

자재절단문제에서 패턴의 순서화 방법에 대한 연구 (A study on the method for sequencing cutting patterns)

김상열*, 박순달*

* 서울대학교 산업공학과

ABSTRACT

자재절단문제를 일반적인 알고리즘을 사용하여 해결하였을 경우 패턴이 형성되었을때 계속되는 패턴에서 부품들이 연속하여 절단되 나오지 않게 된다. 이와같이 부품이 연속되어 나오지 않는 경우를 부품이 단락(discontinuity)되어진다고 이야기 한다. 이럴경우 각 부품들은 원하는 주문량만큼 절단되어 나올때 까지 생산라인에서 대기하고 있어야 한다. 따라서 생산라인에서는 절단된 모든 부품들을 임시적으로 적재해 놓아야 하므로 공정소요가 증가하게 되고 절단공정이 혼잡해 지게 된다. 이를 볼때 절단되어 나오는 부품들이 계속되는 패턴에서 연속적으로 절단되어지게 하는것이 중요하다. 이와같이 부품들이 단락되어지지 않고 연속적으로 생산되면 공정소요를 줄일 수 있게 될뿐 아니라 생산성의 향상을 기할 수 있게 될 것이다.

1. 서 론

1.1 자재절단(Cutting Stock) 문제

일정한 면적으로 생산된 원자재를 여러 크기의 부품으로 자를 때 발생하는 손실의 양을 최소화하면서 원하는 부품들의 소요를 만족시키도록 하는 문제를 자재절단(cutting stock)문제라 한다. 이 평면절단 문제에서 소요되는 원자재의 개수를 비용으로 생각한다면 총 소요 비용을 최소로 하는 절단방법을 찾는 것이 평면절단 문제의 목적이다. 원하는 부품들을 얻기위해 하나의 원자재를 잘라낸 형태를 패턴이라 한다면 평면절단 문제를 다음과 같이 정형화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_j c_j x_j \\ \text{s.t.} \quad & \sum_j a_{ij} x_j \geq b_i \quad i = 1, \dots, m \\ & x_j \geq 0, \text{ 정수} \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

- c_j : 패턴 j의 비용
- a_{ij} : 패턴 j에서 잘려지는 부품 i의 갯수
- b_i : 부품 i의 주문량
- x_j : 패턴 j의 사용횟수
- m: 부품의 종류
- n: 가능한 패턴의 수

식 (1)의 목적함수에서 패턴비용 c_j 는 원자재의 가격을 나타내므로 이식은 모든 부품의 주문량을 만족시키면서 소요되는 원자재 비용을 최소화하는 비용최소화 정수계획법 문제가 된다. 이와같은 자재절단은 철강공장, 유리공장, 제지회사, 가구회사 등의 절단공정에 있어서 원자재를 잘라낼때 필요한 문제이다.

1.2 문제의 상황

자재절단문제에서 일반적 알고리즘을 이용하여 패턴을 형성시, 생성된 패턴에 따라 절단되는 부품의 종류와 그 개수는 모두 상이하다. 따라서 부품들은 여러 패턴에 흩어져서 절단되어 나오게 된다[표. 1]. 이와같이 부품이 연속되어 절단되어 나오지 않는 경우를 부품이 단락(discontinuity)되어진다고 이야기 한다. 그러나 이와같이 부품들이 여러 패턴에 흩어져 있게 되면 원하는 주문량만큼 절단되어 모두 적재될때까지 생산라인에서 대기하고 있어야 한다. 따라서 생산라인에서는 절단된 모든 부품들을 임시적으로 적재해 놓아야 하므로 공정소요가 증가하게 되고 절단공정이 혼잡해 지게 된다. 이를 불때 절단되어 나오는 부품들이 계속되는 패턴에서 연속적으로 절단되어지게 하는것이 중요하다. 이와같이 부품들이 단락되어지지 않고 연속적으로 생산되면 공정소요를 줄일 수 있게 될뿐 아니라 생산성의 향상을 기할 수 있게 될 것이다. 따라서 본 연구에서는 절단공정에서 생성된 패턴의 모양을 바꾸지 않고 패턴을 적합하게 순서화 하여 부품의 단락을 줄이는것을 목적으로 한다.

