

## 변형하는 동일 물체간의 접촉처리를 고려한 대형강괴 자유단조의 2차원 열점소성 유한요소해석

박 치 용, 양 동 열  
한국과학기술원 기계공학과

### Two-Dimensional Thermo-Viscoplastic Finite Element Analysis of Free Forging for Large Ingot Considering Internal Contact Treatment on One Deforming Body

C.Y.Park and D.Y.Yang

Department of Mechanical Engineering, KAIST

#### ABSTRACT

Internal contact scheme between two free surfaces on one deforming body has been proposed by using the penalty method. It has been imposed to be internal boundary condition on two-dimensional thermo-viscoplastic finite element method so as to analyze one deforming body, which has two free surfaces penetrating each others. Analyses of side pressing with a circular void and a inclined elliptic hole have been carried out in order to verify the proposed contact scheme. A finite element code imposed internal boundary condition has been applied to two-dimensional analysis of free forging of large ingot with a void. Through the analysis, effects of working parameters in order to consolidate voids have been investigated.

#### 1. 서 론

소성가공 공정에서 유한요소법은 제품개발 및 설계과정에서 유용하게 사용되고 있으며, 여러가지 효율적인 기법들의 개발로 인하여 복잡한 문제의 해석 및 그 적용범위도 넓혀가고 있다. 원자력 및 발전산업에서 일체형의 로터(roter) 및 그 구조물들이 요구됨에 따라 강괴(ingot)가 대형되고 있는 현실이다. 따라서 유한요소법에 의한 공정해석이 유용하게 사용되고 있으며 많은 연구들이 진행된 바 있다.[1-5] 대형강괴의 공정해석에 있어서 중요하게 되두되는 것 중의 하나로는 대형화된 강괴에 발생하는 미세기공(void)의 압착을 위한 공정의 개발이다. 미세

기공의 존재는 제품의 파단을 일으키는 치명적인 결함으로 공정중에 이를 제거해야 한다. 이를 해석하기 위해서는 대형의 강괴 및 미세한 기공을 동시에 포함하여 해석해야 할 필요성이 있다. 기공을 포함한 강괴에서의 기공압착을 유한요소해석하기 위해서는 미세기공이 폐쇄된(closed) 후에서도 기공의 압착등을 관찰하기 위하여 계속적으로 해석을 수행하여야 한다. 이를 수행하기 위해서는 유한요소법의 적용에서 내부경계조건의 처리가 필요하다. 따라서 본 연구에서는 변형하는 동일한 물체내에서의 내부경계접촉처리를 행할 수 있는 기법을 개발하여야 한다.

일반적으로 접촉의 처리에 관한 연구는 수학적 방법과 시행착오법(trial and error method)으로 크게 나누어져 연구되어 왔다. 그러나 소성가공 공정의 유한요소해석에서는 금형과 소재의 접촉현상에 대한 연구로써 라그랑지안 방법, 벌칙방법 및 오차보정법등에 의하여 행하여지고 있는데 각방법은 나름대로의 장단점을 가지고서 사용되고 있다. 이러한 방법들을 이용하여 금형과 소재와의 접촉현상에 대한 연구가 많이 이루어지고 있다. 그러나 대변형의 동일소재사이의 접촉현상에 대한 연구는 사출성형에서의 유동해석이나 박판의 고속타발에 의한 좌굴현상을 해석하는데에서 연구되어진 바가 있으나 소성가공공정 해석을 위해서는 적용되기에 무리가 따른다. 본 논문에서는 현재 널리 사용되고 있는 강소성유한요소법에 쉽게 적용이 가능하고, 효율적으로 정보를 얻을 수 있는 방법을 개발하여 대형강괴 단조 공정에서 일어나는 내부기공의 폐쇄를 위한 해석을 수행하였다.

## 2. 해석 방법

### 2.1 변형 및 열전달해석

열간 단조공정을 해석하기 위해서는 하중의 내력(loding history)과 시간의 변화율을 동시에 고려한 접소성이론[6]에 바탕을 둔 열-접소성 해석방법을 사용하였다. 소성가공문제에서의 경계치문제의 해는 속도경계  $\Gamma_v$ 상에서 주어진 속도경계 조건을 만족하는 모든 속도장과 압력장중에서 경계  $\Gamma_v$ 상에서 영(零)인 임의의 함수  $\Psi_i$ 와 임의의 함수  $\zeta$ 에 대하여 다음식을 만족시킴으로써 얻어진다.

