

## 체적소성가공에서 마찰법칙이 유한요소해석 결과에 미치는 영향에 관한 고찰

(Consideration on Frictional Laws and their Effect on Finite Element Solutions  
in Bulk Metal Forming)

전만수(M. S. Joun, 경상대), 문호근\*(H. K. Moon, 경상대)  
황상무(S. M. Hwang, 포항공대)

**Abstract:** Effects of frictional laws on finite element solutions in bulk metal forming were investigated in this paper. The Coulomb friction and the constant shear friction law were compared through finite element analyses of compression of ring and cylinders with different aspect ratios, ring-gear forging and hot strip rolling under the isothermal condition. It has been shown that two laws may yield quite different results in the case that the aspect ratio of a process is large, for example, strip rolling and ring-gear forging and that the difference depends mainly on the aspect ratio and the friction.

### 1. 서론

마찰은 소성가공의 특성을 결정짓는 주요인자중의 하나이다. 압연공정에서 둘과 소재간의 적절한 마찰력을 필수적이다. 그러나 과도한 마찰력은 압하력을 증가시키고 둘의 마모를 과속화시키므로 적절히 통제되어야 한다. 단조공정의 경우, 마찰은 금속유동(metal flow)의 형태를 결정짓는 역할을 하지만 금형의 마모수명을 떨어뜨리므로 적절히 통제되어야 한다.

마찰에 영향을 미치는 주요 인자에는 접촉면의 압력, 윤활상태, 상대속도, 온도, 소재의 성질, 조도 등이 있다. 소성가공에서 마찰면은 고온·고압의 극한 상황이므로 마찰 인자가 마찰력에 미치는 영향을 정확히 분석하기란 쉽지 않으며, 물리학, 재료학, 소성역학 등의 주요 연구 대상중의 하나로 남아 있는 실정이다.

소성역학에서는 마찰력을 전통적으로 Coulomb 마찰법칙과 일정전단마찰법칙(law of constant shear friction)으로 수식화하여 사용해 왔다. Coulomb 마찰모델에서는 마찰력이 법선력에 비례한다고 간주하는 반면, 일정전단마찰법칙에서는 전단항복응력의 일정비율에 해당하는 전단응력이 작용한다고 간주하고 있다. 따라서 일정전단마찰법칙에서는 마찰력과 법선력의 상호관계를 반영하지 못하는 문제를 안고 있다. 마찰력은 법선력과 합수관계에 있으므로 Coulomb 마찰모델 또는 유사 형태의 마찰법칙이 실제의 현상을 보다 정확하게 표현할 것이다. 일정전단마찰법칙은 계산시간, 수식화의 단순함 등의 장점 때문에 단조, 압연, 압출, 인발 등의 체적소성가공(bulk metal forming) 공정의 해석을 위하여 광범위하게 사용되어 왔다. 인발 및

유선형 금형을 사용한 압출의 경우, 법선응력의 변화가 금형의 전 접촉구간에서 비교적 적으므로 일정전단마찰법칙과 Coulomb 마찰모델은 유사한 결과를 낳는다. 그러나 압연 공정과 변형형태가 비교적 복잡한 단조 공정의 경우에는 일정전단마찰법칙의 사용이 소성유동 형태의 해석 목적에 부적절할 수 있다.

마찰은 소성유동에 큰 영향을 미칠 뿐만 아니라 금형의 마모수명을 좌우한다. 실제 단조 금형의 마모 형태를 조사해 보면, 국부적인 마모가 지배적임을 확인할 수 있다. 마모의 관점에서 마찰법칙간의 차이는 더욱 명확하다. 마찰 현상의 수식화로부터 발생되는 문제점의 중요성에도 불구하고, 마찰법칙에 따른 해석결과의 차이점에 관한 심도있는 연구 결과는 흔하지 않다. 본 논문에서는 마찰법칙이 유한요소해석 결과에 미치는 영향을 조사하였으며, 특히, 일정전단마찰법칙과 Coulomb 마찰법칙의 유사점과 차이점을 유한요소해석 결과를 통하여 상세히 분석하였다.

