잉냐토빅 증명 법칙

서울대학교 인문대학 철학과 이 건원

THE Ω-RULE in IGNJATOVIC

LEE GUNWON, Department of Philosophy College of Humanities Seoul National University

우리는 쉽고 누구나 사용할 수 있는 증명 방식으로 "어떠한 경우에나 참이기 때문에 모든 경우에 참"이라는 방식을 쓴다. 그러나 증명이 한정될 수 밖에 없었다는 것을 인정할 수 밖에 없어서, 이러한 오래 사용하여 오던 방법을 얼마 만큼 사용할 수 있는지를 연구할 수 밖에 없다. 이 증명 법칙 Ω은 유한 모형에서는 그대로 사용할 수 있기 때문에, 다른 일반적인 모형에 어떻게 확대 적용할 수 있느냐는 문제가 남는다. A. Ignjatovic은 Ω법칙이 한정된 추론 속의 더 일반적인 확대가 가능함을 말하고 있다. 이 글에서는 이 Ω법칙의 실제적인 유용성을 말하여 본다.

1. 서문: 우리가 사용하는 사고 방식 중에서 옳은 것을 옳은 것으로 추론하는 원칙들이나 그 기술을 연구하는 것이 원래의 논리학의 목표이었다고 한다. 그레서 논리학에서 사용되는 방식들은 옳은 것에서 시작한 것인지 그렇지 않은지는 논리의 범위 밖의 것으로 보고, 만약 그 전제들이 옳다면 여기에 제공되는 추리 방식이 그 결론도 옳다는 것을 보장하여 줄 뿐이라고 할 수 밖에 없다.

이러한 논리학의 선 이해 속에서 우리가 여기에서 말하고저 하는 것은 어떤 주어진 경우에 그 성질이 옳다면 모든 경우에 참이라는 추론을 확대하는 것이다. 이러한 방식은 어떤 하나의 직각 삼각형을 보고 직각이 아닌 남은 두각의 합도 직각이라는 것을 얻으면 모든 직각 삼각형에서 직각이 아닌 두 각의 합도 직각이라는 명제를 얻고 이것을 정리라고 하여서 다른 증명에 사용할 수 있다는 것이 원초적인 증명법칙 Ω이다.

이것은 겨울이면 춥고, 겨울이라면: 우리는 춥다는 것을 얻고, 그래서 이러한 형식 즉 모든 전건 긍정의 추론은 진리를 보존하는 추론이라는 것을 얻고, 이러한 전건 긍정의 추론 방식(Modus Ponens)이 앞으로의 증명에 사용될 수 있다는 것이 증명 방식 Ω의 명제 계산에서 사용되는 예라고 할 수 있다.

이러한 타당한 추론의 원리들 만을 모을 수 있고 이들이 우리가 사용할 수 있는 항진 명제의 집합이 될 수 있을 것이라는 생각은 당연하다고 할 수 있다.

Russell의 논리 체계(Logistics)는 이러한 항진 명제들의 집합이 수학 모두에서 적용될 수 있다는 것이고 그가 실제의 이러한 증명 방식이 완전하다는 믿음에 이른 것은 그의 방대한 저술이 완성된 후이였다. 그러나 다시 이 증명 방식이 검토된 것은 논리 체계로 결정할 수 없는 명제가 Russell의 체계 속에 있다는 Goedel의 불완전성 증명 이후라고 하여야 하겠다.

지금 여기서 다시 구체적으로 이 증명 방식 Ω의 확대가 이야기되는 것은 총체적인 수학 이론 속에서 완전하지 못하기 때문에, 얼마 만큼 사용할 수 있느냐는 논의이다.

Ignjatovic은 Peano의 산수(PA)와 원초적인 회귀 함수(PRA) 그리고 원초적인 회귀 산수의 전통적인 확대(QF-IA)의 경우들을 고려하여 이 문제를 논의하고 있다. 필자는 이 모든 산수 체계들을 모두 다 고려하지 못하고, 그 원초적인 철학 속의 논리의 기초적인 문제들을 고려하여 보고저 하고, 각자의 전공에 따라서 이 증명 법칙 Ω를 검토 응용하는데 한 계기가 되었으면 한다.

