

Fractal을 이용한 인간공학적 응용에 관한 논고

제종식 ·, 이형일 ·, 이상도 ··

· 동래여자전문대학 사무자동화과

·· 동아대학교 산업공학과

Abstract

본 연구는 기존의 연구 방법과는 상이한 방법을 이용하여 인체의 특정 부위를 측정하거나 측정치의 산출을 위한 기법을 Fractal의 기법을 이용하여 고찰하고자 함에 있다.

인간공학적인 측면에서 볼 때 인체 구성의 관찰 및 측정은 실험기기를 이용하거나 기타 방법으로 행하는 것이 일반적이다. 여기서는 이러한 결과치가 도출되기 까지의 방법들을 Fractal 기법으로 접근하여 인체의 특정 부위의 측정치를 구하고자 하는데 목적을 둔다.

따라서 Chaos 이론과 Fractal 이론을 먼저 이해하고 이에 접근할 수 있는 최적의 방법들을 선정하여 인간공학적인 측면에서 제시되는 解에 부합되는 결과치를 도출하고자 하는데 있다.

I. 서 론

과거의 응용 과학 연구의 많은 부분은 인공 기계의 분석과 인공 기계의 운영을 규제하는 물리 법칙으로 구성되었다. 과학의 성공은 기초 실험의 예측성에 의존한다. 선(lines)이나 원(circles) 등에 근거한 Euclid 기하학은 공간적 관계를 기술하는 도구인 반면, 미분 방정식은 운동 및 성장 연구에 필수적이다. 그러나 산, 구름, 나무 등과 같은 자연 형태는 이러한 틀에 잘 들어 맞지 않는다. 이들 현상의 이해는 지난 20년간 근본적인 변화를 겪었다.

Mandelbrot가 상정한 Fractal 기하학은 자연에서 발견되는 복잡한 많은 형태를 위한 수학적 모델을 제공한다. Mandelbrot의 핵심 관찰 중 하나는 이러한 자연 형태가 확대시 현저히 통계적인 불변성을 가진다는 점이었다. 이러한 불변성은 프랙탈 차원에 의해 정량화될 수 있는데 이 차원은 우리의 직관적인 차원인식과 일치하나 정수일 필요는 없다. 이러한 아이디어는 시간-변량 과정에도 적용될 수 있다. 또 다른 중요한 발견은 이중 진자와 같은 매우 간단한 비선형 동적 시스템에서도 배경의 규제방정식에 관한 정확한 지식에도 불구하고 장기적인 예측이 가능하지 않다는 사실이다.

이러한 시스템은 매우 간단하고 결정적인 생성 매카니즘에도 불구하고 오류적 혼돈적으로만 상정할 수 있는 행동 유형을 나타낸다. 충분히 작은 요동도 결과적으로 원래의 解와는 완전히 다른 解를 생성하게 된다. 이러한 현상은 초기 조건에 대한 민감성으로 불리어 왔으며 Chaos이론의 상표이다. Chaos 와 Fractal 기하학 사이에는 강한 연관이 있다. 즉 혼돈적인 비선형형 시스템의 매우 복잡한 기하 구조를 갖는 과정을 내포한다.

Fractal은 경치와 식물을 매우 자연스런 방법으로 묘사하기 위해 컴퓨터 그래픽에서 사용될 수 있기 때문에 과학자들의 각별한 관심을 받고 있다.

II. Chaos와 Fractal의 개념

1. Chaos란?

일반적으로 시스템 모델링에서 명확한 因果 관계가 없는 것처럼 보이는 불규칙한 현상을 발견하면 그 시스템이 random한 요소를 갖는다고 가정한다. 이것은 random한 요소를 갖지 않는 결정론적 시스템은 과거로부터 미래를 정확히 예측할 수 있다고 믿는다. 결정론적 시스템에 관한 이 고전적인 견해는 몇 개의 변수만을 갖는 간단한 결정론적 시스템에서 예측 불가능한 현상이 발견됨으로서 깨어지고 있다. 이와 같이 random한 현상을 나타내는 결정론적 시스템을 chaos 시스템이라 한다.

chaos 시스템은 초기 조건에 민감하다. 초기 상태에서 아주 작은 불확실성도 계속 증폭되어 어느 시간 이후에는 급격한 차이를 보인다. 어떠한 실험에서도 시스템 상태의 측정에서 오차를 피할 수 없으므로 초기 조건 민감성은 chose 시스템을 장기 예측 불가능하게 만든다.