### 2. 벌칙기법과 마찰법칙

소성가공 공정에서 소재는 해석영역과 경계영역로 나누어지며 경계영역은 표면력이 주어진 경계, 속도가 주어진 경계, 금형과 접촉하는 경계 등으로 세분화될 수 있다. 금형-소재 접촉면에서 금형과 소재의 법선속도성분은, 접촉면이 압축력을 받고 있으면, 금형과 소재가 접촉을 유지하기 위하여 동일해야 한다. 이런 까닭으로 대부분의 종래의 유한요소법에서 접촉면은 법선속도 성분이 주어진 경계조건으로 간주되었다. 그러므로 Coulomb 마

찰법칙을 사용한 경우, 마찰응력은 속도 경계조건으로부터 절점력을 계산하여 적절히 분산시킴으로써 구하였다. 따라서 수치오차가 개입될 수 있으며 Coulomb 마찰법칙 등을 사용할 경우에는 반복계산 수가 증가하기 때문에, 일정전단마찰법칙이 종래의 대부분의 체적소성가공 공정의 유한요소해석에 관한 연구에서 사용되어 온 것이 사실이다. 일정전단마찰법칙을 사용할 경우, 마찰응력 또는 접선응력 성분을 기지의 값으로 간주하는 것이며, 실제의 미지의 마찰응력 상태를 예측할 수 없다. 이런 문제점을 극복하기 위하여 황상무 등은 벌칙기법을 개발하여, 다양한 소성가공 공정의 해석 및 설계에 이용하였다[1, 2].

벌칙기법에 근거하여 Coulomb 마찰법칙과 일정전단마찰법칙을 수식화하면, 마찰응력  $\sigma_t$ 는 각각 다음과 같다.

$$\sigma_t = \mu \xi (u_n - \bar{u}_n) g(u_t) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (1)$$

$$\sigma_t = mkg(u_t) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (2)$$

여기서  $\mu$ 와  $m$ 은 각각 마찰계수(friction coefficient)와 마찰상수(friction factor)이고,  $k$ 는 전단항복응력을 의미한다. 함수  $g(u_t)$ 는 상대속도가 마찰에 미치는 영향을 고려하는 역할, 수치적 문제점을 완화시키는 역할, Coulomb 마찰법칙의 경우 접착상태( $u_t = \bar{u}_n$ )를 만들어 줌으로써 전단응력이 이론적 한계를 끽넘게 하는 역할 등을 수행하는 함수이다[3]. 위에서  $u_t$ 와  $\bar{u}_n$ 은 각각 소재와 금형의 접선속도성분을 나타내며,  $u_n$ 과  $\bar{u}_n$ 은 법선성분을 나타낸다.

### 3. Coulomb 마찰과 일정전단마찰 법칙의 유사점

#### 3.1 링 압축과 마찰평가기준곡선

링 압축은, 마찰조건에 따라 변형 형태가 민감하게 영향을 받기 때문에, 마찰상태의 평가목적으로 널리 사용되고 있다[4-9]. 링 압축시 마찰상태에 따라 링의 높이와 내경의 변화 형태는 다르다. 이러한 변화과정을 도시한 것이 마찰평가기준곡선이다. 링 압축 실험에서 시편의 높이와 내경의 변화과정을 실측하여 마찰평가기준곡선과 비교함으로써 마찰계수 또는 마찰상수를 실험적으로 구할 수 있다.

Fig.1은 순수 알루미늄에 대한 마찰평가곡선이다. 마찰계수 및 마찰상수에 따라 링의 높이 및 내경의 변화 과정을 도시한 것이다. 이 평가곡선을 만드는데 사용된 링의 외경:내경:높이의 비는 6:3:2이다. 이 평가 곡선은 소재에 따라 약간씩 다르다. 한편, Fig.2의 마찰평가 곡선은 변형율속도 의존재료에 관한 것으로, 변형율속도경화지수가 0.15, 소재의 외경은 60mm, 소재의 높이는 40mm, 금형의 속도는 -200mm/s, 압하율은 60%에 관한 마찰평가기준곡선이다.

