

# 개방형 중앙서버모델을 갖는 신뢰할 수 없는 임의 FMS의 평균출검품질

남궁석\* · 이상용\*

## Average Outgoing Quality of an Unreliable random FMS with Open Central Server Model

Suk Namkoong\* · Sang Yong Yi\*

### Abstract

This paper provides equation for computing the AOQ of an unreliable random FMS. The FMS is described using open central server model with network GI/G/S Queues. And the equation for AOQ is simplified due to computational complexities.

Numerical example is used to show the effect of AOQ according to inspection location, reliability of equipment in an FMS, and the effect of difference of routing probability is compared after finding the AOQL of each machine center.

---

\* 건국대학교 산업공학과

### I. 서론

품질관리는 시스템기능과 고품질생산이 알맞게 조화되어 경제적인 수단으로 통합되어야 한다. 생산자동화와 제조시스템의 복잡성 그리고 유연생산시스템이 점차 증가함에 따라 이러한 시스템에 알맞는 통합적인 품질관리의 연구가 필요하게 되었고 이를 접근하기 위해서는 우선적으로 통합된 품질검사기법을 필요로 하게 되었다.

생산자동화공정에서 통합품질검사기법은 신뢰할 수 없는 생산공정이 제조불량의 경향을 갖거나 단위당 평균출검품질이 극도로 작아야 하는 경우에 사용된다[8].

본 논문은 FMS의 개방형중앙서버모델을 사용하였으며 기계센터는 마코프 행렬에 따라 임의의 작업경로를 갖는다고 가정하고 FMS에서의 베르누이(Bernoulli) 샘플링기법과 부품의 총도착률, 불량부품의 기대도착율, 불량부품의 흐름을 등을 이용하여 평균입검품질(AIQ), 평균출검품질(AOQ)의 식을 구하였으며 또한 각 기계센터의 AOQL을 구하여 비교분석하였다.

## II. 가정 및 모델

### 1. 가정 및 기호

#### 1) 가정

- (1) AGV는 중앙서버(Central Server)이다.
- (2) 모든 부품은 작업진과 후에 AGV를 통과하여야 한다.
- (3) 버퍼공간은 무한하다.
- (4) 버퍼는 반제품의 지장을 위하여 각 기계센터에서 사용할 수 있다.
- (5) 부품의 이동은 이산시간마코프체인에 따른다.
- (6) 모든 작업들은 선착순(FCFS)의 규칙에 따른다.

#### 2) 기호정의

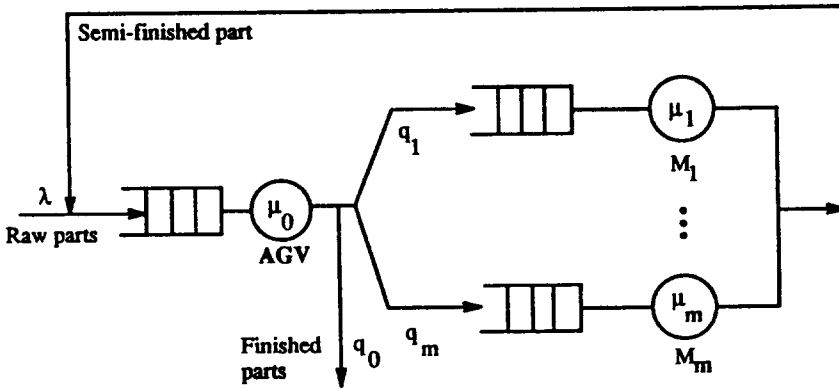
- $N$  ; FMS 내에 생산셀의 수  
 $Q$  ; 이산시간 마코프체인의 전이확률 행렬  
 $p_i$  ; 기계센터  $i$  에서 불량부품이 제조될 확률  
 $\lambda$  ; 시스템에 대한 부품의 평균도착률  
 $\lambda_i$  ; 기계센터  $i$  에 대한 부품의 평균도착률  
 $v_i$  ; 부품이 시스템을 나가기 전에 기계센터  $i$  를 방문할 기대회수  
 $q_i$  ; AGV가 기계센터  $i$  에 부품을 이동시킬 확률  
 $D_i$  ; 부품이 기계센터  $i$  에서 공정후 검사전에 불량부품일 확률  
 $ED_i$  ; 불량부품이 발견되지 않고 기계센터  $i$  를 떠나는 기대수  
 $AIQ_i$  ; 기계센터  $i$  에서의 평균입검품질(Average Incoming Quality)  
 $AOQ_i$  ; 기계센터  $i$  에서의 평균출검품질(Average Outgoing Quality)  
 $AFI_i$  ; 기계센터  $i$  에서의 평균검사비율(Average Fraction Inspection)