2. Ignjatovic의 형식: 지난 삼월의 "Hilbert's Program and the Ω-rule"에서 Ignjatovic은 다음과 같이 공식화하였다:

Rule ω^*: Whenever A(x) is a quantifier free formula for which the following can be finitistically shown: A(z) is a correct numeral formula for each particular z, then its universal genralization can be taken as a new premise in all further proofs. (4:324)

먼저 여기에서 양화사에 무관한 "quantifier free formula"를 특정하지 않는 일 예로 보고 이것은 "어떤"으로 말하여 졌다. "어떤"은 우리가 한 직각 삼각형을 말할 때, 그 직각 삼각형을 주어진 특성에 관계하지 않고, 단지 그 한 삼각형이 직각 삼각형이라는 '성질'만에 의존하여 직각이 아닌 두각의 합이 또한 직각이라는 것을 얻는 것을 말한다. 이것은 그 직각 삼각형이 관찰의 대상으로 하나이지만 그들의 성질들 속에 삼각형임과 직각 삼각형

임 만을 고정된 성질로 보고, 예로 그 직각 삼각형의 크기나 다른 두각이 배분된 각의 크기가 변할 수 있다는 것을 받아 들이지만, 그 다른 두각의 합이 직각이였기에 모든 직각 삼각형에 그러한 성질이 옳다는 결론을 얻는 것으로 말하여야 하겠다.

다음에 여기에서 말하여야 하는 것은 유한의 경우에서는 finistically 이것이 보여진다는 것이다. 이것이 아마도 이 증명 법칙 Ω의 가장 중요한 부분이라고 할 수 있을 것이다.

이것은 먼저 어떤 수 n에서 옳으면 모든 자연수 x에서도 참이라는 것으로 이 "모든"이 자연수 집합 NNO 속의 모든 수라고 받아 들이는 것이 통상이라고 하여야 하겠다.

다음은 이 유한을 귀납적 induction집합으로 받아 들여서 수학적 귀납법이 적용될 수 있는 것으로 보는 것이다. 만약 이 수학적인 귀납법을 완전히 자연수 집합 속에서만 적용되는 것으로 보면, 수학적인 귀납법이 적용되는 한도라는 것이 위의 모든 자연수에 해당하는 것으로 보는 것과 같아 진다. 여기에서 먼저 이 법칙이 정상적인 요소만을 받아 들이게 하기 위하여 "급진 조건radical condition"을 받아 들일 수 있다. 이 조건은 다음과 같이 말하여 질 수 있다.

@: 집합 A속의 운용의 모든 결과가 집합 A의 원소이다.

이 조건 @가 가장 원초적인 다음 수 Sx의 경우에 자연수 집합의 원소인 상수 constant만을 받아 들이고 무한수 infinite, NNO는 비정상 요소 nonstandard elements로 자연 수 집합 NNO속에 받아 들이지 않게 하여 정상적인 귀납적인 정의가 가능하게 된다. 이것은 다른 운용 +, x 등에 적용될 수 있게 한다. 이러한 조건에 따르는 논리를 정상적 일차 논리 "the standard first-order logic"라고 하고(4:325) 이것은 Tait Thesis로 유한 모형 속에서 위의 증명 법칙 ω*에 의하여 "모든" 수에 참이라는 것이 얻어 진다.

3. 역사적 고찰: 다음은 그 들의 공부한 곳이 다른 두 사람 G와 E의 논쟁을 상정하여 보고 이 문제의 역사적인 자취를 살펴 본다. G는 논리학 책을 보다가 다음과 같이 말한다.

G: "수학적인 귀납법이 무슨 증명이 되는가? 단지 어떤 것에나 참이면 모든 것에나 참일 뿐이지 않는가?" 여기에서 G는 저명한 철학자의 글을 읽어 주며, 그의 발언의 근거를 밝혀 주었다.