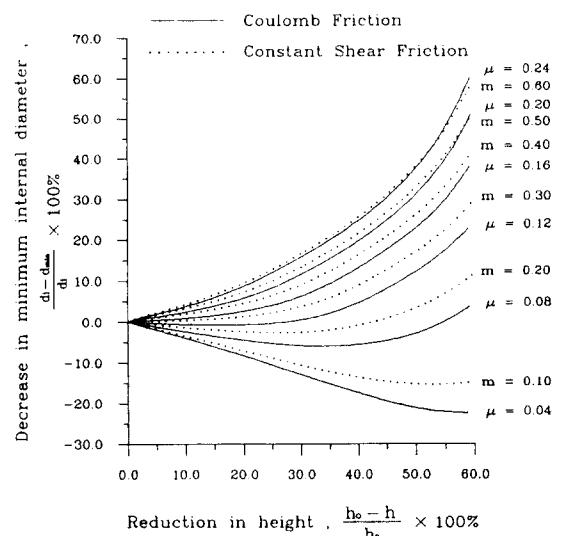


Fig.1 Calibration curves for evaluation of friction condition in ring test(pure aluminum).

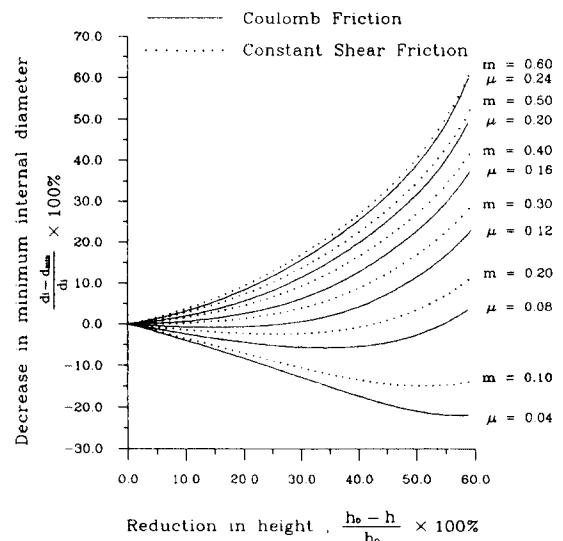


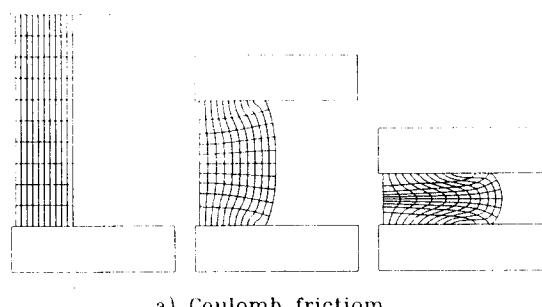
Fig.2 Calibration curves for evaluation of friction condition in ring test(a hot steel).

Fig.1와 Fig2에서 곡선의 기울기를 비교해 보면, Coulomb 마찰모델과 일정전단마찰모델은 전반적으로 유사한 결과를 냥고 있음을 확인할 수 있다. 그러나 링의 높이가 약 50% 이상 압축되면, 링의 압축비가 증가할수록 곡선의 기울기에 차이가 증가함을 알 수 있다. 이러한 현상은 고마찰일 경우에 더욱 크게 나타나고 있다. 이것은 링이 압축