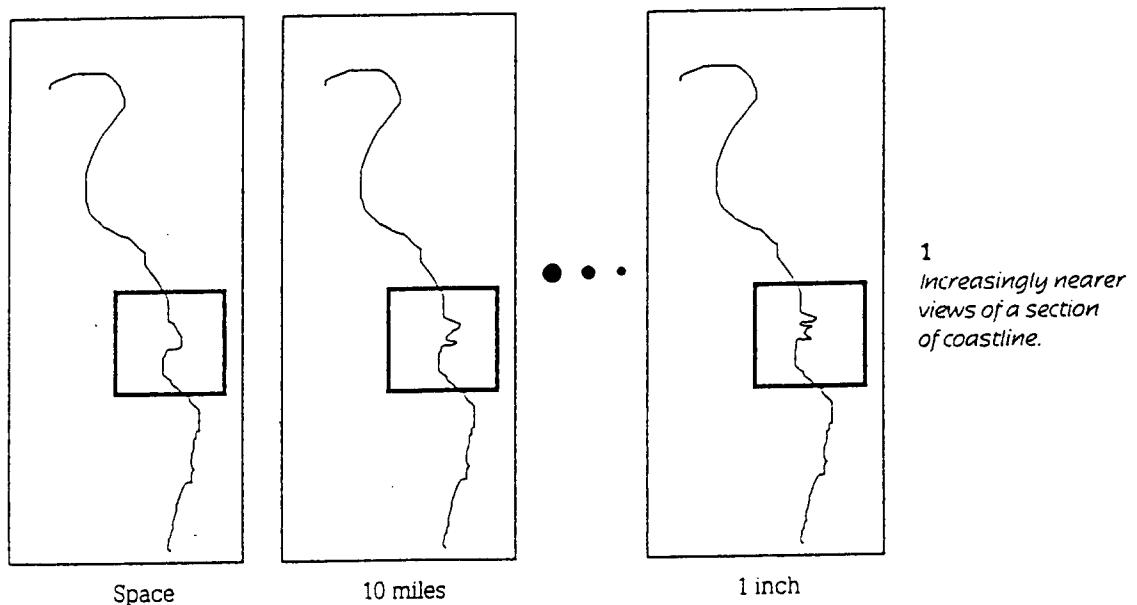
chose 시스템은 결정론적 비선형 동력학 시스템의 한 분류이다. 동력학 시스템의 체계적 연구는 Galileo Galilei의 자유낙하에 관한 실험으로부터 시작한다. 19C 까지 고전 역학 이론 분야는 Lagrange, Luler, Laplace, Hamilton 등과 같은 수많은 학자들에 의해 발전되어 왔다.

chaos 이론의 급속한 발전은 chaos의 실제 응용 연구로 발전되었다. 비선형 회로에서의 chaos 유체와 기체의 진동에서 발견되는 chaos, 맥파, 뇌파 등과 같은 생체 chaos, 경제학에서의 chaos 등이 대표적인 예이다.

2. Fractal이란?

① Fractal의 개념

Fractal에 대한 엄밀하고 정확한 정의는 존재하지만 여기서는 Fractal은 무한한 양의 자기-유사성 (self-similarity)을 가지는 하나의 이미지로 정의한다.



10 miles away, 1 mile away, 1 foot away, 1 inch away, and so on. This is exactly the kind of self-similarity that characterizes fractals.

자기-유사성(self-similarity)의 표현을 다음과 같이 할 수 있다. 자연적이거나 인위적인 현상안에서 자기-유사성은 전체 구조가 모든 부분에 종종 반영됨을 의미한다. 한 예로서 공중에서 촬영된 해안선의 단면도를 생각해 보자.(그림 1) 여기서 10마일, 1마일, 1인치 거리를 둔 공중에서 바라본 광경이 서로 유사함을 알 수 있다. 이것이 Fractal을 규정하는 자기-유사성의 정확한 한 일례이다.

