

콘크리트의 부등건조수축으로 인한 응력의 해석 Stress Analysis for Differential Drying Shrinkage of Concrete

김진근* 김효범**
Kim, Jin-Keun Kim, Hyo-Bum

Abstract

The drying shrinkage of concrete has a close relation to the water movement. Since the diffusion process of water in concrete is strongly dependent on the temperature and pore humidity, the process is highly nonlinear phenomena. It is shown that the analytical results of this study are in good agreement with experimental data in the literatures, and results calculated by BP-KX model. The internal stress caused by moisture distribution which was resulted from the diffusion process, was calculated quantitatively. The tensile stress which occurred in the drying outer zone mostly exceeded the tensile strength of concrete, and necessarily would result in crack formation.

1. 서 론

수경성 재료인 콘크리트는 외부와의 습도차이로 인해 수분의 손실이 발생되며 건조수축을 일으키는 직접적인 원인이 된다. 콘크리트내의 수분분포는 시간과 위치에 따라 일정하지 않기 때문에 부등건조수축을 유발한다. 특히 건조 초기에 콘크리트 표면에서의 급격한 수분손실로 인해 표면균열이 발생하는 경우가 빈번하며, 콘크리트 구조물의 표면균열은 구조물의 안정성, 내구성 및 방수성 등에 영향을 크게 미치므로 이에 대한 연구의 필요성이 날로 증가되고 있다.

콘크리트내의 투수성에 관한 연구는 Nyame⁽¹⁾, Hughes⁽²⁾, Vuorinen⁽³⁾ 등에 의하여 수행된 바 있으며, 시간에 따른 수분분포는 Bazant⁽⁴⁾, Mihashi⁽⁵⁾ 등에 의하여 연구가 진행되어 왔다. 콘크리트내의 수분이동은 습도와 온도에 따라서 비선형 거동을 보이기 때문에 간단히 해결하기는 힘들지만 컴퓨터의 보급이 확산됨에 따라 부등건조수축의 해석이 가능하게 되었다.

이 연구에서는 시간에 따른 콘크리트내의 수분분포를 파악하는 프로그램을 개발하고 이를 이용하여 크리이프를 고려한 부등건조수축 및 이로인한 부등응력을 구하는 유한요소해석기법을 개발하였으며, 실험치 등과 비교 검토하여 그 타당성을 보였다.

2. 재료의 모델링

2.1 수분이동에 관한 모델링

2.1.1 확산방정식

연속방정식과 수분의 확산유속 J 는 식 (1)⁽⁷⁾과 같이 표현될 수 있다.

* 정회원, 한국과학기술원 토목공학과 부교수

** 정회원, 금호건설 기술연구소 연구원

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \operatorname{div} J, \quad J = - k \operatorname{grad} h \quad (1)$$

여기서, w : 비함수량(specific water content) t : 시간
 k : 투수계수 h : 습도

건조시 비함수량과 상대습도와의 관계를 $w=g(h)$ 라 한다면 시간에 따른 습도의 분포는 식 (2)와 같이 표현된다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = c \frac{\partial w}{\partial t} \quad (2)$$

여기서, c 는 $g'(h)$ 의 역수이다.

식 (1)과 (2)에서 w 와 J 를 소거하면 식 (3)과 같은 확산방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = c \operatorname{div} (k \operatorname{grad} h) = \operatorname{div} (D \operatorname{grad} h) \quad (3)$$

여기서 D 를 확산계수라 하며 그 값은 $c \cdot k$ 이다.

