

비선형 불규칙파의 변위 확률분포함수 Probability Distribution of Surface Elevation of Nonlinear Random Waves

安京模*, Michel K. Ochi**

1. 서론

심해 불규칙파의 변위는 일반적으로 정규분포 과정을 따르는 반면, 유한수심에서의 불규칙파는 비정규분포 과정으로 취급될 수 있다. 비정규분포 특성을 갖는 유한수심에서의 수면변위의 분포를 나타내는 데 요즘 흔히 사용되는 확률분포함수들은 일반적으로 사용하기에 부족한 단점과 제약성이 있다. 예를 들면, 급수형태로 표시된 확률밀도함수 (Gram-Charlier 확률밀도 함수)는 부분적으로 음의 확률밀도를 가지며, 약한 비선형 파 이론(weakly nonlinear wave theory)으로부터 유도된 확률밀도함수들 (Tayfun 1980, Huang et al. 1983, Langley 1987)은 강한 비정규분포 특성을 갖는 유한수심 파에는 적용될 수 없다.

본 논문에서는 비선형 계 (nonlinear system)의 응답(response)을 추정하는데 사용되는 Kac-Siegert 방법의 개념을 사용하여 새로이 유도된 확률밀도함수(1993 Ahn)를 강한 비정규 분포 특성을 갖는 유한수심에서 측정된 불규칙파의 막대그래프와 비교하였다.

2. 확률밀도함수

Ochi 와 Ahn (1993)에 의해 유도된 유한수심파의 표면변위의 확률밀도함수는 다음과 같이 표시된다.

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp \left\{ -\frac{1}{2(\gamma a \sigma_0)^2} (1 - \gamma a \mu_0 - e^{-\gamma a y})^2 - \gamma a y \right\} \quad (1)$$

여기서

$$\gamma = \begin{cases} 1.28 & y \geq 0 \\ 3.00 & y < 0. \end{cases} \quad (2)$$

식 1의 매개변수 a , σ_0^2 , μ_0 는 다음 식으로 부터 구해진다.

$$\begin{cases} a\sigma_0^2 + a\mu_0^2 + \mu_0 = 0 \\ \sigma_0^2 - 2a^2\sigma_0^4 = k_1 \\ 2a\sigma_0^4(3 - 8a^2\sigma_0^2) = k_3 \end{cases} \quad (3)$$

* 서울대학교 토목공학과 (Department of Civil Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea)

** 플로리다 대학 해안 및 해양공학과 (Coastal & Oceanographic Engineering Department, 336 Weil Hall, University of Florida, Gainesville, FL32603)

여기서 k_2 와 k_3 는 cumulants 이며, 확률변수 Y 의 평균값이 0이면 각각 표본공간의 2차 및 3차 모멘트와 같다.

3. 확률밀도함수의 적용

새로이 유도된 확률밀도함수를 유한수심에서 실측한 자료의 막대그래프와 비교하였다. Fig. 1 은 미국 North Carolina의 Duck에 위치한 미육군 Coastal Engineering Research Center의 Field Research Facility에서 측정된 유한수심파의 시계열의 일부이다. 위로 부터 평균수심이 각각 21.4m, 10.1m, 그리고 2.1m에서 측정된 파랑자료이다. 수심이 감소할수록 파의 파봉이 높고 뾰족하며 파곡이 낮고 편편한 강한 비선형 특성이 나타남을 알 수 있다. Table 1 은 각 자료로 부터 구한 통계값의 요약이다. 식 3으로 부터 구한 매개변수 a , σ^2 , μ 의 값들은 Table 2 에 요약되어 있다.