다음 [표.1]과 같은 상황을 보면 부품 c는 패턴 1, 패턴 3, 패턴 5에서 절단되어 진다. 마찬가지로 부품 e의 경우도 패턴 1, 2, 4로 분산되어 잘려진다. 이와같이 분산되어 절단되는 것을 단속적인 작업이라 하고 이 부품을 단속부품이라 하자. 이와같은 단속작업하에서는 최악의 경우 마지막 패턴의 절단이 끝나야만 모든 부품들이 절단작업이 종료되게 된다. (부품 c는 첫패턴 1에서 잘려진후 마지막 패턴 5에서 잘릴때까지 대기하고 있어야 한다.) 따라서 동일 부품들은 연속되는 패턴에서 계속적으로 절단되어 나오도록 하고자 한다.

패턴 번호	절단되는 부품
1	c, e
2	a, b, e, f
3	a, c
4	d, e, h
5	c, g

패턴 부품	1	2	3	4	5
a					
b					
c					
d					
e					
f					
g					
h					

[표 1] 패턴 절단형태

부품의 단락을 막는 방법으로 위와같이 생성된 패턴을 변화시키지 않고 패턴의 순서만 바꾸는 방법외에도 부품을 일정한 성질을 가진 것끼리 그룹화하여 따로 따로 실행시키는 방법이 있다. 첫째 방법은 부품의 그룹화 방법으로 3-4개의 패턴에서 3-4개의 부품이 집중적으로 잘려지게 하는 방법이다. 즉, 부품의 종류를 3-4개로 묶어 하나의 군을 형성하여 따로 따로 실행시킨다. 군으로 묶는방안으로서는 가로, 세로가 같은 부품으로 묶거나 수요가 비슷한 부품으로 묶는 방안이 있다. 둘째 방법으로는 패턴의 그룹화 방법이다. 이는 선형 계획법으로 자재절단문제를 해결하지 않고 배낭문제만을 통해 필요부품을 소진시키는 방법이다. 즉, 전체부품으로 배낭문제를 풀어 하나의 패턴을 형성하는 방법이다. 이와같이 형성된 패턴을 가지고 하나의 부품이 다 소진될때까지 형성된 패턴을 사용한다. 바로전 패턴에서 다 소진되지 못한 부품과 사용되지 않은 나머지 부품이 있으면 이 부품들을 합해 다시 배낭문제를 풀어서 계속적으로 패턴을 그룹화하는 방법이다. 배낭문제의 비용계수는 부품의 면적으로 한다. 이때 다 소진되지 못한 부품이 다음패턴에 포함되게 하기 위해 소진되지 못한 부품에는 일정한 가중치를 주면 된다. (기존의 방법은 단체승수를 사용했슴) 위와같은 방법을 되풀이하여 모든 부품이 잘려나오면 종료하게 한다.

그러나, 이와같은 방법을 사용하면 자재절단문제의 기본목적인 원자재의 소요를 줄이는 것과는 상반된 결과를 줌으로서 공정소요를 줄일 수는 있어도 비용절감에는 도움을 주지 못한다. 따라서 원자재 소요를 최소화 시키는 식(1)의 방법을 사용하여 나온 패턴의 형태를 유지하며 단락되는 부품수를 줄이는 것이 필요하다.

2. 순서화 방법

기존에 형성된 패턴의 형태는 유지하되 부품의 단락을 줄이는 방법으로 패턴을 순서화시키는 방법을 사용한다. 이와같은 패턴의 순서를 결정하는 방법은 절단수율을 기존의 자재절단문제와 동일하게 유지시키며 부품의 단락을 줄이는데 그 목적을 둔다. 이 방법의 장점으로서는 수율을 현재상황으로 유지할 수 있으며 기존의 자재절단 알고리즘을 계속 유지

할 수 있다는데 있다.

2.1. 순회판매원 문제(TSP)의 적용 .

형성된 자체절단 패턴들은 모두 절단해야 하며 그 순서를 어떻게 정해야 하는가 하는 문제는 모든 도시를 다 거치며 어떤 순서로 도시를 순회해야 경로길이를 최소화 할 것인가를 찾는 순회판매원 문제로 대응시킬 수 있다. 이때의 비용인 경로의 길이를 자체절단문제에서는 다음과 같이 고려해 볼 수 있다.