2.1.2 확산계수

확산계수 D 는 습도와 온도등의 함수이며, 따라서 이들의 변화로 인해 상당한 영향을 받는다. 같은 온도하에서 함유습도가 90%에서 60%로 변화할 때 확산계수는 약 0.05배로 감소한다. 그리고, 동일한 상대습도하에서 온도를 100°C 이상 상승시키면 투수성이 급격히 증가한다. 이와 같은 확산계수는 온도와 상대습도의 함수로서 식 (4)와 같이 표현될 수 있다⁽⁵⁾⁽⁷⁾.

$$D(T, h) = D_1 \cdot f_1(h) \cdot f_2(T) \cdot f_3(T) \quad (4)$$

여기서, D_1 는 기준온도($T=293^\circ\text{K}$)와 포화상태($h=1$)에서의 확산계수이고 T 는 절대온도이다. 위의 함수들은 각각 다음과 같다.

$$f_1(h) = a + (1-a) \left[1 + \left(\frac{1-h}{1-h_c} \right)^n \right]^{-1} \quad (4a)$$

$$f_2(T) = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{N_1} \exp \left\{ \frac{U}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right\} \quad (4b)$$

$$f_3(T) = \exp \left\{ \left(\frac{T-273}{90} \right)^{N_2} \right\} \quad (4c)$$

여기서 U 는 활성화 에너지, R 은 기체상수이고 a, h_c, n, N_1, N_2 는 콘크리트의 배합과 양생조건에 따라 변화하는 재료정수이다.

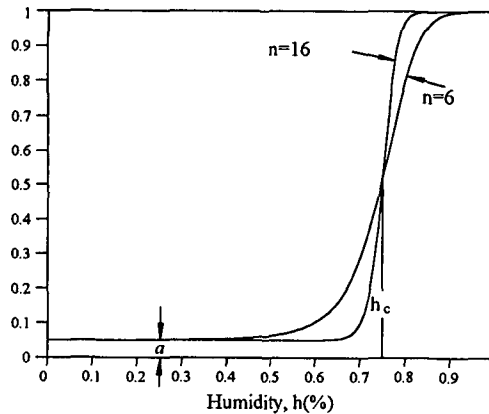


Fig. 1 Correlation between pore humidity and diffusivity coefficient

2.1.3 경계조건

공시체 표면에서의 수분에 관한 경계조건을 설명하기 위해서는 콘크리트 표면의 습도와 외기의

습도 사이에 관계를 맺어주어야 한다. Bazant 등은 표면에서의 수분 발산율은 Gibb's free energy의 차에 비례한다고 설명하고 있다⁽⁴⁾⁽⁵⁾. 공시체 표면과 외부와의 온도차를 무시하면 Gibb's free energy의 차는 $\ln \frac{h_{en}}{h}$ 에 비례한다. 따라서 표면에서의 수분이동은 식 (5)와 같이 표현될 수 있다.

$$\vec{n} \cdot \vec{j} = B(\ln h_{en} - \ln h) \quad (5)$$

여기서, h_{en} = 외기의 상대습도, B = 표면 발산율, \vec{n} = 외측으로의 단위수직벡터이다.

식 (5)에 식 (1)을 대입하면 다음 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$d\vec{n} \cdot \text{grad} h = \ln \left(\frac{h}{h_{en}} \right) \quad (6)$$

여기서, d 는 k/B 이며 길이의 차원을 가진다. Bazant는 실험데이터와 해석결과를 비교하여 d 를 0.75mm로 제안하고 있다.

2.2 건조수축에 관한 모델링

Bazant는 작은 콘크리트요소에 대해 상대습도를 낮추어 가며 실험을 실시하여 다음과 같은 관계를 얻었다⁽⁶⁾.

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s^0 f_s(h) \approx \varepsilon_s^0 (1 - h^3) \quad (7)$$

여기서 ε_s^0 는 콘크리트가 완전히 건조되었을 대의 건조수축량이다.

식 (7)의 $f_s(h)$ 는 상대습도가 높은 범위에서 실제보다 완만한 곡선기울기를 갖는다. 따라서 본 연구에서는 건조수축과 상대습도의 관계를 20%의 습도를 기준으로 식 (8)과 같이 수정하였다.

$$\begin{aligned} f_s(h) &= 0.97 - 3.750(h - 0.2)^3 & ; & \quad h < 0.2 \\ f_s(h) &= 0.97 - 1.895(h - 0.2)^3 & ; & \quad h \geq 0.2 \end{aligned} \quad (8)$$

이 논문에서는 시간에 따른 건조수축의 곡선형태는 수분확산의 해석결과 및 상대습도와 건조수축의 관계에 의해 결정되므로 BP-KX모델을 식 (9)와 같이 수정하여 사용한다.

$$\varepsilon_{sh}(t, t_0) = \varepsilon_{sh_0} K_h'(t, t_0) \quad (9)$$

여기서, K_h' 는 각 시간단계에서 각 요소의 습도에 따른 $f_s(h)$ 값이며 ε_{sh_0} 는 BP-KX 모델식을 따른다.