Fractal은 보통 불규칙한 경향이 있다. Fractal을 ‘부서진’이라는 의미는 라틴어 Fractus에서 따온 것으로 수학자 Benoit Mandelbrot에 의해서 명명되었다.

②무작위 프랙탈

프랙탈 기하 구조는 관측되는 거리가 변경될 때 자기-유사성을 가진다. 이러한 자기-유사성은 정확하거나 통계적일 수도 있다. 정확한 자기-유사성 프랙탈은 1904년 스웨덴의 수학자인 Helge von Koch에 의해 고안된 눈송이 곡선이다(그림 2의 구축 참조).

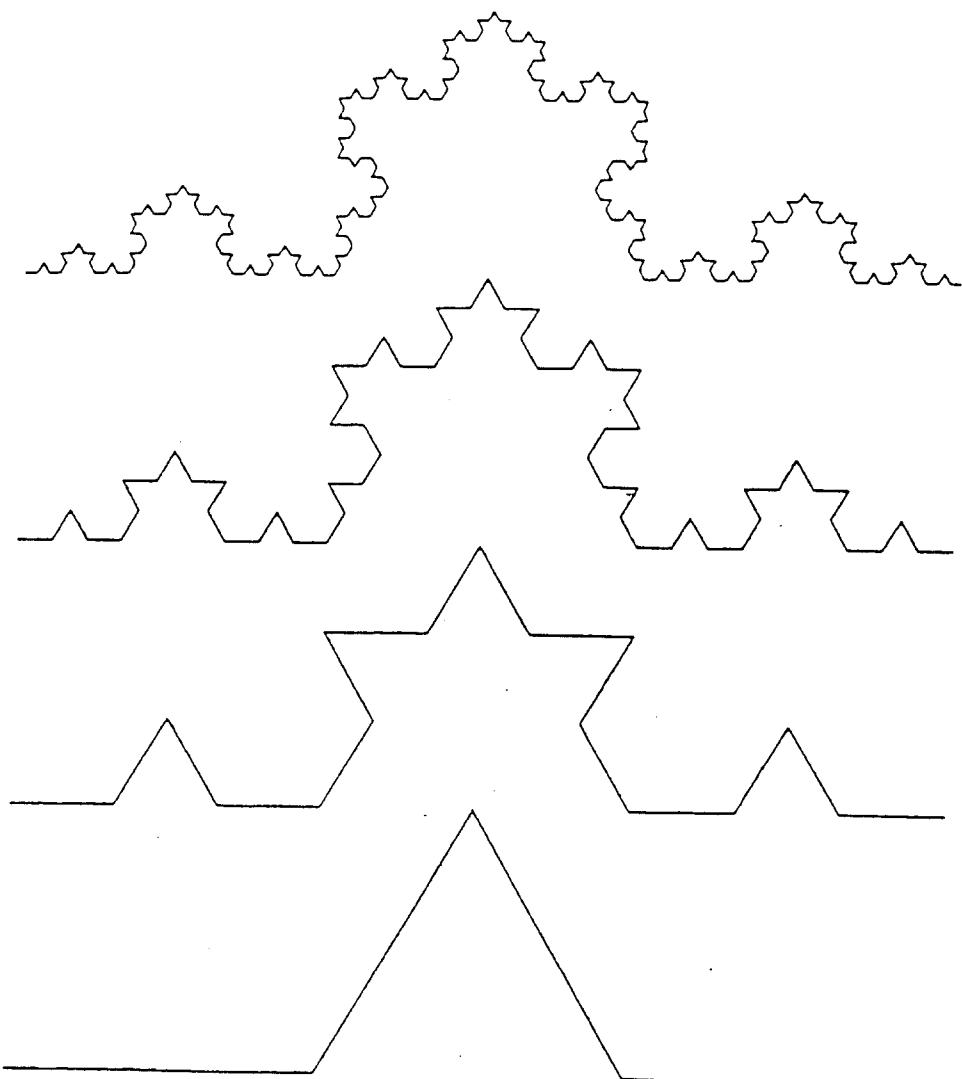


FIG. 2. Construction of the von Koch snowflake curve. The interval $[0,1]$ is given initially (not shown here). In each stage (going from bottom to top), line segments are replaced by the generator curve, which consist of four lines as shown in the bottom curve (stage 1). As stages are added, the total length of the curve tends to infinity, although the curve is confined to a finite region.