E: "수학적인 귀납법은 그 시작하는 수에서 참이고, 어떤 수에서 참이면 그 다음 수에서도 참이라는 것을 밝혀서 모든 수에서 참인 것을 말하는 것이다. 이러한 증명은 적어도 교육적으로 그러한 것을 분명히 하여 준다는 것을 인정하여야 하고 큰 성과를 얻는 것이다." E도 수학적 귀납법의 공식을 Peano의 공리에 쓰인데로 읽으면서 그의 발언을 다시 저명한 권위자의 권위에 의존하여 강조한다.

그래서 Ignjatovic의 Detlefsen의 인용처럼 이러한 보편적인 주장은 단지 이러한 각각의 특수한 경우에 실행될 수 있는 운용의 기술이나 사용 설명 "a description or manual of operations"일 뿐이지 않겠느냐는 것과 같은, 이러한 연구의 외부에서 본 비판적인 검토라고 할 수 있다. 그래서 Hilbert의 계획이 Goedel의 불완전성 증명에 의하여 실패한 것인지 여부를 이것이 전통적인 유한 증명론에 의존하는 것으로 말하고 있다. 이것은 van Heijenoort가 Frege에서 Goedel까지로 구분한 것을 달리 평가하는 것으로 말할 수 있을 것이다. 여기에서 Ignjatovic이 Detlefsen을 인용하면서 강조하는 것은 Goedel의 제2 불완전성 증명이 사용한 논리가 이른 T의 유한 증명론이 아니였다는 사실을 알아 보지 못하였기 때문에 Hilbert의 계획이 Goedel에 의하여 파괴 failure되었다고 보아 진다는 것이다. 그렇다면 Goedel의 제2 증명의 증명 자체의 재인 recognize을 요구하는 것은 곧 그 역사적인 증명에 대한 또 다른 해석을 요구하도 있는 것인지? (4:326: Claim 8) 더 나아가서 그는 증명 방식 Ω의 한 형태가 Z에, 그것이 Z의 일관성을 증명하는데 충분하기 때문에 "since it suffices to prove consistency of Z."(4:327) 공식화하지 않은 것을 보이려다가 실패하였다고 본다.

여기에서는 여러 다른 체계들을 모두 비교 검토하기 이전에 잘알려진 풀리지 않은 문제 중에 Goedel의 증명 이전에 있었고 그 증명 이후에도 변함이 없었던

$$y^n = v^n + w^n, \ n>2$$

의 경우를 고려하여 본다. 기호 논리학이 여기에 줄 수 있는 답은 이 문제에 답이 있을 것인가 아닌가에 대한 답이 우리가 기대할 수 있는 것일 뿐이고, 아직 답을 보지 못하였다. 논리적으로 풀리지 않은 문제와 결정 불가한 문제 Unentscheidungsproblem는 다르지만 인식론적인 가치가 그렇게 중요하게 여겨지지 않는 것은 불행하게도 어쩔 수 없는 것 같다.

1931년의 Goedel증명은 1878년의 Frege의 사용 가능한 항진 명제들의 모듬을 만들려는 시도에, 성급한 일반적인 결론을 거부하였다는 것으로 말할 수 밖에 없다.

그러나 그후 한정된 범위에서 유한 모형의 유용성이 입증되어 Goedel 증명 직후와는 달리 받아 들여지는 것은

어쩔 수 없으나, 이의 의의는 그대로 남아 있다고 하여야 하겠다.

4. 일반화: Ignjatovic은 (QF-IA)가 거의 유한한 방식으로 "almost finistically" 증명 가능한 체계 S의 부분 집합이 된다 "(QF-IA)⊆S"는 결과를 얻는다(4:330. Lemma 1). 그래서 그는 이 보증된 ω법칙에 의하여 유한하게 의미있는 공식에만 적용되는 원초적인 회귀 경우들 "those primitive recursive instances"만을 더하여 S^(i+1)에 의한 확장의 열을 얻을 수 있다고 한다. Ignjatovic은 다음의 열을 얻는다.

(QF-IA) ⊆ S
 : add S^(i+1)
 S^2
 : add S^(i+1)
 S^3
 ...

이러한 확장의 방식은 Goldfarb의 공증된 확장 witnessed extension과 같은 골격을 가진다는 것을 볼 수 있고(이 학회 지난 봄의 본인의 발표 참조), 이것이 요지음의 경향이라고 하여도 좋지 않을까 생각한다.

