필렛 용접에서의 온도 분포 모델의 구성

Transient Temperature Distribution in Fillet Joint Arc Welding

정선국*, 조형석**
* 거제전문대학 기계과
** 한국과학기술원 정밀공학과

1. 서론

아크용접은 조선과 중공업분야에서는 많이 사용되는 공정이다. 그러나 아크의 강한 열과 빛 그리고 유해가스의 다량 방출 등으로 인하여 작업조건이 열악하고 또한 고도의 숙련이 요구되어지므로 많은 사람들이 기피하고있다. 그러므로 열악한 환경의 개선과 품질의 안정화를 위하여 용접자동화가 요구되어왔다. 자동화를 위해서는 공정의 이해가 필요하다. 용접후 비드의 단면형상은 품질을 대변하는 좋은자료가된다. 그러나 용접 과정의 복잡한 현상 때문에 모델의 구성이 매우 어렵고 또한 수치해석은 지나친 계산시간이 요구되므로 공정의 모델로 이용하기는 어렵다. 이에따라 용접후 비드단면을 예측할수있는 해석해를 구할수있으면 유용할것이다. 그리하여 Rosenthal[1]은 준정적상태에서 점,선,면상 열원에 대하여 열전도 방정식을 풀어 용융지 형상에 용접변수들이 영향을 미치는 정도를 정성적으로 파악할수있었다. 그 이후 분포열원을 도입하였고, 상변태를 고려하였으며, 용융지 내에서 용융금속의 유동을 고려하였다. 그러나 이 내용들은 모두 준정적상태라는 가정을 벗어나지 못하였다. 그리하여 Eager[2]는 이동하는 정규분포 열원하에서 반무한두께의 무한평판에서 과도상태의 온도분포를 예측하는 식을 유도 하였으나 반무한두께라는 가정때문에 오차가 크고 특히 이면비드측은 예측이 불가능하였다. 그리하여 Boo[3]는 3차원 열전도방정식에 표면에서의 대류경계조건을 적용하여 유한두께의 무한평판에서 이동하는 분포열원하의 온도분포를 정확히 예측할수있는 해석해를 구하였다. 그러나 이상의 모든내용은 평판위에서의 비드용접에 관한 것이다. 실제 산업의 응용면에서 보면 비드용접은 매우 제한적이다. 용접을 많이 사용하는조선공업의 경우 전체 용접중 83%를 필렛용접으로 하고있다. 그러므로 필렛용접공정에서 용접후 비드형상을 예측할수있는 해석해를 구하는것이 필요하다, 그러나 필렛이음부는 평판에 비하여 형상이 복잡하고 아크의 분포도 단순하지않아 그동안 전혀 연구가 되어 오지않았었다. 본 논문에서는 필렛이음부의 아크분포를 이변량정규분포로 가정하였다. 그리고 이러한 분포열원이 이동하는경우 유한두께의 무한평판에서의 온도분포를 구할수있는 해석해를 유도하였다. 그리고 무한평판과 필렛이음사이의 사상함수를 구하였다. 이 사상함수를 이용하여 평판에서 구해진 온도분포를 필렛이음으로 사상 시킴으로써 이변량정규분포를 지닌 이동하는 열원하에서 유한두께의 필렛이음부의 온도분포를 예측할수있게되었다. 이 해석해의 검증을위하여 시뮬레이션을 하였으며. 그 결과 실제 용접과 동일한 경향을 보여주고있다.