이 곡선은 자기-유사성이다. 눈송이 곡선의 4분지 1을 인수 3으로 확대하면 또 다른 완전한 눈송이 곡선이 생성된다.

자기 유사 객체가 자체의 N개의 복사본으로 주어지고 인수 r 에 의해 각 복사본이 하향 기준화될 때 이 객체의 자기-유사성 차원은 다음과 같이 정의 된다.

$$D = \frac{\log N}{\log 1/r}$$

이 정의는 차원 1을 직선에 차원 2를 정방형에 예정된 대로 각각 배정한다. 프랙탈은 전형적으로 비정수 차원을 가진다. 이 눈송이 곡선은 $D = \log 4 / \log 3 \sim 1.262$ 차원을 가진다. 자기- 유사성의 개념은 정확한 자기-유사성을 갖지 않는 집합으로 확장된다. A 를 n 차원 유클리드 공간 R^n 상의 집합이라 하고 $N(r)$ 을 집합 A 를 포괄하는데 필요한 n 차원 입방체라고 정의하자. 그러면(카운팅) 프랙탈 차원은 다음과 같이 된다.

$$D_f(A) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N(r)}{\log 1/r}$$

이 양은 이종 로그 용지상에 함수 $N(r)$ 의 그래프를 그려 주어진 데이터의 집합으로 부터 추정할 수 있다. 결과로 생성된 직선에서 음의 기울기는 D_f 를 위한 추정값이다. 다른 차원 정의도 있다. (예 Hausdroff-Besicovitch 차원, 질량 차원, 상관 관계 차원 등).

통계적으로 자기-유사성 객체를 위한 수학적 모델은 소수적인 Brownian 운동 (fBm)에 의해 주어진다. 한 차원에서 fBm 은 가우스 증분 $X(t_2) - X(t_1)$ 을 가진 무작위 과정 $X(t)$ 이다. 이들 증분의 분산은 $|t_2 - t_1|^{2H}$ 에 비례하고 $0 < H < 1$ 이다.

x 의 증분은 매개 변수가 H 인 통계적으로 자기-유사성이다. 이는 $t_0 = 0$, $X(t_0) = 0$ 으로 설정한 후 두 무작위 함수 $x(t)$ 와 $r^{-H}X(rt)$ 가 통계적으로 구분 불가능함을 의미한다. 주어진 숫자 X_0 에서 $X(t) = X_0$ 를 만족시키는 점 t 가 계속 Fractal 포인트 집합이 되며, 이는 통계적으로 자기- 유사성이다. 이것의 차원은 $D_f = 1 - H$ 이다. $x(t)$ 의 그래프는 자기-유사성이 아니다. 왜냐하면 상이한 인수 r 과 $1/r^H$ 으로 t 방향 및 X 방향으로 기준화하여 통계적으로 동등한 그래프를 구해야 하기 때문이다. 이러한 형식의 유사성은 자기 상사성으로 불리어 왔다. (이 특성은 어떤 변환하에서 불변이다.) $X(t)$ 의 그래프는 $2-H$ 의 프랙탈 차원을 가진다. fBm 의 스팩트럼 분석은 과정 $x(t)$ 의 스팩트럼적 밀도 $S(f)$ 를 산출한다. 밀도 $S(f)$ 는 $1/f^\beta$ 에 비례하며 여기서 스팩트럼 지수 β 는 $2H + 1$ 과 동일하다. 이리하여 β 는 $1 \sim 3$ 범위 내에 있다.

소수적 Brownian 운동을 보다 높은 차원으로 일반화한 것이 그 특성이 위에서 설명한 것과 유사한 다차원적 과정(무작위 필드) X 와 (t_1, t_2, \dots, t_n) 이다. 무작위 필드 X 는 안정적 증분을 가지며 동위 원소적이다. (즉 모든 점 (t_1, t_2, \dots, t_n) 과 모든 방향이 통계적으로 동등하다.).