여기에서의 문제는 Goldfarb의 Goedel의 집합 M에서 M', M''으로의 확장하는 방식과 함께 이러한 확장이 어느 정도의 확장이 될 것인가? Ignjatovic은 이러한 확장이 부분 이론 subtheory이라는 것은 얻으나, 다시 여기에서 "모든"이 더 하여 질 수 있는가?

Ignjatovic은 이러한 강한 증명 방법으로의 ω-법칙의 첨가는 이론의 일관성 증명을 더 강력하게 하지만 더 빨리 유한한 기저를 잃는다고 그의 글을 맺는다.

"From what we have seen it seems that by adding stronger forms of ω-rule as above, we might in fact lose finistic grounds faster than we gain power in proving consistency of theories."(4:342)

5. 결어: 지금까지의 Ignjatovic의 글에 나타난 논점들은 철학자의 수학 발전에 대한 평가라고 보여 지고 필자가 쉽게 언급하기에는 벅찬 부분이 많고, 다시 여러 사람의 의견들을 반복하는 수 밖에 없다. 그는 어떤 특정의 체계를 말하기 보다는 더 강한 ω-법칙의 형태(들)이라고 하고 있으며, 여기서는 그 형태들이 모두 열거되고 검토되기 이전에는 말할 수 없는 제약을 벗어날 수 가 없게 된다. 단지 몇개의 쉽게 우리 주변에서 논의되는 것과의 비교를 더함으로써 이 글의 실용성을 반성하여 볼 수 있을 것 같다.

Russell의 평가로의 Goedel의 경우를 본다.

I.3. x2(0).x1Π(x2(x1) ⊃ x2(fx1)) ⊃ x1Π(x2(x1)). (2:177)

이 공리는 Peano산수의 공리를 Russell의 유형론Type theory을 도입하여 Goedel의 공리로 형식화되었다. 이것이 그의 원초적인 회귀 함수(PR functions)가 원초적인 회귀 산수에 사용될 수 있는 유한적인 기반 finistic grounds를 마련하여 주었다고 할 수 있다. 그리하여 그는 그의 회귀 함수 속에 "x는 y의 증명이다"를 얻는다.

45. xBy ≡ Bw(x) &[l(x)]Gl x=y.

x ist ein Beweis fuer die Formel y.(2:186)

즉 위의 두 자리 관계가 원초적인 회귀 함수로 정의되었다. 여기서 다시 원초적인 물음으로 돌아가서, 회귀 함수로 정의하는 것은 실제로 어떠한 것을 얻는가하는 것일 것이다.

이것은 Goedel의 Ω법칙의 공리인 위의 I.3공리가 사용될 수 있도록 한다고 볼 수 밖에 없다. 다시 어떤 경우에도 그러하기 때문에 모든 경우에 그러하다고 할 수 있게 한 것이라고 할 수 있다. 그러나 위의 명제 45의 두 자리 관계가 한 변항을 제거하고 한 자리 술어로 된 다음에, 다음의 명제가 결정 불가능하다는 것이 그의 불완전성 증명이다.

46. Bew(x) ≡ (Ey)yBx

x ist eine beweisbare Formel.

이 술어 즉 "증명 가능한 공식이다" 또는 "증명가능하다"는 술어가 결정가능한 또는 "효율적인 결정가능한 수순이 있다 There is an effective procedure for.."는 것을 얻고져 하였던 것이 논리학의 원래의 추구하는 목표이였다고 하겠다. 이러한 추구가 고대의 유크리드기하학에서는 거의 의문의 여지가 없었다고 보고, 지금까지 말한 증명 법칙 Ω로 사용되었다고 할 수 있을 것이다. Aristotle의 삼단 논법도 일상의 논증에서 증명 가능하다는 술어가 결정 가능함을 보이려고 한 것으로 말할 수 있다.

그래서 Frege가 철저히 수학 일반에서 사용할 수 있는 증명 가능한 명제들의 집합을 얻으려고 한 시도가 1878년에 시작되어 1931년에 이러한 '평가'가 나온 것으로 볼 수도 있을 것이다.