2. 필렛 이음부의 과도 상태에서의 온도 분포

2.1 지배 방정식 과 경계조건

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)T \quad (1),$$

모재에 열이 가하여졌을때 열 전도 방정식(1)을 만족 시켜야한다. T는 온도이고 ρ, c, k는 온도 T에서 모재의밀도, 비열, 열전도율이며

t는 시간이다. 모재와 토치에 대한 좌표계는 그림1과 같다. X,Y,Z는 모재 표면상의 고정 좌표계이고, x,y,z는 아크중심 $(X_a,Y_a,0)$에 원점을 둔 이동좌표계이다. 모재표면에서는 다음과 같은 경계 조건이 성립한다.여기서 h_1, h_2는 각각 모재표면에서의 유효대류계수이다.

$$-k\frac{\partial T(X,Y,0)}{\partial Z}+h_1(T(X,Y,0)-T_0)=0, \quad (2) \qquad k\frac{\partial T(X,Y,H)}{\partial Z}+h_2(T(X,Y,H)-T_0)=0 \quad (3)$$

$$k\frac{\partial T(X,0,Z)}{\partial Y}+h_1(T(X,0,Z)-T_0)=0, \quad (4) \qquad -k\frac{\partial T(X,h,Z)}{\partial Y}+h_2(T(X,h,Z)-T_0)=0 \quad (5)$$

T_0는 상온이며, 또한 모재상에서 열원으로부터 무한히 먼곳의 온도와 초기조건은

$$\lim_{r\to\infty} T(X,Y,Z,t) = T_0, \quad (6) \qquad\qquad T(X,Y,Z,0) = T_0 \quad (7) \text{ 가 된다.}$$

윗식을 만족시키는 해를 구하면 필렛용접에서 온도분포의 해석적인 모델이 될수있다. 그러나 필렛이음부는 해석해를 구하기에는 형상이 복잡하여 그림2와 같이 다소 간단한 평판에서 해를 구한다음 그 결과를 필렛이음으로 사상시켜 필렛이음에서의 온도분포를 구하고자한다, 그리고 아크에의해 발생되는 열의 분포는 그림3과 같은 이변량정규분포로 가정하였다.

2.2 유한 두께의 무한 평판에서의 온도분포

평판에서의 좌표계는 그림2와 같으며 여기서 U,V,W와 u,v,w는 그림1에서와 동일 개념이다. 필렛이음에서 지배방정식을 평판에서의 식 으로 바꾸면 다소 간단한 형태가 된다.

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\alpha\left(\frac{\partial^2}{\partial u^2}+\frac{\partial^2}{\partial v^2}+\frac{\partial^2}{\partial w^2}\right)T, \quad (8) \qquad -k\frac{\partial T(U,V,0)}{\partial W}+h_1(T(U,V,0)-T_0)=0, \quad (9)$$

$$k\frac{\partial T(U,V,d)}{\partial W}+h_2(T(U,V,d)-T_0)=0, \quad (10) \qquad \lim_{r\to\infty} T(U,V,W,t) = T_0, \qquad (11)$$

$T(U,V,W,0) = T_0$ (12) 가된다. 이 해를 구함에있어 강도가 q_i인 점열원이 시간 t_1일 때 모재상의 $(U',V',0)$에 순간적으로 가해진경우의 온도분포를 구한다. 구해진 순간점열원에 의한 온도분포식을 점열원의 크기 $q_i=Q(u,v)$로두고 열원의 중심은 $(0,0,0)$에 있는 상태에서 분포열원의 전영역에 대하여 적분하면 중심이 원점에있는 순간분포열원에의한 온도분포를 구한다. 이 식을 열원의중심이 $(U_a,V_a,0)$위치에있는 경우로 확장하고. 이식을 시간 t에 대하여 적분시켜 이동하는 분포열원에 의한 시간 t에서의 온도분포를 구하면 다음과 같다.

$$T(u,v,w,t) - T_0 = \int_0^t \frac{q(t_1)}{\pi\rho c d} \cdot \frac{\sigma^2}{\sqrt{\sigma^4+2\alpha(t-t_1)\sigma_v^2}\cdot\sqrt{\sigma^4+2\alpha(t-t_1)\sigma_u^2}}$$

$$\cdot \exp\left[-\frac{(\sigma_v^2+2\alpha(t-t_1))[u+U_a(t)-U_a(t_1)]^2+(\sigma_u^2+2\alpha(t-t_1))[V+V_a(t)-V_a(t_1)]^2}{2(\sigma_u^2+2\alpha(t-t_1))\cdot(\sigma_v^2+2\alpha(t-t_1))}\right]$$

$$\cdot \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(-\mu_n^2(t-t_1)) \cdot \left(\cos\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{\alpha}}w\right)+\frac{\beta_1\sqrt{\alpha}}{\mu_n}\sin\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{\alpha}}w\right)\right) dt_1 \qquad (13)$$