Fig. 2, 3, 그리고 4는 실측자료로 부터 구한 막대그래프와 새로이 유도된 확률밀도함수, Gram-Charlier 확률밀도함수, 그리고 정규분포함수를 비교한 것이다. Fig 2는 평균수심 2.1m의 천해파의 경우이다. 그림에서 볼 수 있듯이 막대그래프가 정규분포와 상당히 다른 것을 알 수 있으며 Gram-Charlier 확률분포는 변위가 -1.1m 부터 음의 확률값을 가짐을 알 수 있다. 반면에 새로 유도된 확률밀도함수는 막대그래프와 매우 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 3은 수심이 10.1m인 경우이며 불규칙파의 비선형성의 정도를 나타내는 외도(skewness)가 Fig. 2보다 작은 경우이다. 새로이 유도된 확률밀도함수가 역시 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 4는 수심이 상대적으로 깊은 21.4m 인 경우이다. 그림에서 볼 수 있듯이 표면변위가 거의 정규분포를 따름을 알 수 있으며, 새로 유도된 확률밀도함수와 Gram-Charlier 확률밀도함수 모두 정규분포함수와 일치한다.

4. 결론

Ahm 과 Ochi (1993)에 의해 새로이 유도된 확률밀도함수를 비정규 분포의 특성이 강한 유한수심파에 적용한 결과 실측자료의 막대그래프와 매우 잘 일치함을 알 수 있었다. 유도된 확률밀도함수는 폐합형이며 표본공간으로 부터 변위의 2차 및 3차 모멘트 값만 있으면 확률밀도함수를 결정할 수 있으므로 사용하기가 용이하다.

Gage No.	D615	D625	F710
Time	10/25/80 11:35:00-11:55:00 a.m.	10/25/80 11:35:00-11:55:00 a.m.	10/25/80 11:15:00-11:35:00 a.m.
Distance from the shoreline in meters	60	456	12,000
Mean water depth in meters	2.1	10.07	21.43
Moments of surface Elevation			
m_2	0.2167	0.8507	1.0795
m_3	0.1042	0.5997	-0.0148
m_4	0.1958	2.5345	3.6721
Variance	0.2167	0.8507	1.0795
λ_3 (skewness)	1.0327	0.7643	-0.0132
λ_4 (kurtosis - 3)	1.1713	0.5020	0.1511
Max. and Min. surface elevation in meters			
y_{max}	2.25	4.04	3.48
y_{min}	-1.02	-2.19	-3.61

Table.1 Summary of statistics computed from the time histories of surface elevation at Gage Nos. D615, D625, and F710.

Gage No.	D615	D625	F710
Cumulants of surface Elevation in meters			
k_2	0.2167	0.8507	1.0795
k_3	0.1042	0.5997	-0.0148
Parameters Computed			
a	0.3716	0.1351	-0.0021
μ_0	-0.089	-0.121	0.002
σ^2	0.2315	0.8790	1.0795

Table.2 Parameters computed from the cumulants of surface elevation at Gage Nos. D615, D625, and F710.

