한국전산구조공학회
1994년도 봄학술발표회 논문집

공기막 구조물의 형상해석

Shape Finding Analysis of Pneumatic Membrane Structure

권 택 진 * 서 삼 열** 이 장 복***
T. J. Kwun S. Y. Sur J. B. Lee

A B S T R A C T

The purpose of this paper is to find minimum surface shape of pneumatic structure using the finite element method. The pneumatic membrane structure is a kind of large deformation problem and very flexible composite material which mean geomatric nonlinearity. It is not to resist for compression and resultant moment.

As the displacement due to internal pressure is getting bigger, it should be considered the direction of forces. It becomes non-linear problem with the non-conservative force. The follower-force depends on the deformation and the direction of force is normal to each element. The solution process is obtained the new stiffness matrix(load correction matrix) depending on deformation through each iterated step. However, the stiffness matrix have not the symmetry and influence on the time of covergence. So in this paper Newton-Rhapson method for solving non-linear problem and for using symmetic matrix, the load direction is changed in each iterated step using the transformation matrix.

1. 서 론

막구조물은 막재료의 특성상 휨강성을 지니고 있지 않기 때문에 휨 또는 비틀림에 대해서 저항이 매우 적은 구조물로써 대변형이 포함된 비선형 해석을 하여야한다.[1][2][4] 비선형해석은 하중증분을 이용한 Newton-Rhapson법을 사용하고 증분구간에서 변형도-변위 관계식은 Lagrangian 변형도-변위 관계식을 사용한다. 이러한 증분구간에서 공기막구조물의 내압(외력)은 변형에 따라 정수압과 마찬가지로 곡면에 수직한 방향 즉, 외향법선 방향으로 바뀌게 된다. 이것을 구조해석 관점에서 보면, 비보존력계 하중을 고려한 기하학적 비선형해석을 의미하게 된다.

막구조물의 변형이 크다는 것을 가정하면, 이러한 하중의 변형의존성(Follower force)을고려하여 증분단계마다 새로운 강성매트릭스(Load correction matrix)를 구해야한다. 그러나 이러한 방법으로는 대칭매트릭스를 구성 할 수 없기 때문에 유한요소의 비선형 해석과정은 더욱 복잡하게되고 많은 요소의 분할을 사용할 경우 수렴속도에 커다란 영향을 미치게된다.[5][6] 따라서, 본 논문에서는 새로운 강성매트릭스를 구성하지 않고 변형된 위치의 변위함수로써 표현되는 변환 매트릭스를 이용하여 내압의 방향을 수정하게 된다.

공기막 구조물의 비선형해석을 하기위한 기본가정은 다음과 같다.

(1) 재료는 선형탄성이나 기하학적으로는 비선형이다.
(2) 요소는 평면응력형을 사용한다.
(3) 막이론을 사용한다.

* 정회원, 성균관 대학교 교수
** 정회원, 대림 전문대학 전임강사
*** 정회원, 성균관 대학교 대학원

2. 변형도-변위 관계식

탄성론의 고전적 선형이론에서 변형도의 모든 성분은 미소하다고 고려되었으나, 공기막 구조물에서는 신장과 회전에 대한 영향을 더이상 무시할수 없다. 따라서 비선형항을 포함한 변형도-변위 관계식을 사용하여야 한다.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{11} &= e_{11} + [\ \omega_2^2 + \omega_3^2\ ]/2 \\
\varepsilon_{22} &= e_{22} + [\ \omega_1^2 + \omega_3^2\ ]/2 \\
\varepsilon_{33} &= e_{33} + [\ \omega_1^2 + \omega_2^2\ ]/2 \\
\varepsilon_{12} &= e_{12} - \omega_2\omega_1 \\
\varepsilon_{13} &= e_{13} - \omega_3\omega_1 \\
\varepsilon_{23} &= e_{23} - \omega_3\omega_2
\end{aligned} \qquad (1)$$

여기에서 ω는 회전성분을[1] 의미하고 ,는 편미분을 뜻한다. (1)식을 매트릭스 형태로 표현하면 다음과 같이 선형성분과 비선형 성분으로 나눌수 있다

$$\begin{aligned}
\{\varepsilon\} &= \{\varepsilon'\} + \{\varepsilon''\} \\
&= [B_0]\{d\} + [B_L]\{d\}
\end{aligned} \qquad (2)$$