3. 유한요소법에 의한 수분확산 해석

3.1 유한요소 정식화

수분확산과정이 등방성인 고체 매질내의 임의의 시간 t 에서의 함유습도를 $H(x, y, z, t)$ 라 하면, 3차원 미소체적에 대한 수분확산 방정식은 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} &= D \left\{ \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right\} \\ &= D \nabla^2 H \end{aligned} \quad (10)$$

또한 등방성을 갖는 축대칭 문제의 경우라면 수분확산 방정식은 식 (11)과 같다.

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{D}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right\} \quad (11)$$

요소내의 함유습도를 절점에서의 함유습도 $h(t)$ 와 형상함수의 곱으로 식 (12)와 같이 표현하여 식 (10)에 대입하고 Galerkin 법을 이용하여 정리하면 식 (13)과 같다.

$$H(x, y, z, t) = [N(x, y, z)](h(t)) \quad (12)$$

$$\int_{V^e} [N]^T \left\{ D \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial H}{\partial t} \right\} dV = 0 \quad (13)$$

이 때 Gauss 의 부분적분공식을 이용하여 식 (13)을 전개하면 수분확산에 관한 요소내의 평형 방정식은 식 (14)와 같이 유도된다.

$$[c] \left\{ \frac{\partial h(t)}{\partial t} \right\} + [k] (h(t)) = 0 \quad (14)$$

여기서, $[c] = \int_{V^e} [N]^T [N] dV$

$$[k] = \int_{V^e} D \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} + \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \right) dV$$

축대칭 문제인 경우 $[k]$ 는 아래 식과 같다.

$$[k] = \int_{V^e} D \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial r} + \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \right) r dr dz$$

따라서, 전체구조물에 대한 기본 평형방정식은 식 (15)와 같다.

$$[K] (H) + [C] \left\{ \frac{\partial H}{\partial t} \right\} = 0 \quad (15)$$

여기서, $(H) = \sum_e (h(t))$ $[K] = \sum_e [k]$ $[C] = \sum_e [c]$ 이며, $[K]$ 는전도매트릭스(Conductivity Matrix)이며 $[C]$ 는 용량매트릭스 (Capacity Matrix)를 나타낸다.

3.2 시간영역에서의 차분화

시간 영역에 대해 식 (15)의 해를 구하기 위한 해법은, 시간 간격의 선택에 관계없이 비교적 안정된 해를 가지는 Newmark- β 방법⁽⁹⁾을 사용하였다. Newmark- β 방법은 속도와 변위를 식 (16)과 같이 가정하는 것에 바탕을 두고 있으며, 여기서는 β 와 δ 를 각각 1/4과 1/2로 하여 해석을 수행하였다.

$$H^{t+\Delta t} = H^t + [(1-\delta) H^t + \delta H^{t+\Delta t}] \Delta t \quad (16)$$

$$H^{t+\Delta t} = H^t + H^t \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) H^t + \beta H^{t+\Delta t} \right] (\Delta t)^2$$

4. 예제해석 및 결과분석

4.1 해석 대상 구조물 및 입력 자료

Keeton⁽¹⁰⁾과 Hansen & Mattock⁽¹¹⁾에 의해 수행된 실험치와 개발한 프로그램에 의해 얻어진 해석결과를 비교함으로써 프로그램의 타당성을 보이고자 한다.

구조물의 형상은 원형 공시체이며 공시체의 윗면과 밑면을 통한 수분의 손실은 발생하지 않도록 하였다. 입력데이터 및 배합비와 재료특성은 각각 Table 1과 Table 2에 주어진 바와 같다.