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \Psi_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} v_{i,i} \zeta d\Omega - \sum_i \int_{\Gamma_f} f_i \Psi_i d\Gamma = 0 \quad ----- \quad (1)$$

여기서  $\Psi_{ij} = \frac{1}{2}(\Psi_{i,j} + \Psi_{j,i})$  이다.

위의 변분식은 전체영역을 요소분할화한 후에 보간함수(interpolation function)를 이용하여 유한요소 근사화시킨 후 이를 Updated Newton-Raphson 방법을 이용하여 계산하였다[5].

열전달 해석은 열역학 제 1 법칙과, 소성변형으로 발생하는 에너지의 5~15%가 전위 밀도를 증가시키고 나머지가 열로 발생된다는 실험결과[7,8]를 이용한 열 평형방정식( $kT_{,ii} - \rho c\dot{T} + \dot{k} = 0$ )과 가공체의 표면 및 금형과의 접촉면에서 경계조건을 갖는 경계치문제로써 실시하였다. 온도해석을 위한 경계치 문제의 해는, 경계  $\Gamma$ 에서 경계조건을 만족시키는 온도장증에서 경계  $\Gamma$ 상에서 영(零)인 임의의 함수  $\xi$ 에 대하여, 다음식을 만족시킴으로써 얻어진다.

$$\int_{\Omega} kT_{,i}\xi_{,i} d\Omega + \int_{\Omega} \rho c\dot{T}\xi d\Omega - \int_{\Omega} \dot{k}\xi d\Omega - \int_{\Gamma} q_n \xi d\Gamma = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

식(2)의 변분식을 유한요소 분할화시킨뒤,  $T, \dot{T}, \xi$ 를 보간함수를 이용하여 나타내어 정리하면 간단한 벡터형으로 나타낼 수 있다. 이 메트릭스를 계산의 수렴성을 보장하고 계산시간을 절약하기 위해 매 시간 단계내에서 차분화하여 선형화시켜서 해석을 수행하였다. 변형 및 열전달해석은 서로 비연계된 방법을 사용하였고 열전달해석의 정확성을 높이기 위해서 매 변형 단계마다 수번의 분할된 온도계산 단계를 행하였다.

## 2.2 기공 내부접촉면의 접촉처리

### 2.2.1. 내부경계면 묘사 및 접촉처리

내부기공을 나타내는 경계에서는 기공이 폐쇄된 후 계속적인 상호 침투를 방지하고 실제적 현상을 나타내기 위하여 적절한 경계조건을 부여하여야 한다. 경계조건을 효율적으로 부과하고, 일반적 형상의 기공에 대해서도 기공의 폐쇄 및 압착을 해석하기 위해서는 기공의 형상을 효율적으로 묘사해야 한다. 기공형상의 묘사는 평면 변형인 경우에 있어서는  $n$ 개의 절점을 잇는 Spline곡선으로 묘사하였다.[9]

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} P_k(t) \\ = \sum_{k=1}^{n-1} \left\{ \sum_{i=1}^4 B_{ik} t^{i-1} \right\} \quad (0 \leq t \leq t_{k+1}, \quad 1 \leq k \leq n-1) \quad \dots\dots\dots (3)$$

여기서,

$$B_{lk} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ -\frac{3}{t_{k+1}^2} & -\frac{2}{t_{k+1}} & -\frac{3}{t_{k+1}^2} & -\frac{1}{t_{k+1}} \\ \frac{2}{t_{k+1}^3} & \frac{1}{t_{k+1}^2} & -\frac{2}{t_{k+1}^3} & \frac{1}{t_{k+1}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_k \\ p_k' \\ p_{k+1} \\ p_{k+1}' \end{bmatrix} \text{이다.}$$

$n$ 는 경계절점의 수이며,  $t, P_k, P'_k$ 는 Fig.1에서 보는 바와 같이 segment의 길이를 표현하는 매개변수,  $k$ 절점에서의 좌표 및 접선 방향성분을 각각 나타낸다.