1) 비용행렬

패턴 1로 부터 부품 a, b, d가, 패턴 2로 부터 부품 b, d, e, f가 잘려진다고 하자. 부품 b, d는 패턴 1, 2에서 연속적으로 잘려지게 되므로 문제가 없다. 그러나 패턴 1에서 부품 a가 주문갯수 만큼 모두 잘려지지 않았다면 다음 패턴 2를 자를때 이 부품은 단속되는 부품이 될것이다. 따라서 1개의 부품이 단속적이 되므로 1만큼의 비용이 형성된다고 생각해 볼 수 있다. 마찬가지로 패턴 2 다음 패턴 1이 잘려진다고 한다면 부품 e, f가 단속적이 되므로 비용이 2만큼 증가 될 것이다. 따라서 단속부품을 최소화 하며 모든 패턴을 잘라내는 순회판매원 문제를 적용할 수 있다. 이때 마디는 각 패턴이 되고 비용은 단속적인 부품의 갯수로 생각해 볼 수 있다.

c_{ij} : 패턴 i의 절단후 패턴 j를 절단시 연속적으로 생산되어 나오지 못하는 부품의 갯수

[표.1]에 있는 <예>에 대하여 위와같은 방법으로 비용행렬을 구해보면 다음과 같다.

From \ To	1	2	3	4	5	6
1	∞	3	1	2	1	3
2	1	∞	1	2	1	4
3	1	3	∞	3	1	2
4	1	3	2	∞	2	3
5	1	4	1	3	∞	2
6	0	0	0	0	0	∞

[표. 2] 패턴에 대한 비용행렬

2) 비용에 대한 고려

단속비용을 위와같이 단속되는 부품의 갯수에 따라 정하지 않고 이 절단을 통해 남은

부품의 총 갯수에 대한 비용으로 생각한다면 단속비용을 좀더 효과적으로 고려해 볼 수 있겠다.

즉, 단속비용 = [1-(잘려지는 부품수/앞으로 잘려져야 할 총 부품수)] * scaling factor 로 고려해 볼 수 있다. 각 패턴에서 잘려지는 부품과 잘려지는 수량을 다음과 같이 표시해 보자.

패턴 1 : a(20), b(30), c(12), d(10)

패턴 2 : b(20), d(20), e(15)

위의 패턴에서 볼때 부품 a 와 c가 단속부품이 된다. 이 단속부품에 대한 단속비용을 구해보면 부품 a가 총 100개가 필요하고 부품 c가 총 50개가 필요한데 위의 패턴 1에서 부품 a의 갯수가 20개, c는 12개 잘려진다 따라서 scaling factor를 10으로 한다면,

a의 비용 : [1- (20/100)]* 10 = 8

b의 비용 : [1- (12/50) * 10 = 7.6

패턴 1 절단후 패턴 2를 절단하는 단속비용 = 8 + 7.6 = 15.6

위에서 부품 c는 남은 부품의 비율이 a보다 적으므로 비용이 적게 형성하게 된다. 이 방법은 위의 <예>에서 패턴 1로부터 부품 a가 100개 모두 잘려지게 된다면 패턴 2에 부품 a가 없음에도 불구하고 단속비용이 형성되는 오류도 막을 수 있게된다.

2.2 집단분석(Clustering Analysis) 방법

Group Technology에서 연관된 기계와 작업을 하나로 묶어서 작업의 일관성을 유지시키는 방법을 이용한다. 이 방법을 사용하여 부품을 연관된 패턴끼리, 패턴을 연관된 부품끼리 묶어서 군을 형성시키면 부품의 단락을 줄일 수게 된다. 집단분석 방법의 개념은 2진 차수를 가중치로 하여 2진계수의 크기로 패턴을 순서화하는 방법이다. 이와같이 2진차수를 가중치로 잡으면 부품이나 패턴에 같은 값을 가지지 못하게 되어 부품과 패턴의 위치에 따른 고유값을 계산해 낼 수 있게 된다. 다음과 같이 부품이 절단되는 패턴이 있을경우를 고려해 보자

패턴 \ 부품	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						

이를 집단분석방법을 사용하여 순서화 하면 다음과 같다.