Table 1 Input data

	$D_i (cm^2/min)$	a_0	h_c	n	N_1	N_2
Hansen and Mattock	9×10^{-5}	0.03	0.75	4	3	1
Keeton	4×10^{-5}	0.03	0.75	4	3	1

Table 2 Mix proportions and material properties

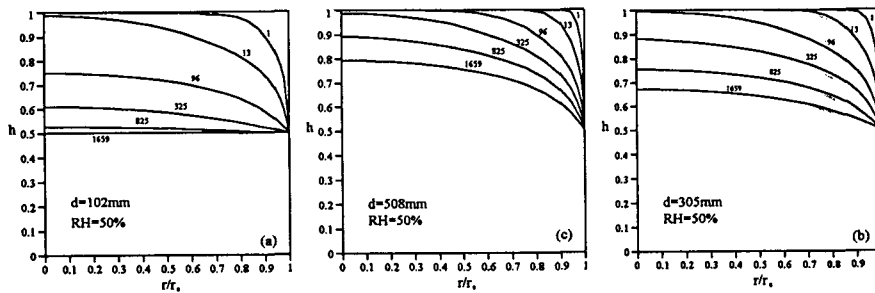
	w : c : s : g*	Cement Content(kg/m ³)	Cement Type	f _c ' (kg/cm ²)
Hansen and Mattock	0.71:1.0:3.3:2.7	303	ASTM Type III	422.4
Keeton	0.46:1.0:1.66:2.07	452	ASTM Type III	461.2

* w=water content, c=cement content, s=sand, g=gravel

4.2 수분확산과정 해석결과

Fig. 2는 각 시간과 콘크리트의 중심으로부터의 거리에 따른 수분의 분포를 도시한 것이며 곡선위의 숫자는 시간(일)을 의미한다. 각 시간에 따른 습도의 분포는 중심부에서 가장 높고 표면으로 갈수록 점차로 낮아지고 있음을 알 수 있다. 또한 건조초기에는 중앙부와 표면의 습도차가 크게 나타나며 시간이 지날수록 그 차이는 점차로 줄어들고 있음을 볼 수 있다. 이러한 콘크리트내의 습도는 일정 시간이 지난 후에 외기의 상대습도와 평형상태에 도달하게 된다.

(a) Hansen & Mattock



(b) Keeton

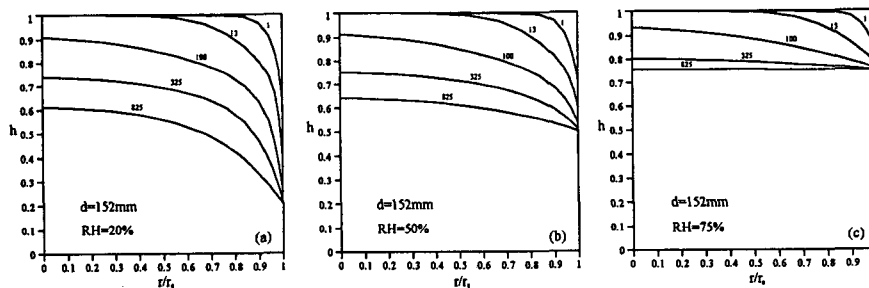


Fig. 2 Moisture distribution in drying process

4.3 건조수축 해석결과 및 비교분석

4.2절의 결과를 이용하여 콘크리트의 건조수축을 해석하면 Fig. 3에 나타난 바와 같다.