무작위 필드는 그 스팩트럼적 밀도 함수나 자기 상관 관계 함수에 의해 특징화 될 수도 있다.

$n = 2$ 인 사례를 고려해 보자. 여기서 $X(t_1, t_2)$ 가 평면 내의 점(t_1, t_2) 위의 높이로 도형화될 수 있다 고 하자. 그 결과는 X 의 그래프가 프랙탈 표면임을 알 수 있다. 이것은 2차원 $D_f = 3 - H$ 인 자기 유사 프랙탈이다.

$X(t_1, t_2) = X_0$ 를 만족시키는 점 (t_1, t_2) 의 집합은 수면 높이 X_0 를 가정한 해안선으로서 해석되는 곡선의 집합이다. 이를 곡선은 차원이 $2 - H$ 인 통계적으로 자기- 유사성이다.

이상의 모델은 균일한 프랙탈을 기술한다. (즉 프랙탈 특성이 본질적으로 전역적이다).

비균일적 프랙탈에서는 차원이 다른 값을 요구할 수도 있다. 이러한 다중 프랙탈은 총체화 문제의

연구에서 광범한 주목을 받아왔다.

여기서 관심을 끄는 또 다른 주제는 프랙탈의 lacunality이다. 이것은 프랙탈 차원과는 독립적인 특성 이지만 프랙탈의 구성이나 모양에 영향을 미치기 때문에 자연 형태의 시뮬레이션을 위한 알고리즘의 유용한 추가적인 매개 변수이다.

III. Fractal의 생성 과정

자기-유사성을 가지는 이미지를 발견한다는 것은 단순하지는 않다. Fractal의 생성 과정을 풀기 위해 서는 수학적인 관계를 규명하여야 한다.

수학적인 관계를 규명하기 위한 전제로 fractal이 존재하는 장소인 동적 체계의 영역을 알아 볼 필요성이 있다. 동적 체계에 대한 연구는 알고리즘의 반복 적용과 관련된 수학의 하부영역이다.

컴퓨터 프로그램은 알고리즘의 부호화된 형식인데 이는 알고리즘의 형태들이다. 알고리즘은 말로서, 흐름도표로서, 다른 그림으로, 수학적인 표기법으로 표현될 수 있다. 이러한 알고리즘은 실수나 복합수로 정의된 몇몇 함수의 적용과 기하학적 과정의 적용과 관련이 된다. 알고리즘의 반복 적용이 Fractal로 귀결되는지를 본다.

① Attracting & escaping points

일고리즘을 기술하는데 필요한 기본적인 용어로는 사상 함수이거나 규칙적인 함수 f 는 실수에서 그 자신으로 간다고 생각한다. 이것을 아래와 같이 표기하면

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightarrow f(x) \end{aligned}$$

\mathbb{R} 이라는 상징은 실수선을 나타내고, 화살표는 함수 f 와 실수인 x 와 다른 실수인 $f(x)$ 를 연결하는 규칙임을 표시한다.

함수 $f(x) = x^2$ 를 생각해 보자.

2라는 수를 대입하면 4를 얻는다. 다시 한 번 반복하면 16을 얻을 수 있다. 이런 과정을 함수 합성(function composition)이라고 한다. $f(x)$ 와 그 자신의 합성은 $f(f(x))$ 로 표기되고 그것은 규칙 f 를 가치인 x 에 적용시키고 그 규칙 f 를 다시 결과물에 적용시키는 것이다. 이러한 과정을 함수 반복이라고 부른다. 단순한 함수에서는 이런 반복은 계산기로 쉽게 수행된다.

이 함수를 계속하다보면 계산기는 아마 지수 표기로 되돌아가고 아래와 같이 나타낼 것이다.

3.4028 E 38

이것은 38개의 0을 가진 숫자 1과 3.4028의 곱을 의미한다. 드디어 계산기는 불능의 상태에 도달하고 아래와 같이 표시된다.

ERROR

이 뜻은 입력된 숫자가 비록 지수를 사용하더라도 계산기가 인식하기에는 너무 크다는 것을 미의미한다. 그리고 $f(x) = x^2$ 이라는 함수상에서 반복 적용되는 2라는 숫자는 벗어났다고 말할 수 있고 이것은 무한으로 향하고 있다는 뜻이 된다. 이러한 상태를 반복 적용 하였을 경우 어느 한 숫자에서 마이너스 무한대로 가는 함수도 역시 벗어났다고 표현한다.