단계 1. 부품별로 가중치에 의해 순서화 한다.

2진계수	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2진차수	순위
	1	2	3	4	5	6		
1							10	5
2							24	4
3							36	2
4							28	3
5							37	1

단계 2. 패턴별로 가중치에 의해 순서화 한다.

	1	2	3	4	5	6	2진차수
5							2^4
3							2^3
4							2^2
2							2^1
1							2^0
2진차수	24	6	7	24	5	16	
순위	1	5	4	2	6	3	

집단분석 방법에 의해 새롭게 순서화된 패턴은 다음과 같다.

	1	4	6	3	2	5
5						
3						
4						
2						
1						

이와같은 집단분석방법은 각 패턴과 부품이 서로 그룹화하게 됨으로서 부품의 단락을 막아보는 방법이다.

4.3 패턴의 성질이용 방법

이 방법은 자재절단문제를 선형계획법으로 해결시 나타난 형태를 이용하여 패턴을 순서화 하는 방법이다. 방법은 다음과 같다.

단계 1 패턴 1을 시작 패턴으로 정한다.

단계 2 단락되는 횟수가 제일많은 부품을 고른다.

단계 3 단계 2에서 같은 부품이 여러개일 경우 부품수요가 적은것을 먼저 고른다

단계 4 단계 3에서 선택한 부품이 들어있는 패턴을 고른다.

단계 5 부품이 들어있는 패턴이 여러개이면 그중 사용횟수가 제일 적은 패턴을 고르거나 혹은 바로 전패턴과 비교 단락되는 부품이 적은패턴을 선정한다.

단계 6 이 패턴을 바로 전패턴의 다음패턴으로 순서를 정한다.

단계 7 모든 패턴의 순서가 정해지면 종료한다. 아니면 단계 2로 간다.

위의 방법을 패턴 1부터 마지막 패턴까지 모두 시작패턴으로 잡아 반복하여 절단부품이 제일적은 순서를 가는 패턴의 순서를 해로 정한다.

단계 3에서 볼때 j 패턴에서 부품 i의 수요가 적다는것은 이 부품이 포함된 다른패턴이 많이 잘려지거나 (다른 x_k 가 크다, $k \neq j$), 또는 원래 수요가 적다 (b_i 가 작다)고 생각해 볼 수 있으므로 이 부품을 먼저 고를 수 있다. 예를 들어보자, [표.3]과 같이 임의의 자체 절단 문제를 풀어 나온 패턴형태가 있을때 이를 순서화 해본다.

단계 1 패턴 1을 선택한다.

단계 2 패턴 1을 선택후 단락되는 부품수가 제일 많은 부품인 부품 3과 5를 고른다

단계 3 단락회수가 2로 같으므로 부품수요가 12인 부품 5를 선정한다.

단계 4 부품 5가 들어있는 패턴인 2와 4패턴을 고른다.

단계 5 두개의 패턴중 사용횟수(x_j)가 2가 되는 패턴 2를 선정한다. 혹은 패턴 2의 단락되는 부품은 1,2,6의 3개인 반면 패턴 4는 부품 4,8인 2개의 단락부품밖에 없으므로 패턴 4를 고른다.

단계 7 단계 2로 간다.

이 방법을 반복하면 패턴의 순서는 1-2-3-5-6 또는 1-4-2-3-5가 되고 이때 단락횟수는 5가 된다.

패턴 부품	1	2	3	4	5	초기상태		패턴 1 선택후	
						부품수요	단락횟수	부품수요	단락횟수
1	0	4	8	0	0	12	2	12	2
2	0	10	0	0	0	10	1	10	1
3	10	0	5	0	8	23	3	13	2
4	0	0	0	15	0	15	1	15	1
5	14	2	0	10	0	26	3	12	2
6	0	10	0	0	0	10	1	10	1
7	0	0	0	0	9	9	1	9	1
8	0	0	0	20	0	20	1	20	1
x_j	2	2	1	5	1				