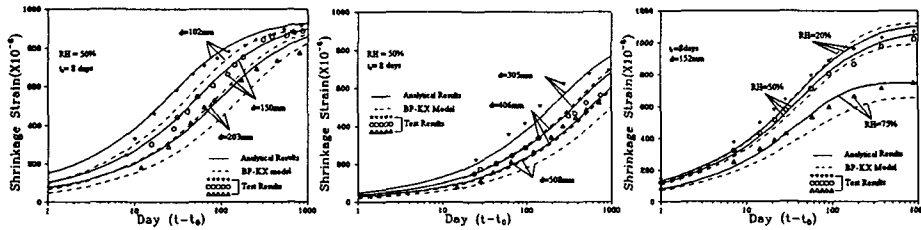


Fig. 3 Results of analysis for drying shrinkage

그림에 도시한 해석결과는 실험시 건조수축의 측정위치인 콘크리트 표면에서의 값이다. 결과를 살펴보면 앞절의 수분분포의 해석결과와 비슷한 특징을 보이고 있음을 알 수 있다. 즉, 부재가 크고 외기의 상대습도가 높을수록 동일한 시간에서의 건조수축도는 작게 나타난다. 위의 해석결과는 전반적으로 BP-KX 모델에 비해 실험치에 더 접근하고 있다. 이로 미루어 볼때 이 연구에서 개발된 해석프로그램은 건조수축과 건조수축으로 인한 부등응력을 해석하는 데 효과적으로 사용할 수 있으리라 판단된다. 또 BP-KX 모델을 포함한 기존의 모델들에 의하면, 부등건조수축은 계산될 수 없으며 평균적 건조수축량만이 계산된다.

4.4 응력해석결과

Fig. 4는 콘크리트의 각 위치와 시간에 따라 변화하는 길이방향의 응력(σ_x)을 나타낸 것으로서 크리이프의 영향을 고려한 것이다. 이 그림에 의하면 건조수축이 시작되는 초기에는 콘크리트 표면과 내부에 각각 인장응력과 압축응력이 발생한다. 이것은 건조초기에는 내부에 비해 표면에서 수분손실이 급격하게 발생하고 이로 인해 표면에서 더 많은 수축을 하려고 하기 때문이다. 시간이 점차로 증가함에 따라 인장응력을 받는 부분이 내부로 확장되면서 표면의 인장응력은 감소하게 된다. 일정 시간이 지나면 콘크리트의 내부와 외부는 초기와는 반대의 힘을 받게 된다. 그러나 초기의 응력상태에 비하면 그 압축응력과 인장응력간의 응력폭은 상당히 줄어들고 있음을 알 수 있다.

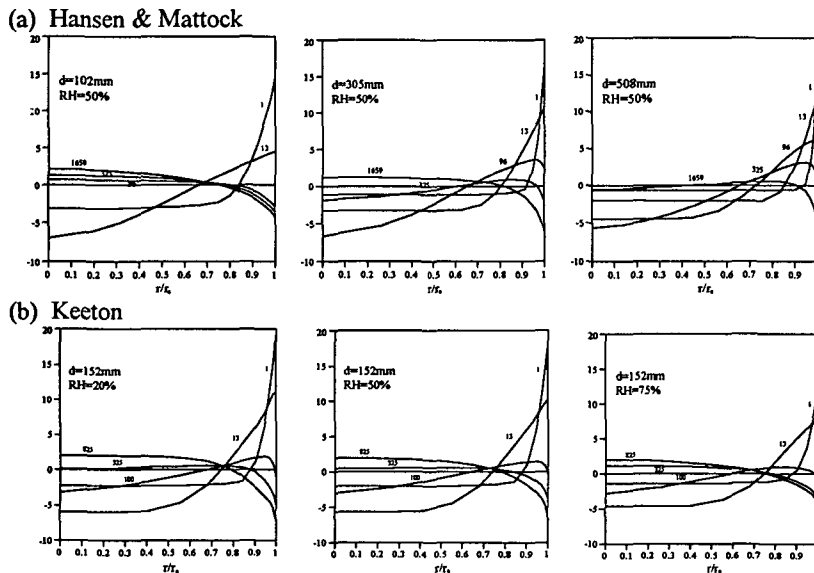


Fig. 4 Stress results for differential drying shrinkage

앞에서 열거한 해석결과는 크리이프의 영향을 고려하여 해석을 수행한 것이며, 크리이프를 고려하지 않고 해석을 수행한 결과와 함께 도시하면 Fig. 5와 같다.