예를 들면 $f(x) = -x^2$ 이라는 함수에서 반복 적용된 $x_0 = 2$ 라는 지점은 부정적 무한대로 향한다고 말한다. 반복 적용의 경우 벗어나는 한 지점은 후퇴점(reprlling points)이라 부르기도 하고, 반복 적용을 할 경우 후퇴한다고도 말한다.

여기서 0과 1사이의 한 지점을 반복한다고 가정하고 $f(x) = x^2$ 함수에서 $x_0 = 0.5$ 를 계산해 보자. 이 숫자를 계산기에 입력시키고 “ x^2 ”키를 여러번 눌릴 경우 결과물이 점점 작아짐을 알 수 있다. 드디어

지수표기가 나타나지만 이번에는 부정의 지수이다.

2.3283 E -10

이 숫자는 22.3283에 0.0000000001을 곱한 것이다. 이 숫자는 대단히 작은 수이다. 만약 “X²”키를 계속 누른다면 ERROR 표시가 나타난다. 이것은 그 숫자가 후퇴한다는 의미가 아니고 그 수는 제로에 자꾸 근접하기 때문에 계산기가 실수를 하지 않고는 X₂라는 함수를 계산 할 수 없음을 의미한다. 이 경우 반복된 함수는 단일점 0으로 근접한다고 말한다. 결과로 반복된 함수를 이 지점으로 인도하기 때문에 0을 이 함수의 끌개(attractor)라고 지칭한다. 만약 -1과 1 사이의 가치로 이 함수를 반복한다면 그 결과는 항상 0이다.

또 어떤 숫자는 반복적용의 경우 끌개도 아니고 밀개(repeller)로도 작용하지 않는 경우가 있다. 이런 경우의 지점은 무관(indifferent)하다고 말한다. 만약 계산기를 이용하여 함수에 대한 끄는 지점(attracting points), 후퇴지점(repelling points), 무차별지점(indifferent points)을 결정하는 프로그램을 입력시킬 수도 있다. 예로서 아래의 함수에 대한 끄는지점, 후퇴지점, 무차별지점을 결정해 보기로 한다.

1. $f(x) = x^3 - 1$
2. $f(x) = -2x(2 - x)$
3. $f(x) = \sin(x)$
4. $f(x) = \frac{1}{x}$
5. $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$

몇 가지의 반복함수와 반복기하절차에 대한 끄는 지점의 집합을 살펴 볼 경우, 반복함수나 절차에 있어서 일련의 끌개가 무한적으로 자기-유사적인 집합(fractal)이라면 그런 끌개의 집합은 이상끌개(strange attractor)라고 부른다.

② 분기(bifurcation) diagrams

실수로 정의된 여러 함수에 대한 끌개의 집합을 고찰한다. 간단한 다항 함수가 주어져 있다고 가정하에서

$$f(x) = x^2 + c$$

실상수 c 에 대해 보통 그 자체로 함수를 구성할 수 있다. 이제 $c = -1.1$, $x = 0$ 을 취해본다. 계산기를 이용할 경우

$$f(0) = 0^2 - 1.1 = -1.1$$

반복하여 적용하여 $f(f(0))$ 이면

$$f(f(0)) = f(-1.1) = (-1.1)^2 - 1.1 = 0.11$$

$f(f(f(0)))$ 에서는

$$f(f(f(0))) = f(0.11) = (0.11)^2 - 1.1 = -1.0879$$

결과에 다시 규칙 f 를 적용하면

$$f(f(f(f(0)))) = (-1.0879)^2 = 0.08$$

이것을 계속하면 그 결과물은 -1.0 과 1이라는 숫자의 근처 앞과 뒤로 나타남을 알 수 있다. f 를 그 자체로 여러번 반복해서 c 라는 가치범위 내에서 적용하면 함수는 아래와 같다.

$$f(x) = x^2 + c$$

이 함수를 여러번 반복하고 각 구성에 연속하여 숫자를 대입하면 c가치에 대해서 처리되고 결과적인 이미지는 분기 다이아그램(bifurcation diagram)으로 다음의 그림과 같이 나타낸다.