#### 3) 임의 FMS의 개방형 중앙서버모델

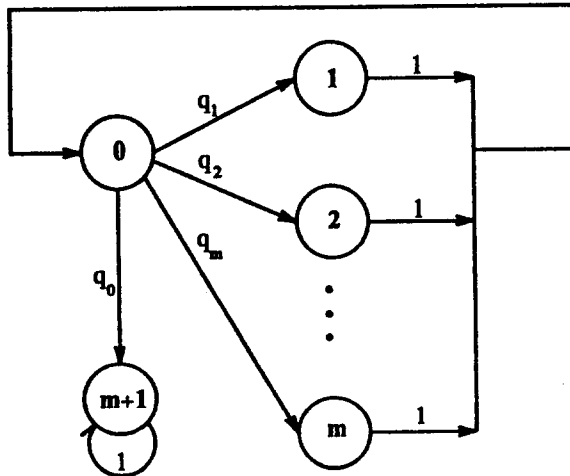
제조시스템은 GI/G/S 형태의 개방형 대기행렬을 가정하였다. 임의 FMS의 개방형 중앙서버모델은 [그림 1]과 같다[9]. 배열형태는 시스템을 통과하는 부품흐름을 나타내고 물리적인 배치를 나타내지는 않는다. [그림 1]에서  $m$ 개의

기계센터( $M_1, M_2, \dots, M_m$ )를 갖고 무한 버퍼공간은 공정이 끝난 부품의 저장을 위하여 각 기계센터에서 사용할 수 있다. AGV 시스템은 기계센터 0으로 표기한다.  $q_i (i=1, 2, \dots, m)$ 는 AGV가 기계센터  $i$ 에 부품을 이동시킬 확률이고  $q_0$ 는 완제품이 시스템 밖으로 운반될 확률이다. 따라서  $\sum_{i=1}^m q_i = 1$ 이다.

이러한 네트워크의 흐름은  $m+2(0, 1, 2, \dots, m+1)$ 상태의 이산시간 마코프체인으로서 모델을 설정할 수 있다. 이산시간 마코프체인의 상태 전이(transition) 다이어그램은 [그림 2]와 같다. 상태  $i (i=1, 2, \dots, m)$ 는 부품이 기계센터  $i$ 에 있음을 표시하고 상태  $(m+1)$ 은 완제품을 흡수하는 상태를 표시한다.



[그림 1] FMS의 개방형 중앙서버 모델



[그림 2] 이산시간 마코프체인의 상태전이 다이어그램

$Q$ 는  $P$ 의 부분행렬  $(m+1) \times (m+1)$ 을 만든다. 여기서  $P$ 는 [그림 2]에서 이산시간 마코프체인의 전이확률(Transition Probability) 행렬이다.  $Q$ 는 다음과 같다.

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & q_1 & \cdots & q_m \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

여기서 Q는 네트워크의 경로행렬(Routing Matrix)이 된다.