그러나 여기에서 다시 Ignjatovic이 고찰하고져 하는 것은 상수에서의 Goedel의 원초적인 회귀 함수의 수순 algorithm을 일관성을 보증하는warranted 증명 법칙 Ω에 의하여 다시 재정리하는 것으로 말할 수 있다. 여기에서 Goldfarb와 공통되는 것은 일관성이 보장된 체계로 부터,

그 일관성을 '유지시키는 확장'이라고 표현 할 수 있겠다. 이것의 근본적인 모습은 최근의 Quine의 표현으로 "항진 명제를 수집한다 Pick tautologies"로 나는 요약할 수 있다고 본다.

그러나 남는 문제는 정상 분석에서 유한의 방법으로 보장되는 증명 법칙 Ω가 비정상적인 요소nonstandard elements를 분석하는 데에도 적용할 수 있겠느냐는 것으로 집약될 수 밖에 없겠다. 이 강한 형태의 증명 법칙 Ω (들) 중의 어느 것이 참으로 "모든" 항진 명제들을 뽑고, 그 나머지는 모두 항진이 아니라면, 목적은 달성될 것이다. 그러나 아직 거기에 이르지 못한 것은 어쩔 수 없는 것 같다. 그렇지 못한 이유 중에 먼저의 Fermat의 마지막 정리와, Hjorth가 든 문제로 "실수는 참으로 숨어 있는가?"같은 문제이다. 그래서 강한 증명 법칙 Ω가 모든 집합을 완전히 순서지워서 Peano산수의 확대가 가능하더라도 숨어 있는 실수가 없다고 하지 못한다면, 그 확장이 모든 항진 명제를 수집할 수 있다고 할 수 있겠는가?

이러한 문제에 대한 성급한 답은 그렇게 유용하다고 믿어지지는 않는다. 우선 우리는 우리의 필요에 따른 논리 체계를 필요한 만큼 확장하여 갈 수 밖에 없는 것 같다. 그것이 모든 것에 일율적으로 적용되지 못한다는 아쉬움을 어쩔 수 없는 체로.

실제로 최근의 문헌에 나타난 경향을 간편한 모형의 정의와 질서order에 대한 연구로 구분하여 비교하여 볼 수 있다.

V.I. Duret의 정의 가능성: 현대 논리학에서 Padao, A.의 전통을 따른 정의 가능성definability에 대한 연구가 불란서의 Duret에서는 간편한 모형handy model의 정의로 나타나고 있다. Goldfarb의 결정 가능한 Goedel집합 M이나, Ignjatovic의 유한 증명이 증명 법칙 Ω에 의하여 보장되는 체계 S등이 간편한 모형이라고 표현될 수 있을 것이다. Enderton의 표현으로 이들을 기초 구조basic structure라고 하여야 하겠다. 이 기본 구조는 원초적인 Goedel의 회귀 함수recursive functions에 의하여 분명히 확보되는 모형이고 그 일관성이 제일차 술어 논리 속에 공리 체계로 얻어지는 것으로 보아야 한다.

Enderton등이 받아 들이는 Loewenheim-Skolem정리는 그 상위의 구조들에 이 기초 구조가 있다는 것이다.

LS TH. For any many-sorted structure (for a countable language) there is an elementary countable structure. (Enderton 281).

Ignjatovic의 결론처럼, 그 모형의 증명 법칙 Ω의 강력한 사용으로 확대되면 더 빨리 이 기본 구조의 유한 증명이 상실되게 된다는 것이라고 말하여도 좋지 않을까 생각한다. 그래서 우리가 여기서 공통적으로 얻을 수 있는 것은 이 기본 모형의 중요성이고 Duret등의 이 기본의 간편한 모형의 정의는 가장 유용하고 건전한 접근 방법이라고 생각한다.

특히 철학 속의 논리학은 제일 술어 논리 속의 제1차 술어 논리 계산만으로 충분하다기 보다는 만족하는 것이 옳다고 본다. 특히 상응론적인 진리관에 입각한 상위 논리나 상위 구조가 허구적이라는 평가들은 기본 구조를 파괴하는 확대가 자주 나타나기 때문이라고 할 수 있을 것이다.