분기라는 용어는 그 이미지가 두 개의 분명한 점들의 띠처럼 나누어져 있기 때문이다. 이것도 역시 fractal처럼 자기 유사적이다.

이것의 생성과정을 pascal 프로그램으로 작성한 것이 다음과 같다.

```
program bifur;
{ compute and display bifurcation diagram for

f(x) = x^2 + c

10-10-1994 }

uses
  Crt,Graph;           { include CRT and graphics routines}

var
  GraphDriver : integer;    { Stores graphics driver number}
  GraphMode : integer;      { Stores graphics mode for driver}
  ErrorCode : integer;      { Reports any error condition}
  i, j      : integer;      { loop variables}
  MaxX      : integer;      { Maximum X screen coordinate}
  MaxY      : integer;      { Maximum Y screen coordinate}
  x         : real;         { iterated value }
  c         : real;         { constant of iteration }
  MaxColor : integer;       { maximum number of colors on graphics card }
  scale     : real;         { plotting scale factor }
  sf        : real;         { user input scale factor }

begin
  { get user input scale factor }

  ClrScr;
  write(' input scale factor (1-10) ');
  readln(sf);

  { initialize graphics }

  GraphDriver := Detect;    {try to detect graphics card}
  InitGraph(GraphDriver,GraphMode,''); {initialize graphics}
  ErrorCode := GraphResult;
  if ErrorCode <> grOk then {check for error}
  begin
    Writeln('Graphics error: ', GraphErrorMsg(ErrorCode));
    Writeln('Graphics card not found');
    Writeln('Program aborted');
```

```

        Halt(1)
end;
MaxColor := GetMaxColor; { find maximum number of colors }
MaxX := GetMaxX; { find maximum X screen coordinate }
MaxY := GetMaxY; { find maximum Y screen coordinate }

scale := sf*MaxX/8; { calculate overall scale factor }

c := -2.0; { set starting point }
for i := 1 to MaxX do
begin
  x := 0.0; { calculate orbit about x=0 }
  c := c + 2.25/MaxX; { iterate c }
  for j := 1 to 200 do { calculate orbit after 200 iterations}
  begin
    x := x*x + c;
    if j > 50 then { skip first 50 iterations }
    begin
      putpixel(i,round(MaxY/2 + x*scale), j div MaxColor);
    end
  end
end
end.

```

IV. Fractal의 차원

뚜께가 0인 주석 박지 1장이 주어졌다고 가정한다.

이것은 2차원(2개의 뉴클리드 기하학)적이다. 이 박지를 공안에 던져 넣었다고 가정하자. 공은 3 차원에 있지만 박지는 3차원이 아니다. 왜냐하면 입체(solid)가 아니고 뉴클리드 기하학으로는 정의할 수 없기 때문이다. 이 때 일반적으로 공이 Fractal dimension을 가진다고 말한다. Fractal 이미지는 역시 Fractal 차원을 가진다. 일반적으로 하나의 선이 1차원적이라고 말한다.

정확한 답으로 근사 해법을 이용하는데 이 때 대수와 지수의 개념을 도입한다.

$$x^y \equiv x \cdot x \cdot \dots \cdot x$$

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot = 64$$

x^y 가 주어졌을 때 x 의 값이 주어지면 y 의 값을 구할 수 있다. 이 때 x 를 기저로 하는 대수로 표현하면

$$\log_x(x^y) = y \text{ 단, } x^y (x > 0)$$

이 식에 상기의 조건을 대입하면

$$\log_4(64) = 3 \text{ 이 된다.}$$

대수를 사용하여 fractal 차원 D를 아래와 같이 표시하면 근사값을 얻을 수 있다.

$$D = \log_{10}(\text{조각의 갯수}) / \log_{10}(\text{측정된 수})$$

가령 조각이 일직선으로 표시될 경우의 fractal 차원은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$D = \log_{10}(n) / \log_{10}(n) = 1$$

3개의 측정된 수에서 2개의 조각으로 나누어지는 과정은 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$D = \log_{10}(2) / \log_{10}(3) = 0.63\ldots$$