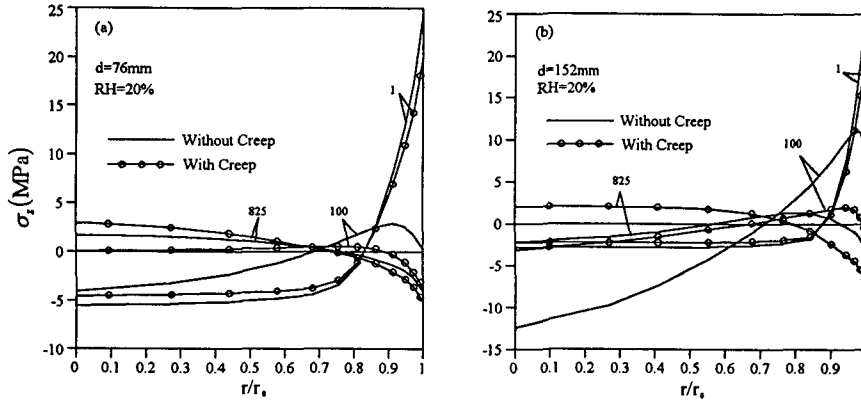


Fig. 5 Comparison of stresses in the specimens with and without creep(Hansen & Mattock)

그림에서 건조 초기에 콘크리트 표면에서의 인장응력은 크리이프를 고려한 경우가 같은 시간에서 크리이프를 고려하지 않은 경우보다 작게 나타남을 알 수 있다. 반면 내부의 압축응력이 인장응력으로 반전되는 단계에서는 크리이프를 고려하지 않은 경우가 더 큰 인장응력을 보이고 있다. 또한, 내부의 압축응력이 인장응력으로 변화하는 시간은 크리이프를 고려한 경우가 더 빠름을 볼 수 있다. 이러한 크리이프의 영향은 두꺼운 부재일수록 더 크게 나타나고 있다.

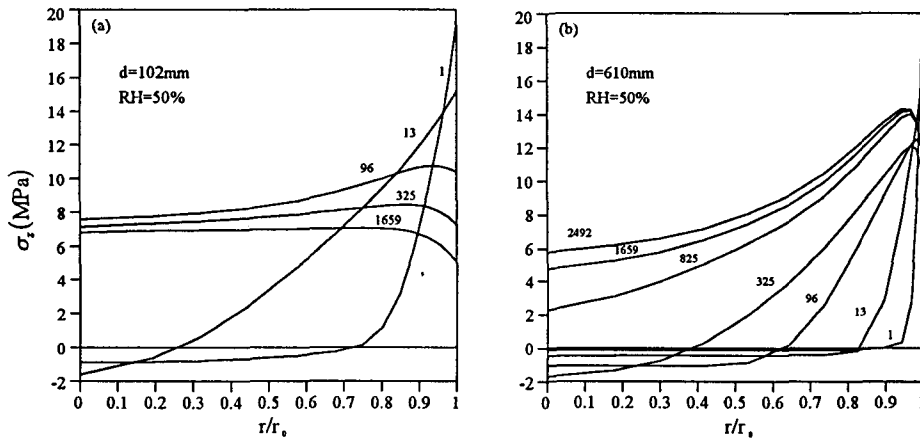


Fig. 6 Stress results for fixed condition(Hansen & Mattock)

Fig. 6은 단부조건이 변화하는 경우에 크리이프를 고려한 응력해석결과를 도시한 것이다. Fig. 6(a)를 살펴보면 건조가 시작되고 얼마 지나지 않아 표면근처를 제외한 공시체 단면내의 응력이 비교적 일정한 상태에 도달하고 있음을 알 수 있다. 반면 보다 두꺼운 부재에 대한 해석결과인 Fig. 6(b)는 시간이 지남에 따라 내부의 인장응력이 서서히 증가하고 있음을 보여주고 있다.