[표. 3] 패턴의 순서와 단락상태

5. 결 론

본 연구에서는 사용되는 원자재의 소요를 유지하도록 만들어진 패턴의 절단형태를 바꾸지 않으며 부품들이 단락되지 않는 방법을 고려하였다. 이에따라 만들어진 패턴들의 순서를 서로 바꾸어 단락되는 부품수를 줄이는 3가지 방법을 제시하였다. 첫째는 부품들의 단락되는 횟수를 비용으로 환산하여 순회판매원문제(TSP)로 해결하는 방법. 둘째는 Group Technology의 clustering analysis 방법을 사용하는 것이고, 셋째는 패턴의 사용횟수를 이용하여 패턴과 부품간의 연속상태를 유지하도록 하는 방법이다. 이 방법의 단점으로서 모든 부품들이 전부 연속적으로 잘려져 나오지는 못한다. 그러나 각 방법이 부품의 단락을 어느정도 줄일 수 있는지 실제 공정의 문제를 적용하여 실험한 결과[표. 4] 동일한 수율을 유지하며 75%정도 부품의 단락을 없앨 수 있었다.

참고문헌

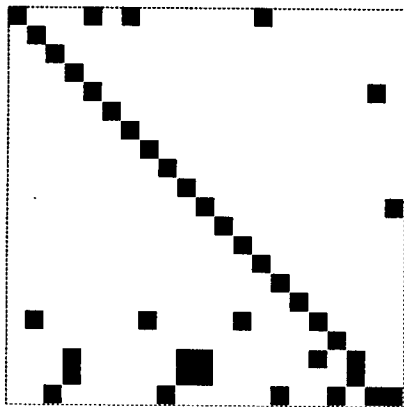
1. A.Farley, "Trim-loss pattern rearrangement and its relevance to the flat-glass industry", European Journal of Operational Research Vol.14, 1983, pp.386-392
2. Oli B. G. Madsen, "An application of travelling-salesman routines to solve pattern-allocation problems in the glass industry", J. Opl Res. Soc. Vol.39, No.3 1988, pp.249-256
3. Boon J. Yuen, "Heuristics for sequencing cutting patterns", European Journal of Operational Research Vol.55, 1991, pp.183-190
4. J.R. King, "Rank order clustering method", 1979

자료	부품갯수	부품이 단락되어 나오는 횟수			
		Original	TSP	CA	PAT
1	26	21	7	10	20
2	26	24	5	4	13
3	33	51	15	27	47
4	17	19	9	15	16
5	10	8	4	8	8
6	5	2	0	1	2
7	12	13	4	9	8
8	6	2	0	1	2
9	7	3	0	1	3
10	12	8	6	6	9
11	8	5	1	2	3
13	63	52	24	32	40
14	3	0	0	0	0
15	10	3	0	1	3
16	9	5	1	1	5
17	11	4	1	3	3
18	23	12	5	8	10
19	24	25	6	9	20
20	26	33	13	16	30

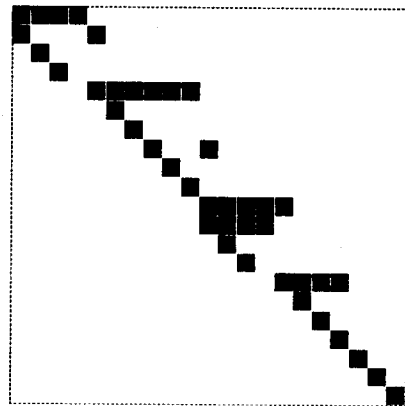
자료	부품갯수	부품이 단락되어 나오는 횟수			
		Original	TSP	CA	PAT
21	17	10	3	6	8
22	21	17	2	2	15
23	9	5	1	1	4
24	18	10	3	5	7
25	9	3	1	0	2
26	9	3	0	1	3
27	9	4	1	3	3
28	9	2	1	2	1
29	22	27	9	17	25
30	9	4	0	2	3
단축상황		100%	25%	34%	79%

TSP ; 순회 판매원 방법, CA ; 집단분석방법, PAT ; 패턴의 성질을 이용한 방법

[표. 4] 실험결과



a) 기존의 패턴형성



b) TSP에 의해 순서화된 패턴형태

[그림. 1] 패턴의 순서화에 의한 단락형태