그래서 Duret의 간편한 모형의 정의 방식은 Descartes의 기본정신으로 명석 분명clear and distinct의 정신으로 볼 때도 좋고 또 그들이 간편하고 유용하다고 하여야 하겠다.

V.II. Hjorth의 질서: Peirce, C.S.는 이 여러 명석 분명한 논리적인 추구의 어느 정도 철학적이라고 할 수 밖에 없는 근거를 이 세계의 유일성과 그에 따른 객관적인 진리의 존재를 받아 들이고 있다. 이러한 미국의 전통에 따라서 질서의 절대성absoluteness of order이 연구되고 있다. 지난 가을의 Hjorth의 극소 등치thin equivalence에 의한 질서는 그의 연구가 Silver와 Burgess의 결과를 발전시겼다고 하였다. 면밀히 그의 연구의 결과를 살피기에는 어려운 점이 필자에게는 있으나, 표면에 나타난 그의 글의 표현에 의하면, 그의 질서에 대한 가정이 절대적이라고 하는 것은 Kant처럼 우리의 지각의 형식인 것은 사실이지만 그 형식이 형이상학적인 주관 측의 형식form이 아니고, 예정 조화된 질서pre-well-ordering이다. 이 예정 조화된 질서는 Cohen, Paul의 강력한 질서forcing order에 의하여 그 가정이 발전되었으며 이 질서의 실제의 실용에서의 문제에 극소 등치의 방식을 도입하였다. 이 극소 등치의 방식은 순수한 논리적인 측면에서 등가집합의 정의가 실현될 수 없다는 것을 극복하고 있다.

여기서 우리가 볼 수 있는 것은 이러한 Hjorth의 연구는 Ignjatovic의 강한 증명 방식 Ω의 확장을 정당화하여 주고 있다고 할 수 있겠다.

지금까지의 최근의 연구들의 철학에 관계되는 일면을 보고, 적어도 잠정적으로 언급할 수 있는 것은 다음과 같다고 본다.

V.III. *제일 술어 논리속의 제한된 제일차 술어 계산의 완전성은 얻어 질 수 있다. 그리고 이러한 모형을 우리가 기본 모형이라고 할 수 있고, 철학 속의 일반적인 논리는 이러한 논리에 만족하는 것이 좋다.

상위의 논리는 그 전공 분야에 따라서 발전될 수 있으나, 그 강한 증명 방식 Ω의 사용이 이러한 기본 모형을

쉽게 상실한다는 것이 Ignjatovic의 결론으로 볼 수 있겠다.

*예정 조화된 질서pre-well-orderings는 절대적이다. 여러 측정의 대상에 따라서 그리고 그 측정의 실용성에 따라서, 우리는 다른 측정의 단위를 택한다. 그 택하여 진 측정의 단위는 그 유용성에 따라서 정하여 진 것이고, 이 유용성이 선행하기 때문에 그 이하의 단위들이 극소 등가 집합으로 정의되어 처리된다. 최근 불란서의 Delon의 글은 이렇게 처리된 모형과 실제의 수치가 함께 쓰인 체계는 그 체계 속의 수치와 그 실제의 수치의 쌍 Henselian Pairs이 결정 불가한 체계가 되게 한다는 결과를 보여 주었다.

이러한 실용에서의 애매성이 있음을 인정하더라도, 그 예정 조화된 질서의 가정의 절대성을 받아 들이는 것이 Hjorth의 극소 등치에 대한 연구라고 할 수 밖에 없다.

*공증된 확장은 그 술어가 유한한 방식으로 결정가능함이 밝혀진 후에 그 결정 가능한 모형 속에 포함시키는 것이고, 이것이 실제의 Ignjatovic, Goldfarb의 글의 결과라고 말할 수 있겠다. 그 확장은 그들 각자의 필요에 따른 확장일 수 밖에 없을 것이다. Goldfarb의 공증된 확장은 그 확장이 유한 모형의 기반을 잃지 않도록 할 수 있는지는 구체적인 실예를 보기 이전에는 일반적인 언급은 성급하다고 하여야 하겠다.