5. 결 론

수분확산이론을 적용하여 콘크리트 단면내의 부동건조수축과 이로 인하여 발생하는 부동응력의 해석을 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

- 1) 기존의 모델식들은 건조수축의 평균값만을 예측하는 데 반하여 이 연구에서는 수분확산이론에 근거한 부등건조수축의 효과를 고려하여 실제구조물에서 발생하는 부등응력을 해석할 수 있는 새로운 프로그램을 개발하였다.
- 2) 개발된 프로그램의 해석결과 및 BP-KX 모델식의 예측값을 실험치와 비교분석해 본 결과 실험치를 비교적 정확히 예측하였으며 그 정확도에 있어서도 BP-KX 모델식의 예측값보다 우수한 결과를 보여주었다.
- 3) 부재의 두께가 두꺼운 경우 부등건조수축현상을 고려하여야 표면균열의 생성여부를 합리적으로 파악할 수 있음을 이 연구결과는 보여주고 있다.
- 4) 단부를 구속하지 않은 상태에서 건조가 상당히 진행되었을 때 단면내의 응력분포가 역전되어 내부에서도 인장응력이 발생할 수 있으며 특히 두께가 얇은 부재의 경우 이러한 현상이 더 뚜렷하게 나타났다.
- 5) 응력이 시간에 따라 변하는 경우 크리이프 현상에 의해 응력이 증가할 수 있으며, 이 연구에서 개발된 프로그램은 이를 고려할 수 있었다.

참고문헌

1. Nyame, B. K., "Relationships between Permeability and Pore Structure of Hardened Cement Paste", Magazine of Concrete Research, Vol. 33, No. 116, 1981, pp.139-146.
2. Hughes, D. C., "Pore Structure and Permeability of Hardened Cement Paste", Magazine of Concrete Research, Vol. 37, No. 133, 1985, pp.227-233.
3. Vuorinen, J., "Applications of Diffusion Theory to Permeability Tests on Concrete", Magazine of Concrete Research, Vol. 37, No. 132, 1985, pp.145-161.
4. Bazant, Z. P. and Thonguthai, W., "Pore Pressure and Drying of Concrete at High Temperature", Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 104, No. EM5, Oct. 1978, pp.1059-1079.
5. 三橋博三 外, "高温下のコンクリートのクリープ及び乾燥収縮變形を表す 合理的な構成則に関する研究", 平成2年度科學研究費補助金(一般研究(c)) 研究成果報告書, 平成 3. 3.
6. 한만엽, "건조수축의 메카니즘과 물의 역할", 한국콘크리트학회지, 제3권, 2 호, 1991년 6월, pp.46-52.
7. Bazant, Z. P. and Kim, Joong-Koo, "Consequences of Diffusion Theory for Shrinkage of Concrete", Materials and Structures, Vol. 24, No. 143, Sep. 1991, pp.323-326.
8. Bazant, Z. P. and Raftshol, W. J., "Effect of Cracking in Drying and Shrinkage Specimens", Cement and Concrete Research, Vol. 12, No. 2, Mar. 1982, pp.209-226.
9. Bathe, K.J., "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1982, pp. 511-514.
10. Keeton, J. R., "Study of creep in concrete", Technical Reports, R333-I, US Naval Civil Engineering Laboratory, Port Hueneme, California, 1965.
11. Hansen, T. C., & Mattock, A. H., "Influence of Size and Shape of Member on the Shrinkage and Creep of Concrete", J. of ACI, Vol. 63, No. 2, Feb. 1966, pp. 267-290.
12. Bazant, Z. P. and Kim, Joong-Koo, "Improved Prediction Model for Time-Dependent Deformations of Concrete : Part I-Shrinkage", Materials and Structures, Vol. 24, No. 143, Sep. 1991, pp.327-345.
13. Ferraris, C. F. and Wittmann F.H., "Shrinkage Mechanisms of Hardened Cement Paste", Cement and Concrete Research, Vol. 17, No. 3, May. 1987, pp.453-464.
14. 김진근, 김국한, "크리이프와 건조수축영향을 고려한 매스콘크리트에서의 수화열에 대한 온도응력 해석", 한국콘크리트학회 논문집, 제4권 3호, 1992년 9월, pp. 101-111.
15. 김진근, 이종대, 김국한 "크리이프를 고려한 매스콘크리트에서의 수화열에 대한 온도응력 해석", 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제5권 9호, 1992년 10월, pp.67-72.