또는 크기가 2배로 분할되는 과정의 수식으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$D = \log_{10}(n^2) / \log_{10}(n) = 2$$

2개의 측정된 수에서 3개의 조각으로 나누어 질 경우의 fractal의 차원은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D = \log_{10}(3) / \log_{10}(2) = 1.58\ldots \text{ 단, } n > 1 \text{ 이다.}$$

V. 결 론

상기에서와 같이 Fractal이론을 이용하여 필요한 형태의 영상을 도출해 낼 수 있다는 것을 알았다. 여기서 연구해야 할 분야를 파악하여 적용시키는 것이 본 연구 논문의 취지이다.

가령 한 예로서 visual적인 측면에서 실시하고 있는 동공의 움직임의 범위를 특정한 기구로서 측정하여 동공의 움직임을 관찰한다고 할 경우 실제 사람이 피험자로서 움직이어야 한다. 이러한 측정 방법을 Fractal의 기법을 이용하여 프로그램화하여 적용하게 되면 피험자를 배제한 상태에서도 측정 결과치를 도출해 낼 수 있다는 것이다. 이는 물론 많은 시뮬레이션 과정을 거친 후의 결과치를 활용해야 한다는 부담을 안고 있는 것은 사실이다. 하지만 종전의 측정 기법에서 탈피하여 새로운 수학적인 측면에서의 관찰이라는 새로운 영역에 접근할 수 있다는 것이 본 논문의 연구 목적이 되겠다.

물론 적용 분야는 visual뿐만 아니라 postural이나 그 밖의 신체 부위의 어느 곳이든지 측정 가능한 분야에 적용하고자 하는 것이다. 보편적으로 신체의 표준 체위를 측정할 경우 일정한 범위내에서 실시되고 있는 것이 대부분인데 상기에서 기술한 기법을 사용하게 되면 광범위하게 활용할 수 있을 것이라는 것이 현재의 판단이다.

Fractal 기법의 활용법을 더욱 연구하여 실제 활용에 편리하게 적용될 수 있도록 연구의 방향을 잡아갈 생각이다.

참고문헌

1. James A. Store, 1991. IMAGE AND TEXT COMPRESSION, KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS.
2. Barnsley, M. 1988. Fractals everywhere. New York: Academic Press, Inc.
3. DeAngelis, Tori. January, 1993. "Chaos and Fractals: The mathematics behind the computer graphics. Providence, R.I : American Mathematical Society.
4. Devaney, R. L. 1989. An introduction to chaotic dynamical systems: New York: Addison-Wesley.
5. Devaney, R. L. 1990. Chaos, Fractal, and dynamics. Nwe York: Addison-Wesley.
6. Devaney, R. 1992. A first course in chaos dynamical systems, theory and experiment. New York: Addison Wesley.
7. Edgar, G. A. 1990. Measure topology and fractal geometry. New York: Springer-Verlag, Inc.
8. Escher on Escher : Exploring the infinite. 1989. New York : Harry N. Abrans, Inc.
9. Falconer, K. 1990. Fractal geometry : Mathematical foundations and applications. New York : Wiley.
10. Feder, J. 1988. Fractals. New York : Plenum Press.
11. Gleick, J. 1987. Chaos : making a new science. New York : Penguin.
12. Gutowtiz, H, editor. 1990. Cellular automata : theory and experiment. London.
13. Hofstadter, Douglas R. 1989. Godel, Escher, Bach : An eternal golden braid. New York : Vintage Books.
14. Levy, S. 1992. Artificial life : the quest for a new creation. New York : Pantheon Books.
15. H. B. Lin, ed. 1984. Chaos, world scientific. Singapore.
16. Mandelbrot, B. The fractal geometry of nature. New York : W. H. Freeman and Co.
17. Peitgen, H., H. Jurgens and D. Saupe. 1992. Fractals for classroom. New York : Springer-Verlag.
18. Schroder, M. 1991. Fractals, chaos, and power laws : Minutes from an infinite paradise. New York : W. H. Freeman.
19. Wegner, T. and M. Peteson. 1991. Fractal creations. Corte Mader, Ca. : The Waite Group.