윗 식에서 아크의 열분포는 다음과같이 이변량정규분포로 가정하였다. 이변량 정규분포 는 그림3과 같으며, 이때 σ는 분포정수이며 길이의 차원을 지닌다. 그리고 $q(t)$는 시간 t에서 용접시 가해진 총입열량으로 $q(t) = \eta V I(t)$ 이며 η는 아크효율이다.

$\sigma^2 = \sigma_u \times \sigma_v$ 로 두면, $Q(u,v,t) = \frac{q(t)}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\sigma_v^2 u^2 + \sigma_u^2 v^2}{2\sigma^4}\right)$ (14)

2.3 평판 과 필렛 이음 사이의 사상함수

식(13)은 평판에 이동하는 이변량정규분포 열원이 가해진 경우 시간 t에서의 온도분포를 보여주고있다. 그러나 구하고자 하는 대상은 필렛이음 에서의 온도분포를 구하는것이다. 그러므로 식(13)에서 구한 $T(u,v,w,t)$값을 $T(x,y,z,t)$로 사상을 시킨다. 사상함수를 구하기위하여 그림4와 같이 세개의 복소평면을 도입한다. 구해진 사상함수는 아래와 같다.

$R = e^{\frac{\pi}{d}W}$, (15) $Z = -\frac{2C}{\sqrt{a}} \sin^{-1}\left(\frac{a(R-1)}{R(a+1)}\right)^{\frac{1}{2}} + C \ln \frac{\sqrt{R+a} + \sqrt{R-1}}{\sqrt{R+a} - \sqrt{R-1}}$ (16)

윗 식에서 상수 $C=H/\pi$, $a=(H/h)^2$ 이다. 그러므로 식(15)를 식(16)에 대입시키면 R은 소거되고 W와 Z사이의 사상함수가 구해진다. 그림5는 이 사상함수를 이용하여 v-w평면을 y-z평면에 사상시켰다. 그림5에서 두 평면간에 일대일로 잘 사상되고있음을 볼수있다.

2.4 분포 열원의 사상

이변량정규분포 열원은 총입열량 $q(t)$, 분포정수 σ_x, σ_y를 알면 그 형태가 정해진다. 그런데 우선 무한평판에서의 온도분포를 구하기위해서는 x,y,z 좌표상에서 총입열량 $q(t)$, 분포정수 σ_x, σ_y인 분포열원이 u,v,w 좌표계에서는 어떤형태가 되는지알아야한다. $\sigma_x = \sigma_u$이고, $q_v(t), \sigma_v$만 구하면된다. 그림6은 $x=0$, $u=0$일때 분포열원의 반단면을 보여주고있다. d1에서 $y=\sigma_y$일때의 Q를 구하고 이 Q와 동일한 값을 갖는 v를 d2에서 구한다. v값을 σ_v로 하여 얻어진 정규분포가 d3이다. d3에 d1과 d3의 원점에서의 최대강도비를 곱하여 얻어진 분포가 d4이다. d4는 d2와 매우 유사하여 u,v,w좌표계에서의 분포 열원으로 가정한다.

3. 시뮬레이션 결과

그림7은 계산결과의 한예로써 열입력이 4000W, 토치 이송속도가 5mm/s, 일때 용접 시작점에서 30mm 떨어진 단면의 온도 분포를 보여주고있다. 이때 시간은 8초이었다.

4. 결론

시뮬레이션 결과 실제 용접과 같은 경향을 보여주고있으며, 계산이 단순하므로 제어 시스템의 모델로 이용이 가능하다.

