00

Table 2 Sensitivities and chang quantities in the case of installing the stiffener in the horizontal plate

No. comp.	N.P	1st calculation		2nd calculation		3rd calculation	
		sensitivity (Hz/mm)	$\Delta\gamma$ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	$\Delta\gamma$ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	$\Delta\gamma$ (mm)
1	3 - 43	.59210E+00	9.132	.12328+E01	11.047	.15123+E01	10.861
3	3 - 43	.59210E+00	9.132	.12328+E01	11.047	.15123+E01	10.861
N.F		40.28 Hz		45.56 Hz		45.01 Hz	

Table 3 Sensitivities and chang quantities in the case of installing the stiffener in the vertical plate

No. comp.	N.P	1st calculation		2nd calculation		3rd calculation	
		sensitivity (Hz/mm)	$\Delta\gamma$ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	$\Delta\gamma$ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	$\Delta\gamma$ (mm)
2	3 - 28	.44353E+00	9.702	.58082+E00	15.921	.26388+E00	21.015
4	3 - 28	.44353E+00	9.702	.58082+E00	15.921	.26388+E00	21.015
N.F		37.78 Hz		43.11 Hz		44.95 Hz	

Table 4 Sensitivities and chang quantities in the case of installing the stiffener in both plate

No. comp.	N.P	1st calculation		2nd calculation		3rd calculation	
		sensitivity (Hz/mm)	$\Delta\gamma$ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	$\Delta\gamma$ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	$\Delta\gamma$ (mm)
1	3 - 43	.59210E+00	7.341	.91714+E00	10.238	.13315+E01	9.765
2	3 - 43	.59210E+00	7.341	.91714+E00	10.238	.13315+E01	9.765
3	3 - 28	.44353E+00	5.499	.47670+E00	7.0046	.66479+E00	6.768
4	3 - 28	.44353E+00	5.499	.47670+E00	7.0046	.66479+E00	6.768
N.F		38.25 Hz		46.57 Hz		45.03 Hz	

Table 5 Change of the natural frequency by structural modification

Order	1	2	3	4	5	6
Original (Hz)	21.18	31.43	39.43	54.96	73.37	79.72
Modi. Hori. plate (Hz)	26.69	45.01	51.41	76.56	74.73	80.83
Modi. Verti. plate (Hz)	24.32	44.95	68.85	61.81	73.62	81.58
Modi. Both plate (Hz)	30.76	45.03	59.64	79.00	74.66	81.14

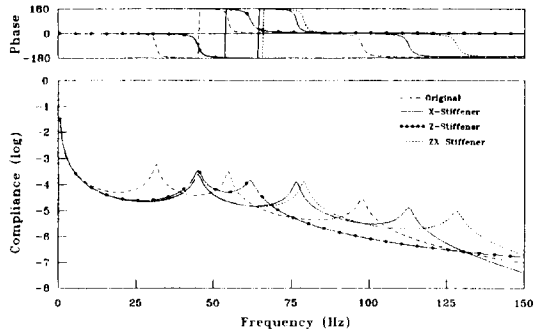


Fig. 6 Compliance of original and modified compliances (1/2)

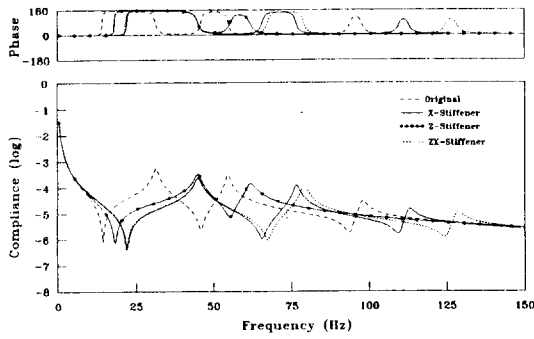


Fig. 7 Compliance of original and modified compliances (2/2)

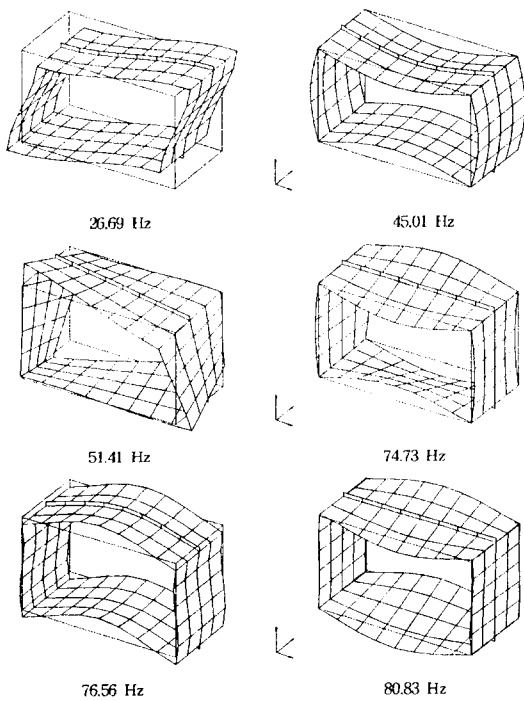


Fig. 8 Natural modes after the horizontal plate modification

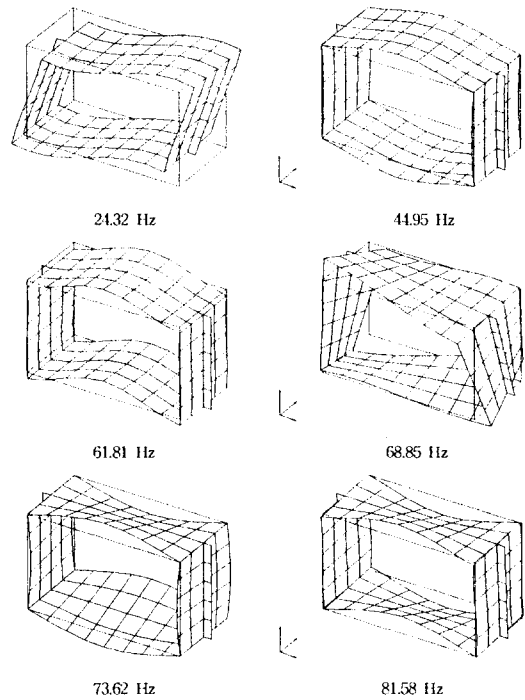


Fig. 9 Natural mode after the vertical plate modification

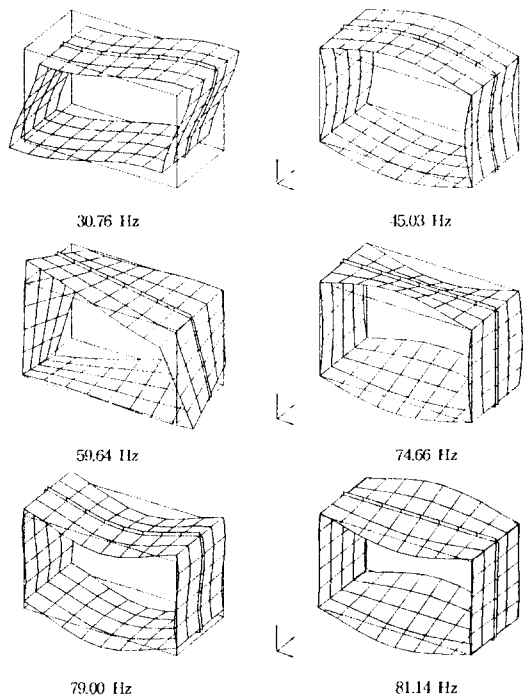


Fig. 10 Natural mode after both the plate modification