$\{\varepsilon'\}$: 선형 변형도 성분 , $\{\varepsilon''\}$: 비선형 변형도 성분 , $\{d\}$: 절점변위

$[B_0]$: 변형도-절점변위 선형관계식 , $[B_L]$: 변형도-절점변위 비선형관계식

3. 변위장의 이산화

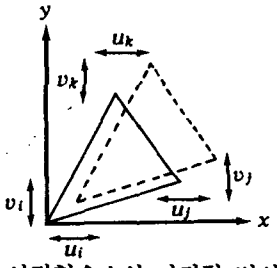

그림 1. 삼각형요소와 가정된 변위상태

평면 응력형을 사용하였을 경우 회전은 전좌표계에 관한 것이므로 국소좌표계가 유한요소에 부착되어 있다면 (1)식의 회전에 관한 항들은 모두 0이 된다.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{11} &= \varepsilon_{xx} = u_{x,x} \\
\varepsilon_{22} &= \varepsilon_{yy} = u_{y,y} \\
\varepsilon_{12} &= \varepsilon_{xy} = u_{y,x} + u_{x,y}
\end{aligned} \qquad (3)$$

이것은 막요소의 국소좌표계는 변하지 않는다는 것을 의미하고 따라서, 변형도-변위 관계식은 미소변형에 의한 선형탄성론의 방정식으로 정식화 될 수 있다. 일반적으로 사용되는 삼각형 요소분할 형태를 사용하여 (3)식의 연속변위 (u,v) 항들을 선형보간 다항식으로 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
d_x &= u(x,y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\
d_y &= v(x,y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y \\
d_x &= \{\ d_{xi}\ ,\ d_{xj}\ ,\ d_{xk}\ \}^T\ ,\quad d_y = \{\ d_{yi}\ ,\ d_{yj}\ ,\ d_{yk}\ \}^T
\end{aligned} \qquad (4)$$

(4)식에 절점좌표 값을 대입하여 $\{\alpha\}$ 를 구하고 다시 (3)식에 대입하면 연속변위는 절점변위로 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & N_2 & N_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{xi} \\ d_{xj} \\ d_{xk} \\ d_{yi} \\ d_{yj} \\ d_{yk} \end{Bmatrix} \tag{5}$$

$$= \begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_x \\ d_y \end{Bmatrix}$$

N : 절점에 관련된 형상함수

(5)식을 (3)식에 대입하고 삼각형 요소의 한변을 국소좌표계 x축과 일치시키면 $[B_0]$를 구할 수 있다.

$$[B_0] = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} -y_k & 0 & y_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_{kj} & 0 & -x_k & 0 & x_j \\ x_{kj} & -y_k & -x_k & y_k & x_j & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Δ : 삼각형 요소의면적

4. 국소좌표계의 강성매트릭스

강성매트릭스는 가상일의 원리에 의해서 구할 수 있다. $\{\delta d\}$를 임의의 변형된 위치에 대한 유한요소의 미소가상변위로 정의하면, 가상변형도 $\{\delta\varepsilon\}$는 다음과 같다.

$$\{\delta\varepsilon\} = \{\delta\varepsilon'\} + \{\delta\varepsilon''\} \tag{7}$$

$$\{\delta\varepsilon'\} = \begin{Bmatrix} \delta u_{1,1} \\ \delta u_{2,2} \\ \delta u_{3,3} \\ \delta u_{1,2} + \delta u_{2,1} \\ \delta u_{1,3} + \delta u_{3,1} \\ \delta u_{2,3} + \delta u_{3,2} \end{Bmatrix} \qquad \{\delta\varepsilon''\} = \begin{Bmatrix} \delta\omega_2\omega_2 + \delta\omega_3\omega_3 \\ \delta\omega_1\omega_1 + \delta\omega_3\omega_3 \\ \delta\omega_1\omega_1 + \delta\omega_2\omega_2 \\ -\delta\omega_1\omega_2 - \delta\omega_2\omega_1 \\ -\delta\omega_1\omega_3 - \delta\omega_3\omega_1 \\ -\delta\omega_2\omega_3 - \delta\omega_3\omega_2 \end{Bmatrix}$$