위와 같이 cubic spline곡선의 합으로 묘사된 기공의 표면이 압하방향에 따라서 서로 맞닿게 되는 상대 표면에 접촉하게 되었을 때 접촉상태의 확인, 접촉 segment의 결정 및 침투량등이 결정되어야 한다. 접촉 segment나 단위곡면의 결정은 벡터량의 평가에 의한 단순화된 결정 방법으로 다음과 같이 행하였다. 평면 변형의 경우에 있어서는 식(4)와 같은 벡터량의 계산에 의해 접촉 segment가 결정되고 Fig.2에서 보는 것처럼 P점에 수직방방향으로의 교점 Q를 찾는다.

$$(P_1 \times n_p) \cdot (P_2 \times n_p) \leq 0 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

Q점에서 수직방향 벡터  $n_q$ 와 Q에서 P로의 벡터량의 내적이 영보다 작으면 P점이 Q점을 포함하는 segment에 대한 침투량이 된다.

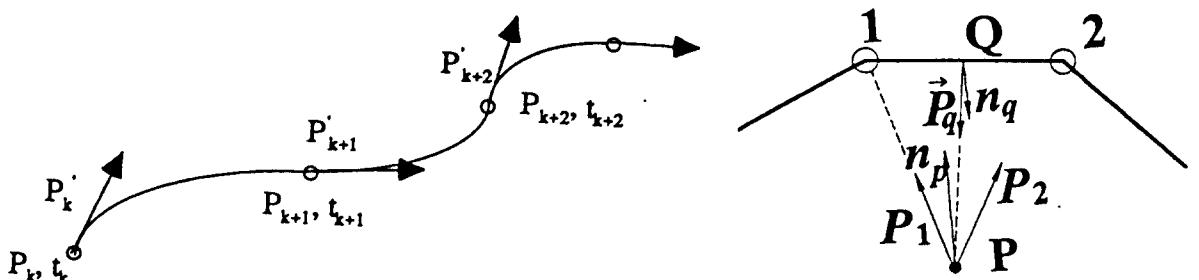


Fig.1 Schematic description of a multiful piecewise cubic spline segments.

Fig.2 Searching scheme of the segment for checking the penetration.

### 2.2.2. 내부접촉 처리를 위한 벌칙기법

기공의 표면을 이루는 두 곡면이 접촉하여 압착되는 과정에서 접촉조건인 Kuhn-Tuck 조건이 만족되어야 한다. 접촉조건의 처리는 접촉 및 침투가 된 후의 첫 계산 단계에서는 침투된 좌표를, 접촉소재의 강성비에 의한 가상적인 접촉면에 접촉되게 하여 변형이 진행되도록 변위를 수정하는 속도경계조건을 부과하였다. 이 때 수정된 속도는 다음과 같이 표현 된다.

$$V_M = V_P - [(V_P - V_Q) \cdot n_Q] n_Q \quad \dots \quad (5)$$

그 이후 계속되는 계산에서는 접촉면에 수직인 방향의 불침투조건 및 접선방향으로의 상호마찰력을 만족시키도록 다음과 같은 범함수를 도입하였다.

$$\int_{S_i} k_i^* \frac{1}{2} (\Delta u_n)^2 dS_i + \int_{S_i} t_s (\Delta u_s)^2 dS_i = 0 \quad \dots \quad (6)$$

여기서,

$$\Delta u = \Delta u_n - \Delta u_s = (u_n^p - u_n^q) + (u_s^p - u_s^q)$$

$$t_s = -\frac{2mk}{\pi} \tan^{-1} \left( \frac{\Delta u_s}{a} \right) t \quad \text{이다.}$$