부품이 시스템을 나가기 전에 기계센터 i를 방문하는 평균기대회수  $v_i$ 는 다음과 같다.

$$\begin{cases} v_i = \frac{1}{q_0} & i=0\text{일때} \\ v_i = \frac{q_i}{q_0} & i=1, 2, \dots, m\text{일때} \end{cases} \quad (2-1)$$

각 기계센터 i에 대한 부품의 평균도착률  $\lambda_i$ 는 다음과 같다.

$$\begin{cases} \lambda_i = \frac{\lambda}{q_0} & i=0\text{일때} \\ \lambda_i = \frac{\lambda q_i}{q_0} & i=1, 2, \dots, m\text{일때} \end{cases} \quad (2-2)$$

식(2-2)에서  $\lambda$ 는 시스템으로 들어오는 도착률은 포아송분포를 따르나 각각의 기계센터에 들어오는 도착률은 포아송분포가 아닌 일반분포이고, 서비스시간도 일반분포를 따르게 되는 GI/G/S의 개방형 대기행렬모형이 된다.

### III. 통합품질검사기법

각 기계센터 i의 평균입검품질(AIQ)는 불량부품과 정상부품을 포함한 총 도착률에 대한 불량부품의 기대도착률이다.

기계센터 k으로 부터 i으로 가는 불량부품의 흐름율은 다음과 같다.

$$\lambda v_k A O Q_k q_i \quad (3-1)$$

기계센터 i에 대한 불량부품의 도착율은 다음과 같다.

$$\sum_{k=1}^N \lambda v_k A O Q_k q_i \quad (3-2)$$

기계센터  $i$ 에서 총 도착율은  $\lambda v_i$ 이므로 다음의  $AIQ_i$  식을 구할 수 있다.

$$AIQ_i = \sum_{k=1}^N \lambda v_k AOQ_k q_i / v_k \quad (3-3)$$

각 기계센터에서 불량부품의 확률은 다른 기계센터와 독립이고 인입부품의 품질이 독립이라고 가정할 때 다음의 식(3-4)가 성립된다.

$$D_i = AIQ_i + [1 - AIQ_i] p_i \quad (3-4)$$

각 기계센터에서 발견되지 않은 불량부품을  $ED_i$ 는 각 기계센터의 흐름에 공정이후 검사전 불량부품일 확률을 곱한것으로 식(3-5)와 같다.

$$ED_i = \lambda v_i [1 - AFI_i] D_i \quad (3-5)$$

또한  $AOQ_i$ 는  $ED_i / \lambda_i$  이므로 다음과 같이 된다.

$$AOQ_i = ED_i / \lambda v_i = [1 - AFI_i] D_i \quad (3-6)$$

$$i=1, 2, \dots, N$$

그리고 발견되지 않은 부품이 기계센터로 부터 시스템을 나갈 확률인 기대 불량율은 다음과 같다.

$$ED_{io} = \lambda v_i q_0 AOQ_i \quad (3-7)$$

위의 식들은 신뢰할 수 없는 임의 FMS의 개방형 중앙서버(Central Server)모델에서 평균출검품질(AOQ)의 식을 유도하여 통합된 품질검사법으로 활용할 수 있다.

그런데 이들 식에 의한 계산은 복잡하다. 그러므로 [그림 1]의 임의 FMS의 개방형 중앙서버(Central Server)모델에서 식을 단순화하면 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$\begin{aligned} v_0 &= 1 & \lambda_0 &= \lambda e_0 \\ v_1 &= q_1 & \lambda_1 &= \lambda e_1 \\ v_2 &= q_2 & \lambda_2 &= \lambda e_2 \\ v_3 &= q_3 & \lambda_3 &= \lambda e_3 \end{aligned} \quad (3-8)$$

처음 부품이 인입되는 AGV에서의  $AOQ_0$ 는 다음과 같다.

$$AOQ_0 = (1 - AFI_0) p_0 \quad (3-9)$$

위의 식(3-9)은 기존의 일반식과 다를 것이 없다. 그러나 기계센터 i 에서의 AOQ는 많은 차이가 있다.