5. 참고문헌

1. Daniel Rosenthal, : "Mathematical Theory of Heat Distribution during Welding and Cutting", Welding Research Supplement, MAY 1941, pp. 220-234

2. T. W. Eager, and N. S. Tsai : "Temperature Fields Produced by Traveling Distributed Heat Sources", Welding Research Supplement, DEC 1983, pp. 346-355
3. K. S. Boo,: "Transient Temperature Distribution in Arc Welding of Finite Thickness Plates", IMechE J. of Eng. Manufacture, Vol 204, 1990, pp. 175- 183

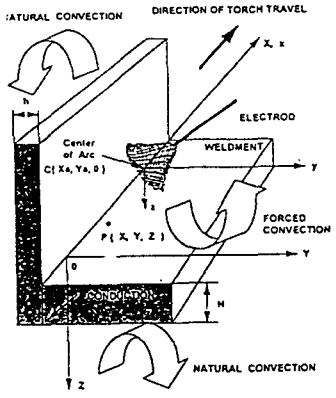

Fig. 1 Coordinate of Weldment for Analysis

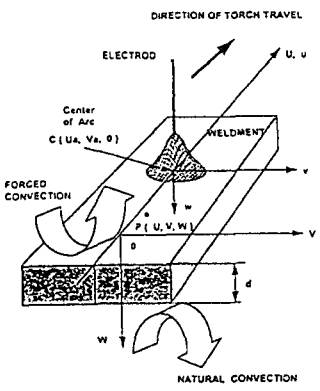

Fig. 2 Mapped Coordinates

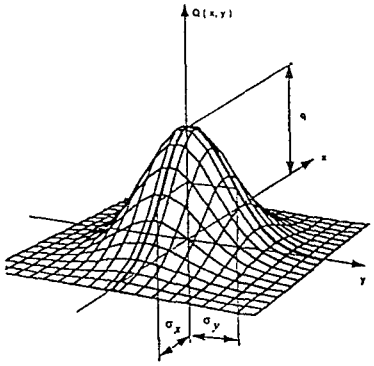

Fig. 3 Bivariate Gaussian Distribution

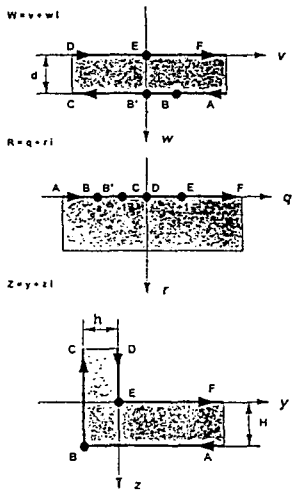

Fig. 4 Complex Planes for Mapping

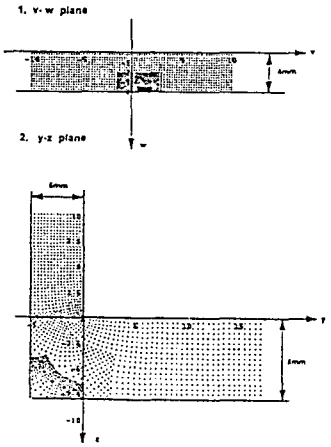

Fig. 5 Result of Mapping

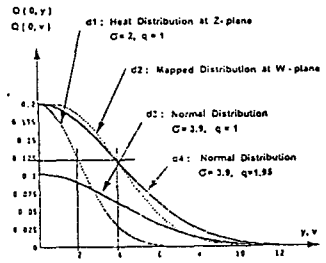

Fig. 6 Mapping Heat Distribution

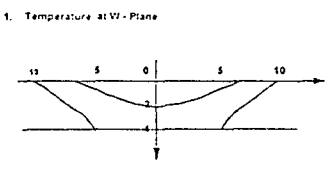
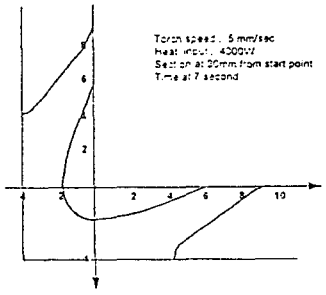
Fig. 7 Calculation Result