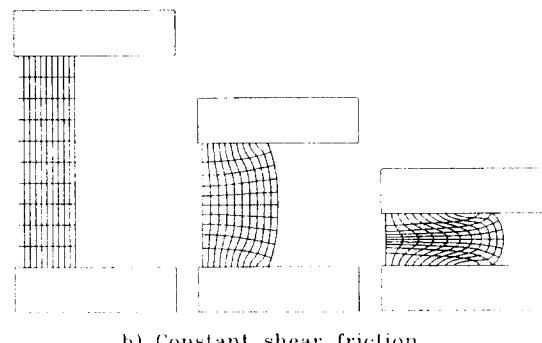
됨에 따라 형상비(소재의 평균폭/평균높이)가 증가하면서 법선응력의 변화가 크게 된 현상이 일전전단마찰모델에서는 반영이 되지 않은 반면 Coulomb 마찰법칙에서는 반영된 결과이다.

### 3.2 형상비가 적은 실린더의 압축 해석

Fig. 3는 형상비가 작은 실린더의 압축공정을 해석한 결과이며, 금속유동을 가시화한 것이다. 해석에 사용된 공정조건은 앞에서 Fig. 2의 마찰평가곡선을 얻기 위하여 사용된 것과 동일하다. Fig. 3(a)는  $\mu=0.2$ 를 사용하여 얻은 결과이고, Fig. 3(b)는  $m=0.48$ 을 사용하여 얻은 결과이며, 마찰상수  $m=0.48$ 은 마찰계수  $\mu=0.2$ 에 상응하는 것으로 Fig. 2로부터 구하였다. 이 두 결과는 매우 유사함을 알 수 있다.



a) Coulomb friction



b) Constant shear friction

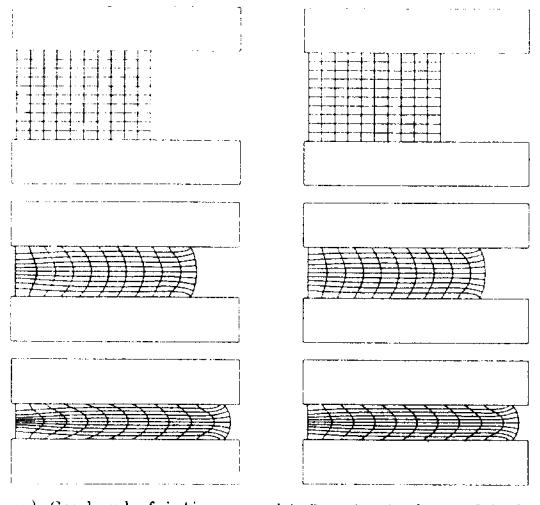
Fig. 3 Comparison of metal flows(small aspect ratio).

## 4. Coulomb 마찰과 일정전단마찰 법칙의 차이점

### 4.1 형상비가 큰 실린더의 압축 해석

Fig. 4는 형상비가 큰 실린더의 압축공정을 해석한 결과이다. Fig. 4(a)는  $\mu=0.2$ 를 사용하여 얻은

결과이고, Fig. 4(b)는  $m=0.48$ 을 사용하여 얻은 결과이다. Fig. 5는 성형하중의 변화를 나타낸 것이다. 마찰상수  $m$ 은 마찰계수  $\mu=0.2$ 에 대응하는 값으로 Fig. 2에서 구하였다. 이 두 결과를 비교해 보면, 초기에는 비슷한 경향을 보이다가 압축이 진행되면서 금속유동과 하중의 변화율의 차이가 점점 증가하고 있음을 알 수 있다. 이것은 형상비가 증가하면 두 마찰모델간의 차이가 증가한다는 사실을 암시해 주고 있다.



a) Coulomb friction      b) Constant shear friction  
Fig. 4 Comparison of metal flows(large aspect ratio).