시스템으로 들어오는 모든 인입부품 불량률이 0, 즉  $AIQ_0 = 0$  이라고 가정하면 다음의 단순화된 기호를 사용할 수 있다.

$$AFI_i \rightarrow A_i, \quad (1 - AFI_i) \rightarrow \bar{A}_i$$

기계센터 k로 부터 i로 갈 때의  $AIQ_i$ ,  $AOQ_i$  를 위의 단순화된 표기를 사용하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} AIQ_1 &= q_2 P_2 \bar{A}_2 + q_3 P_3 \bar{A}_3 \\ AIQ_2 &= q_1 P_1 \bar{A}_1 + q_3 P_3 \bar{A}_3 \\ AIQ_3 &= q_1 P_1 \bar{A}_1 + q_2 P_2 \bar{A}_2 \end{aligned} \right\} \quad (3-10)$$

$$\left. \begin{aligned} AOQ_1 &= \bar{A}_1 [ (q_2 P_2 \bar{A}_2 + q_3 P_3 \bar{A}_3) \\ &\quad + (1 - (q_2 P_2 \bar{A}_2 + q_3 P_3 \bar{A}_3)) P_1 ] \\ AOQ_2 &= \bar{A}_2 [ (q_1 P_1 \bar{A}_1 + q_3 P_3 \bar{A}_3) \\ &\quad + (1 - (q_1 P_1 \bar{A}_1 + q_3 P_3 \bar{A}_3)) P_2 ] \\ AOQ_3 &= \bar{A}_3 [ (q_1 P_1 \bar{A}_1 + q_2 P_2 \bar{A}_2) \\ &\quad + (1 - (q_1 P_1 \bar{A}_1 + q_2 P_2 \bar{A}_2)) P_3 ] \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

위의 식(3-10) 및 (3-11)을 이용하면 수치를 직접 대입하여 결과치를 쉽게 구할 수 있다.

#### IV. 수치예

기계센터가 3개인 임의FMS 공정이 있다. 각 기계센터에서 공정을 마친 반제품은 AGV를 거쳐 원재료와 같이 투입되어 다음공정으로 간다. 완제품은  $q_0$ 의 확률로 시스템을 나간다. 각 기계센터의 불량률은 <표 1>과 같다. 네트워크의 경로행렬은 <표 2>와 같고 각 기계센터의 AFI는 <표 3>의 좌측란에서와 같이 각 기계센터에 임의로 주었다.

이들 데이터와 식(3-11)을 이용하여 계산한 AOQ값은 <표 3>의 우측란과 같이 된다.

<표 1> 각 기계센터의 불량률  $p_i$

기계센터 i	불량률 $p_i$
1	0.02
2	0.04
3	0.01

<표 2> 네트워크의 경로확률 Q

기계센터 i	0	1	2	3	Exit
0(AGV)	0	0.3	0.4	0.3	0.5
1	1	0	0	0	
2	1	0	0	0	
3	1	0	0	0	

<표 3> AFI에 따른 AOQ

AFI			A O Q(%)		
1	2	3	1	2	3
.0	.0	.0	3.5680	4.9600	2.7820
.0	.0	.3	3.4504	4.8448	1.9474
.0	.1	.3	3.3328	4.3603	1.8642
.0	.2	.0	3.3328	3.9680	2.5444
.1	.0	.3	3.1054	4.7872	1.9058
.1	.1	.1	3.0701	4.3776	2.3434
.1	.1	.3	2.9995	4.3085	1.8227
.1	.3	.3	2.7878	3.3510	1.6563
.3	.0	.0	2.4976	4.7872	2.6038
.3	.0	.3	2.4153	4.6720	1.8227
.3	.2	.0	2.2330	3.8298	2.3662
.3	.3	.1	2.2232	3.3242	2.0227
.3	.3	.3	2.1683	3.2704	1.5733