SURFACE ELEVATIONS IN METERS

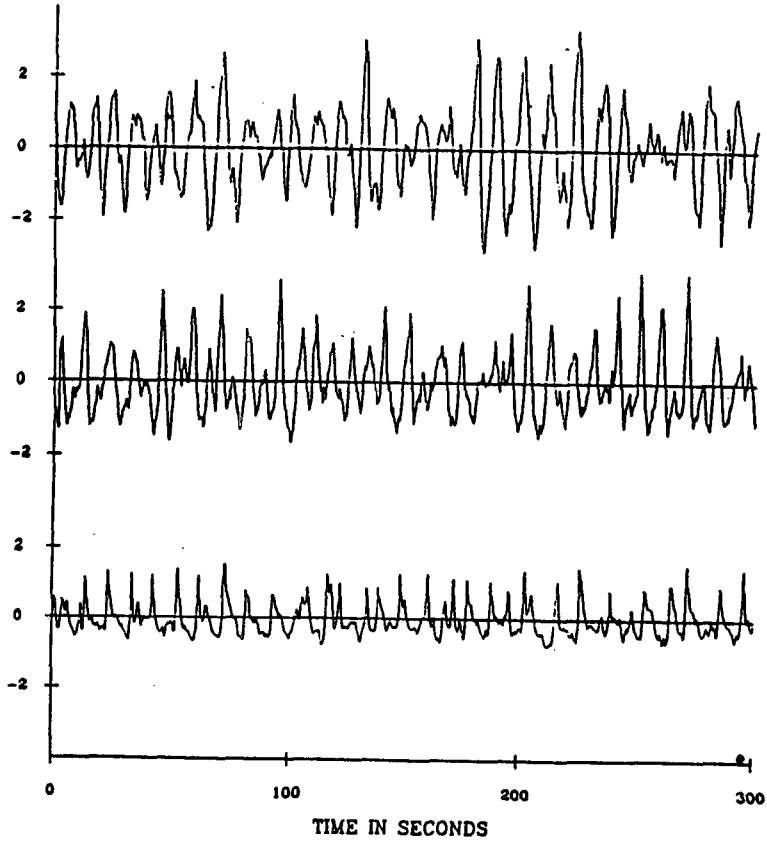


Fig.1 Portion of wave records measured during ARSLOE project at locations F710, D625, and D615 where mean water depths are 21.4, 10.1, and 2.1 meters respectively.

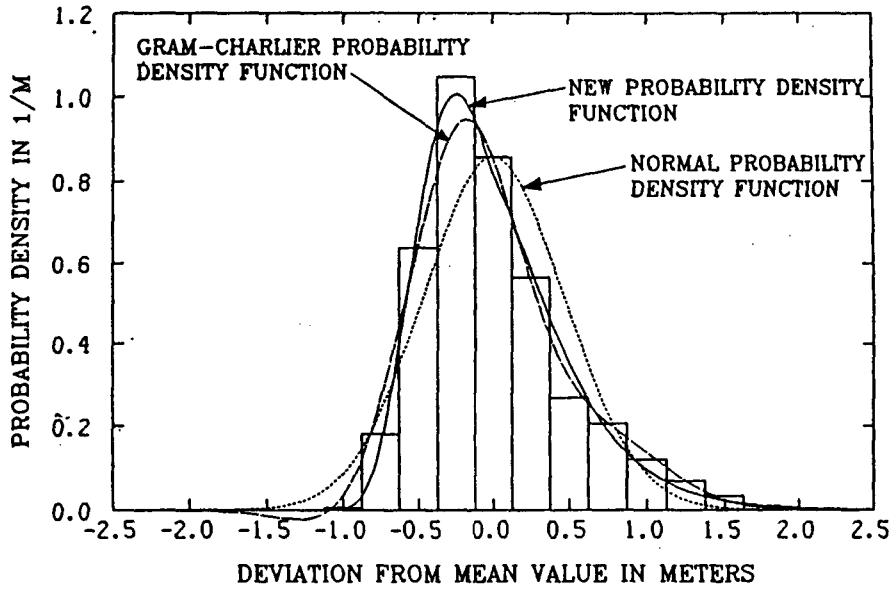


Fig.2 Comparison of newly developed probability density function, Gram-Charlier probability density function and histogram constructed from data where mean water depth is 2.1 meters.