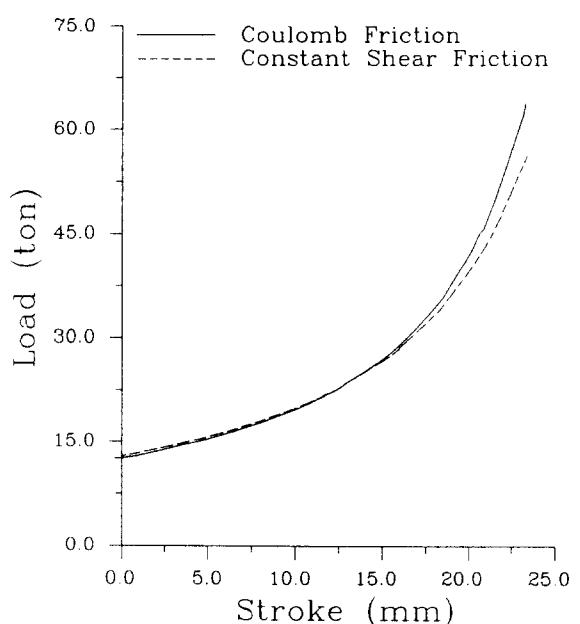


Fig. 5 Stroke-load curve in ring compression of a large-aspect-ratio hot material.

## 4.2 열간압연공정 해석

박판압연은 형상비가 큰 대표적인 소성가공 공정 중의 하나이다. 따라서 두 마찰모델 간의 차이점을 논의하기 위한 극단적인 문제라고 볼 수 있다. Fig. 6은 롤과 소재 간의 상대속도의 변화를 도시한 것이다. 이 곡선으로부터 일정전단마찰모델에서  $m=1.0$ 은 Coulomb 마찰모델에서  $\mu=0.2$ 와 유사함을 알 수 있다. 이 결과는 앞에서 설명한 마찰평가기 준곡선이 이 경우에는 적용될 수 없음을 지적해 주고 있다. 이 점은, Fig. 7에서 보는 바와 같이, 마찰언덕의 관점에서도 마찬가지이다.

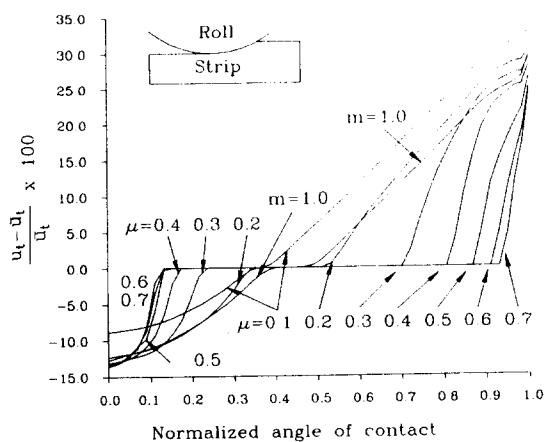


Fig. 6 Variation of sticking region with frictional conditions.

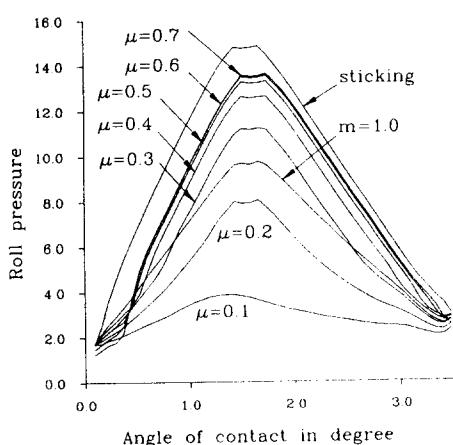


Fig. 7 Variation of roll pressure distribution with frictional conditions.