위의 <표 3>의 결과를 보면 기계센터의 불신뢰도와 같은 복합된 요소들은 검사위치에 따라 매우 중요한 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 즉,  $AFI_{1,2,3}(0, 0, 0.3)$ 일 때는  $AOQ_{1,2,3}(3.4504, 4.8448, 1.9474)$ 이었으나  $AFI_{1,2,3}(0.1, 0.1, 0.1)$ 일 때는  $AOQ_{1,2,3}(3.0701, 4.3776, 2.3434)$ 가 되었다. 이를 분석하여 보면  $AFI_{123}(0, 0, 0.3)$ 은 기계센터 1, 2는 무검사, 기계센터 3은 검사를 시행하였고  $AFI_{123}(0.1, 0.1, 0.1)$ 은 기계센터 3대가 검사를 시행하였다. 이에 따라 AOQ는

각각 변하였으므로 검사위치에 따라 AOQ가 변함을 알 수 있다.

그리고 공정순서가 기계센터 1→2→3 의 방향으로 흐른다고 할 때 출구기계센터(3)에서 AFI<sub>3</sub>의 감소에 비례하여 AOQ<sub>3</sub>는 1.9474에서 2.3434로 증가하였다. 이것이 의미하는 것은 출구기계센터에서 최대한의 검사가 FMS AOQ 계획에 최적이라고 할 수 있다. 그러나 불량에 따른 손실비용과 자료(Data)가 상당히 중요하다면 각 기계센터에서 품질검사를 실시하는 것이 바람직하다.

또한 기계센터의 AFI가 다른 기계센터의 AOQ에 영향을 주고 있음을 알 수 있다.

전체적으로 불량률이 낮은 기계센터 3의 AOQ가 대체로 낮고 반대로 불량률이 높은 기계센터 2의 AOQ가 대체로 높음을 알 수 있다. 이것은 설비의 신뢰도가 AOQ에 결정적인 영향을 미친다는 것을 의미한다.

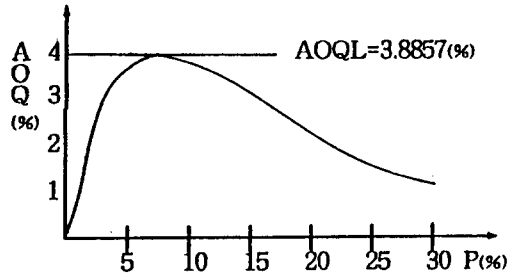
모든 기계센터의 불량률이 동일하다는 가정하에 로트의 크기 1000, 샘플의 크기 100, 결점수 0 인 OC 곡선을 기준으로 하여 각 기계의 AOQL을 구하면 <표 4>와 같다.

<표 4> AOQL

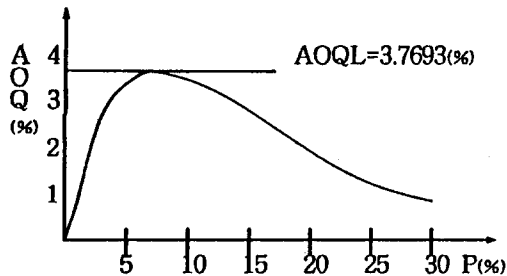
P	P <sub>a</sub>	AFI	AOQ(%)		
			1	2	3
.01	.95	.145	1.3616	1.3616	1.2892
.02	.81	.271	2.1871	2.1871	2.0829
.03	.73	.343	2.8503	2.8503	2.7247
.04	.62	.442	3.0689	3.0689	2.9494
.05	.59	.469	3.5925	3.5925	3.4585
.06	.53	.523	3.7602	3.7603	3.6319
.07	.48	.568	3.8744	3.8744	3.7529
.074	.46	.586	3.8857	3.8857	3.7683
.075	.455	.5905	3.8856	3.8856	3.7693
.08	.43	.613	3.8676	3.8676	3.7574
.09	.38	.658	3.7485	3.7486	3.6528
.1	.34	.694	3.6499	3.6499	3.5656
.11	.3	.73	3.4695	3.4694	3.3982
.12	.27	.757	3.3525	3.3525	3.2901
.13	.24	.784	3.1774	3.1774	3.1246
.15	.2	.82	2.9892	2.9892	2.9478
.17	.16	.856	2.6528	2.6528	2.6236
.2	.12	.892	2.2906	2.2906	2.2720
.25	.07	.937	1.6271	1.6271	1.6197
.3	.04	.964	1.0991	1.0991	1.0963