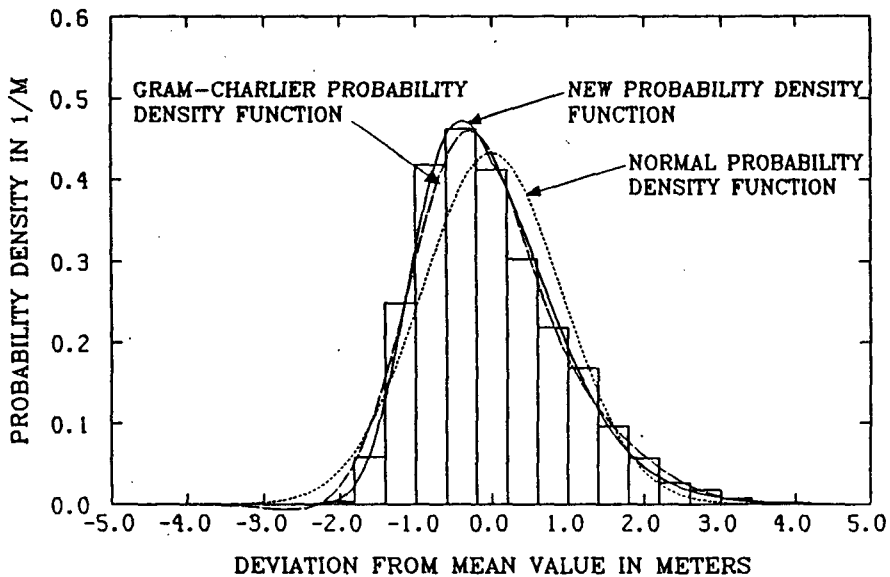


Fig.3 Comparison of newly developed probability density function, Gram-Charlier probability density function and histogram constructed from data where mean water depth is 10.1 meters.

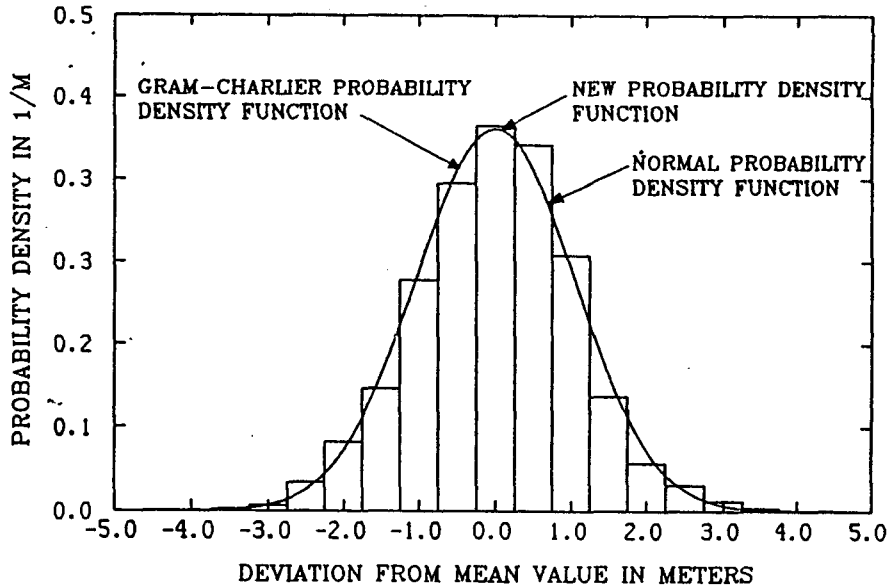


Fig.4 Comparison of newly developed probability density function, Gram-Charlier probability density function and histogram constructed from data where mean water depth is 21.4 meters.

参考文献

- Ahn, K. (1993). Nonlinear Analysis of Waves in Finite Water Depth, PhD dissertation, Coastal & Oceanographic Engineering Department, University of Florida.
- Ochi, M.K. and Ahn, K. (1994). Probability Distribution Applicable to Non-Gaussian Random Processes, Submitted to the Probabilistic Engineering Mechanics.
- Huang, N.E., Long, S.R., Tung, C.C., and Yuan, Y. (1983). A Non-Gaussian Statistical Model for Surface Elevation of Nonlinear Random Wave Fields, J. Geophysical Research, Vol. 88, No. C12, pp. 7597-7606.
- Langley, R.S. (1987). A Statistical Analysis of Nonlinear Random Waves, Ocean Engineering, Vol. 14, No 5, pp. 389-407.
- Tayfun, M.A. (1980). Narrow-Band Nonlinear Sea Waves, J. Geophysical Research, Vol. 85, No. C3, pp. 1548-1552.