## 4.3 링기어 단조공정 해석

압연과 같은 극단적인 예가 아니더라도 형상비가 큰 공정은 단조에서 손쉽게 찾을 수 있다. 단조 공정의 특성상 디스크 단조를 포함한 주요 단조공정이 이 범주에 속한다고 보아도 무리는 아닐 것이다. 그 한 예를 링 기어 단조에서 발견할 수 있다. Fig. 8과 Fig. 9에 소성유동을 가시화하여 두 마찰모델이 예측한 결과에 대한 차이점을 도시하였다. 이 그림으로부터 접촉영역의 중간부분에서 소성유동의 차이가 특히 큼을 알 수 있다. 따라서 두 마찰모델 간의 예측결과의 차이는 형상비가 클수록 증가함을 알 수 있다. 즉, 일정전단마찰법칙은 Coulomb 마찰법칙에 비하여 접촉내부에서는 마찰을 완화시키고, 접촉외곽에서는 과도한 마찰을 초래함을 확인할 수 있다. Fig. 10의 성형하중 결과도 두 마찰법칙의 차이점을 잘 보여주고 있다.

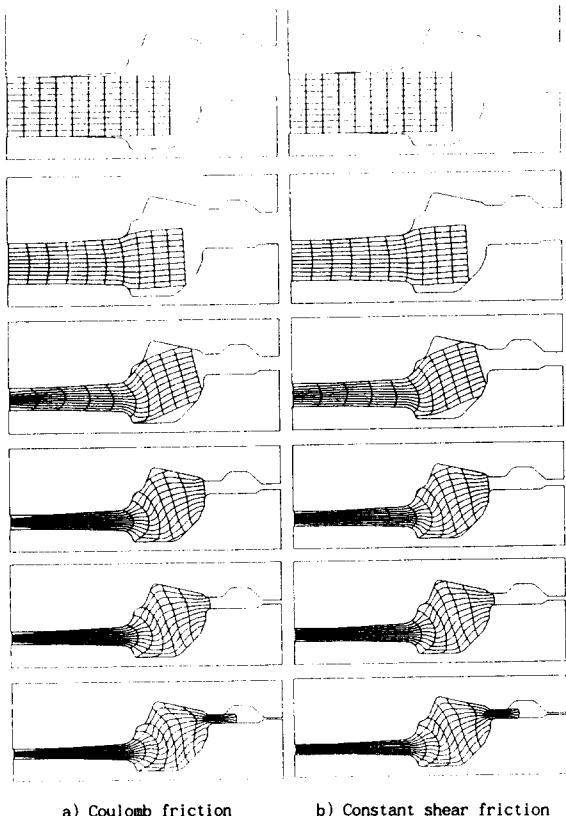


Fig. 8 Comparison of metal flows.

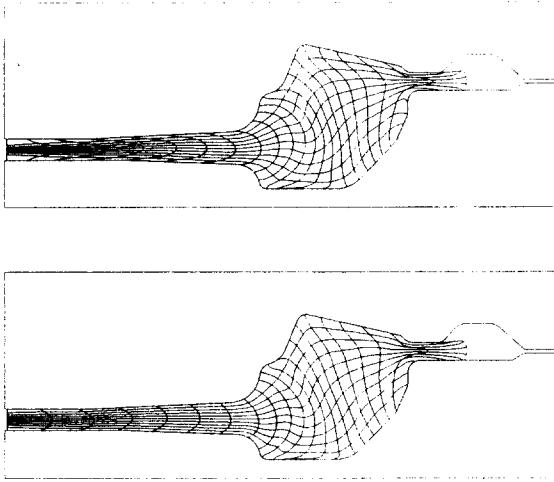


Fig. 9 Detail comparison of metal flows.

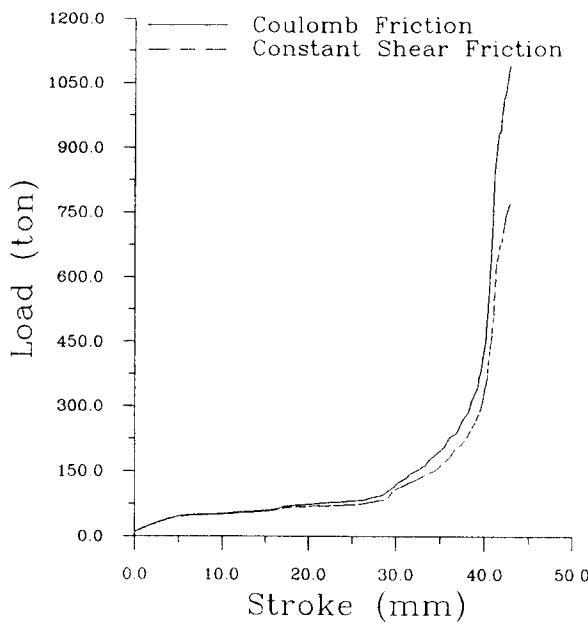


Fig. 10 Comparison of forming loads.