*구체적인 결정 불가한 명제가 증명 법칙 Ω의 확대에 완전성을 얻지 못하게 하는 이유는 구문의 수화에서 그 정역과 치역이 서로 분리될 수 없는 한은 유전적으로 결정 불가하다hereditarily undecidable. McKenzie, R.N.의 이 결과는 그래서 그것이 수학의 본질로 보게 하였다고 할 수 있다. 그리고 이러한 연구 결과는 필요에 따라서 구문의 수화같은 함수를 사용하고저 할 때는 그 정역과 치역을 구분할 수 있는 환경 설정이 먼저 있어야만 가능하다는 것을 받아 들여야 한다. 그러한 환경 설정을 국한된 상황내에서의 한 기호 체계의 다른 기호 체계로의 번역 같은 모습에서만 가능하다고 말하여야 하겠다.

이 경우의 수의 사용은 Cheng, C.Y.에서 처럼 판단적인 사용predicative use과 지칭적 사용Referential use을 구분하여야 한다고 본다. 이러한 숫자number words의 분석은 벌써 언어학적인 영역에 들어 간 것이고 그래서 언어분석을 포함할 수 밖에 없다.

*예정 조화된 질서pre-well-order의 언어 분석은, 우리가 모두 다 알지 못하는 것을 말하는 것으로 볼 수 있다(본인의 제 6차 아시아 논리학회 제출 논문 참조). 이것은 우리가 관찰할 수 있는 달력같은 것을 우리는 말로 표현된 연속이라고 한다면, 절대적인 시간의 예정 조화된 연속은 이러한 관찰된 시간의 변천을 통하여 기술하는 형태라고 할 수 있을 것이다. 그렇다면 예정 조화된 질서로의 순수 지속continuum을 관찰된 달력으로 고정 기술하는 것으로 볼 수 있다. 우리가 사용하는 달력들의 언어 표현들이 지칭적인 사용이 많으며, 실제로 양력과 음력이 다르고, 서력 기원이나, 일본의 대정, 소화, 평성같은 왕조의 년대까지 매우 다양하다. Timaeus에서 이 시간의 근거를 태양으로 보아서, 달력의 시간 조정을 하여 객관성을 유지하는 현실 이전에 그 시간의 순수 지속을 지칭하는 것은 Hjorth에서 처럼, 이러한 고정 기술의 한 형태라고 하여야 하겠다.

a. 밤과 낮의 교차는 한 연속되는 시간을 나타내어 준다.

b. 달의 차고 지는 것도 한 연속하는 시간을 나타내어 준다.

C. a, b등의 공통되는 구조로의 시작도 없고 끝도 없는 시간의 연속을 얻는다.

Hjorth의 질서는 a, b의 공통되는 구조에서 절대성을 얻었다. 나는 이러한 절대적인 지속의 지칭이 모두 말할 수 없는 것을 지칭하는 고정 기술의 한 응용이라고 말할 수 있다고 본다.

그래서 끝으로 증명 법칙 Ω은 어떤 주어진 경우에 얻어진 성질이던, 같은 하나의 성질을 나타내어 줄 때, 그 보편적인 일반 법칙 자체가 나타나지 않아도 "성공적으로 지칭successful referrings"되었다고 할 수 있다고 말하는 것은 고정 기술defintie descriptions로 말하는 증명 법칙 Ω이라고 할 수 있겠다.

참고 문헌

(1) Goldfarb, Warren; "Random Models and Solvable Skolem Classes" jsl 58-3, September 1993 pp. 908-914
(2) Goedel, Kurt; "Ueber Formel unentscheidbare Saetze und verwandtere Systeme I" mpp 38, 1931 Wien, pp.173-198
(3) Hjorth, Greg; "Thin Equivalence and Effective Decomposition" jsl 58-4, December 1993 pp. 1153-1164
(4) Ignjatovic, Aleksandar; "Hilbert's Program and the OMEGA-rule" jsl 59-1, March 1994 pp. 322-343

1994년 한글날
이화동에서
이 건원