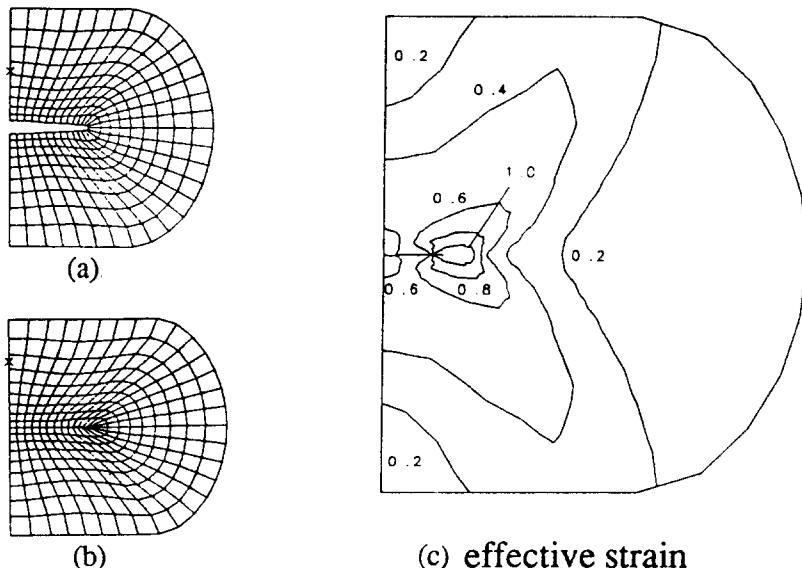


Fig.3 Mesh system before contact (a), mesh of contact state(b) and effective strain distribution(c) in the cylinder with center hole.

### 3. 실린더 형상에서의 검증

앞에서 설명한 내부접촉처리 방법을 포함하는 프로그램의 검증을 위하여 먼저 원형의 기공을 가지는 실린더 형상에 대하여 예제를 선택하였다. Fig.3에서 내부 접촉이 일어나기 직전과 접촉후 압착과정에서 접촉처리가 잘 이루어 졌는지에 대한 평가를 행하였다. Fig.3(b)에서 보는 바와 같이 내부접촉처리가 잘 이루어지고 있으며 그 때의 유효변형을 분포를 Fig.3(c)에서 보이고 있는데 상하면의 대칭이 이루어졌으며 접촉면 끝에서 심한 구배를 나타내고 있다. 그리고 내부접촉처리시에 접촉면을 따라서 접촉압력을 유동응력과 무차원화하여 Fig.4에 나타내었다. 접촉이 먼저 일어난 곳에서 더 높은 접촉압력을 나타내고 있으며 중심부에서는 약간 낮아졌다. 내부접촉처리시 접촉면과의 마찰을 고려하였기 때문에 마찰의 효과를 잘 묘사하고 있는지를 검증하고 중심부의 기공과는 다르게 일반적 형상의 접촉에 대하여도 잘 거동하고 있는지를 알기 위하여  $30^{\circ}$ 로 기울어진 편심율 0.916인 타원을 두고서 해석을 실시하였다. 이 때의 초기 격자 및 접촉 후의 결합 단계에서 접촉상태를 Fig.5에 나타내었다. 접촉면 끝단에서 미세하게 미접촉이 일어난 것은 격자의 퇴화에 의하여 더 이상 계산이 불가능하였기 때문이다. Fig.6에서는 계산 초기에 축중심 위치에 있는 내부 표면의 절점(centre node)이 중심에서 접촉이 시작된 후부터 상호간의 거리를 마찰의 변화에 표시한 것이다. 마찰상수 값이 크면 미끄러짐의 양이 적어서 상호거리가 많이 벌어지지 않았다. 이는 내부 표면에서 마찰의 효과가 잘 반영되고 있음을 나타내는 것이다.

### 4. 대형단조공정에서 기공압착에의 적용

대형강괴의 형상을 평면변형으로 가정하여 기공의 닫힘(closing) 및 폐쇄를 위한 공정을 해석하였다. 해석에서는 기공의 접합면 내부에서 일어지는 접촉압력 및 표면 연신율을 이용하여 기공압착에서의 결합강도 및 결합효율이 얻어졌다. 이때 사용된 결합강도 예측식[10]은  $[\sigma_B / \sigma_R = (\gamma e_s + \beta) / (1 + e_s) \cdot (q(m_f, \alpha_A) / 2k)]$  이 사용되었다. 강괴 길이방향으로의 평면변형해석에서 다이폭 및 다이 이동겹침의 변화에 따른 결합강도를 예측 비교하였다. 또한 V-다이 및 평다이 사용에 따른 결합효율의 비교에서는 V-다이의 사용이 결합효율의 증가비율에서도 유리함을 알 수 있었다.