<표 4>에서 기계센터 1, 2 의 AOQL은 P가 0.074일 때 3.8857(%)이고 기계센터 3의 AOQL은 P가 0.075일 때 3.7693(%)이다. 기계센터 1, 2와 기계센터 3의 차이는 경료확률의 차이 때문이다. 각 기계센터의 AOQL을 도시하면 (그림 3, 4)와 같다.





(그림 3) 기계센터 1, 2의 AOQL



(그림 4) 기계센터 3의 AOQL

## V. 결론

FMS의 가동특성이 FMS의 품질특성과 결합되었을 때에는 기계센터에서의 대기시간, 공정시간, 검사시간, 수리시간등과 검사효과와의 관계에 주목하여야 한다.

본 연구에서는 개방형 대기행렬 중앙서버모델의 FMS에서의 AOQ를 구하므로써 기존의 일관된 품질검사방식을 개선한 품질관리방법을 제시하였다. 또한 검사위치를 변화시킨 결과 AOQ 값의 변동이 있음을 증명하고 검사위치의 중요성을 입증하였다.

각 기계센터에서의 품질검사보다는 출구기계센터에서의 품질검사가 FMS AOQ 계획에 최적이라고 할 수 있다. 그러나 불량에 따른 손실재료, 생산능력 등과 관련된 비용을 고려한다면 FMS의 각 기계센터 내에서의 검사가 유용하다.

앞으로의 연구과제는 불량율에 따른 비용, 설비가 수리가능할 때의 수리시간, 불량품 발견시 피드백(Feed Back)등을 고려한 AOQ의 방정식을 구하는 것이다.

## 참고문헌

- [1] Buzacott, J.A., and Shanthikumar, J. G., "Models for understanding flexible manufacturing systems," *AIE Transactions*, Vol.12 (1980), pp. 339-350.
- [2] Buzacott, J.A., and Yao, D.D., "On queueing network models of flexible manufacturing systems," *Queueing Sstems*, Vol.1 (1986), pp.5-27.
- [3] Dodge, H.F., "Sampling inspection plan for continuous production", *An. of Math. Stst.*, Vol.14 (1943), pp.264-279.
- [4] Eugene L. Grant, and Richard S. Leavenworth, *Statistical Quality Control* (6th Edition), McGraw-Hill, New York, pp.426-433, 1988.
- [5] Jackson, J. R., "Networks of waitinglines", *Operations research*, Vol.5 (1957), pp.518-521.
- [6] Shanthikumar, J. G., and Buzacott, J. A., "Open queueing models of dynamic job shops", *Intetnational Journal of Production Research*, Vol.19 (1981), pp.255-266.
- [7] Tapiero, C. S., and Hsu, L. F., "Quality control of the M/M/1 queue", *International Journal of Production Research*, Vol.25 (1987), pp.447-455.
- [8] Tapiero, C. S., and Hsu, L. F., "Quality control of an Unreliable random FMS: with Bernoulli and CSP sampling", *International Journal of production research*, Vol.26 (1988), pp.1125-1135.
- [9] Viswanadham, N. & Narahari, Y. *Performance Modeling of Automated Manufacturing Systems*, Prentice-hall, New Jersey, pp.385-388, 1992