## 5. 결론

본 논문에서는 마찰법칙이 소성가공 공정의 유한요소해석 결과에 미치는 영향을 상세히 조사하였다. Coulomb 마찰법칙과 일정전단마찰법칙의 유사점과 차이점을 다양한 공정에 대한 유한요소해석 결과를 비교·검토함으로써 분석하였다. 열간박판 압연, 링 및 실린더 압축, 링 기어 단조공정 등이 목적으로 조사되었다.

소재와 금형간의 접촉영역이 소재 높이에 비하여 비교적 작고 마찰이 적을 경우, 두 마찰법칙은 유사한 유한요소해석 결과를 낳았다. 반면, 형상비가 큰 공정의 경우, 두 마찰법칙은 상이한 결과를 낳았다. 특히, 박판열간 압연공정의 경우, 일정전단마찰 모델을 사용하면, 중립점을 전후한 접착현상을 예측할 수 없었다.

열간압연공정에서 Coulomb 마찰계수가 0.3-0.5의 범위에 있다[10]는 점과 주요 열간단조품의 형상비가 매우 크다는 점을 고려할 때, 본 연구 결과는 마찰에 관한 고찰의 중요성을 강조해 주고 있다.

## 참고문헌

- [1] S. M. Hwang, M. S. Joun and J. S. Park, "A Penalty Rigid-Plastic Finite Element Method for the Determination of Stress Distributions at the Tool-Workpiece Interface in Metal Forming," Trans. of NAMRI of SME, Vol.XVIII, pp.13-19, 1990.
- [2] S. M. Hwang, M. S. Joun and Y. H. Kang, "Finite Element Analysis of Temperatures, Metal Flow, and Roll Pressure in Hot Strip Rolling," ASME Trans., J. Eng. for Industry, Vol. 115, pp. 290-298, 1993.
- [3] C. C. Chen and S. Kobayashi, Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression. Application of Numerical Methods to Forming Process, ASME, AMD 28, 1978, pp.163-174.
- [4] J. B. Hawkyard, and W. Johnson, An Analysis of the Changes in Geometry of a Short Hallow Cylinder during Axial Compression, Int. J. Mech. Sci., Vol.9, 1967, pp.163-182.
- [5] A. T. Male and V. Depierre, The Validity of Mathematical Solutions for Determining Friction from the Ring Compression Test, Lubrication Technology, July 1970, pp. 389-397.
- [6] C. H. Lee and T. Altan, "Influence of Flow Stress and Friction Upon Metal Flow in Upset Forging of Rings and Cylinders", ASME Trans., J. Eng. for Ind., Vol.94, p.775, 1972.
- [7] S. M. Hwang and S. Kobayashi, "A Note on Evaluation of Interface Friction in Ring Tests," Proc. XIth NAMRC, SME, pp.193-196, 1983.
- [8] C. Y. Park and D. Y. Yang, "Effects of Work-Hardening Exponent and Strain-Rate Hardening Exponent on the Determination of Friction Factor", Journal of the Korean Society for Technology of Plasticity Vol.1, No.1, 1992.
- [9] 최영민, 김낙수, "링압축실험에 의한 유동응력 및 마찰인자의 결정(I)" 소성가공학회 추계학술대회 '93, pp.12-22, 1993.
- [10] Z. Wusatowski, Fundamentals of Rolling, Pergamon Press, 1969.