### 5. 결 론

기공을 포함한 강괴에서 기공압착을 유한요소해석하기 위해 변형하는 동일한 물체내에서의 내부경계접촉처리를 행할 수 있는 기법을 개발하였다. 또한 실린더 형상의 예제를 통하여 코드를 검증하였으며, 이를 이용하여 대형강괴에서 기공의 폐쇄를 위한 공정해석에 적용하여 기공의 폐쇄정도에 영향을 미치는 변수들을 조사하였다.

## 참고문헌

1. Yoshinori Fukui et al. JSPT, vol.21,no.238, pp.975-982, (1980).
2. K.N.Shah et al., Advanced Manufacturing Process, vol.1, pp.501-516, (1986).
3. Tanaka, M. et al., the 2nd ICTP, Stuttgart. Vol.II, pp.1035-1042, (1987).
4. Dudra, S.P. and IM, Y.T., vol. 30, no.1, pp.65 - 75, (1990).
5. J.R.Cho, C.Y.Park and D.Y.Yang, Proc Instn Mech Engrs, Vol.26, pp.277-286, (1993).
6. P. Perzyna, Advances in Applied Mechanics, Vol.9, pp.243-315,(1966).
7. Greenfield P. and Bever M.B., ACTA Met., vol.4, pp.433-443, (1956).
8. W.S.Farren and F.R.S. Taylor, Proc. R. Soc., Ser.A, Vol.107, p.422, (1925).
9. B.K.Chi, Surface Modelling for CAD/CAE, Elsevier, (1991)
- 10.C.Y.Park and D.Y.Yang, Int. Conf. on MSME, 5-7.June, 1995, Singapore.

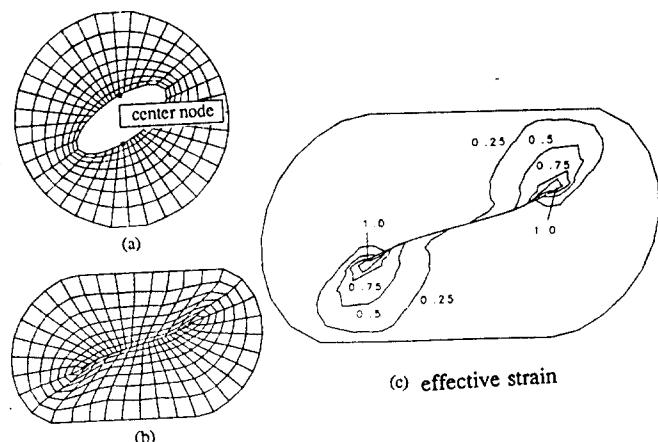


Fig.5 Initial mesh(a), mesh of contact state(b) and effective strain distribution(c) in the cylinder with elliptic hole( $e=0.916$ )

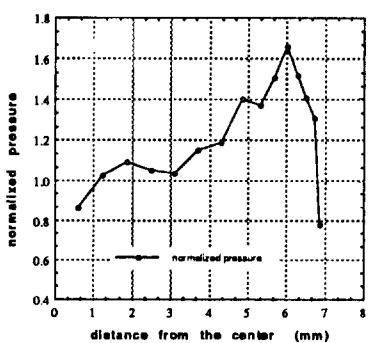


Fig.4 Normalized pressure from the center to interface tip on the contacted surface

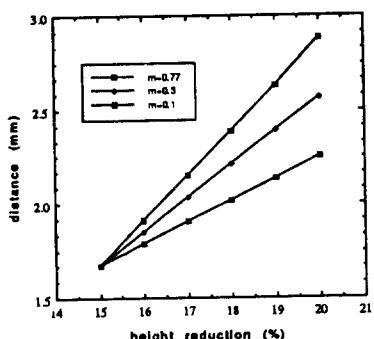


Fig.6. Distance variation of two center node with respect to friction factor