가상변형도에의한 내부 가상일은 다음과 같다.

$$\{\delta d\}^T\{f\} = \int_V \{\delta\varepsilon\}^T\{\sigma\}\,dV \tag{8}$$

(8)식에서 $\{\sigma\}$는 변형전 응력상태 이므로 변형후의 응력상태는 다음과 같다.

$$\{\sigma\} = \{\sigma^0\} + \{\sigma'\} + \{\sigma''\} \tag{9}$$

$\{\sigma^0\}$: 변형전 초기응력 벡터
$\{\sigma'\}$: 변형후(현재상태) 선형 변형도에 기인한 응력벡터
$\{\sigma''\}$: 변형후(현재상태) 비선형 변형도에 기인한 응력벡터

(7), (9)식을 (8)식에 대입하고 3계항 이상의 고차항들을 무시하면 (8)식은 아래와 같다.

$$\{\delta d\}^T\{f\} = \int_V [\{\delta\varepsilon'\}^T\{\sigma'\} + \{\delta\varepsilon'\}^T\{\sigma^0\} + \{\delta\varepsilon''\}^T\{\sigma^0\}]\,dV \tag{10}$$

여기에서 다음과 같은 관계식을 도입한다.

$$\{\sigma^0\} = \{\ \sigma^0_{11}\ \sigma^0_{22}\ \sigma^0_{33}\ \sigma^0_{12}\ \sigma^0_{13}\ \sigma^0_{23}\ \}^T\ ,\quad \{r^0\} = \{\ \sigma^0_{11} + \sigma^0_{22} + \sigma^0_{33}\ \}$$

$$\{\delta\omega\} = [B]\{\delta d\}\quad ,\quad [B^0] = r^0\,[B]^T[B] - [B]^T[\sigma^0][B] \qquad (11)$$

$$\{\sigma'\} = [E]\{\varepsilon'\}\ ,\quad \{\varepsilon'\} = [B_0]\{\delta d\}\ ,\quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

$[E]$: 평면응력형 탄성계수 매트릭스

(11)관계식을 이용하여 (10)식의 우변항을 정리한후 가상변위 $\{\delta d\}$ 를 소거하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\{f\} = \left[\int_V ([B_0]^T[E][B_0]+[B^0])dV\right]\{d\} + \int_V ([B_0]^T\{\sigma^0\})dV \qquad (12)$$
$$= [k_t]\{d\} + \{f^0\}$$

$$[k_E] = \int_V ([B_0]^T[E][B_0]+[B^0])dV\ :\ \text{선형 탄성강성 매트릭스}$$

$$[k_G] = \int_V ([B^0])dV\ :\ \text{기하강성 매트릭스}$$

$$[k_t] = [k_E] + [k_G]$$

5. 좌표변환 매트릭스

(12)식은 국소좌표계 상태에서 측정된 강성매트릭스 이므로 전좌표계로의 변환이 필요하다.

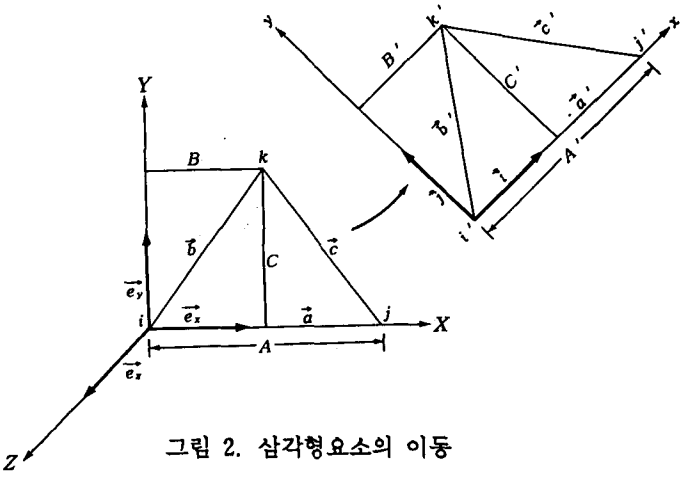

그림 2. 삼각형요소의 이동

좌표 변환 매트릭스는 변형된 위치에서의 전좌표계와의 방향여현을 뜻한다. 그림 2에 나타난 변형후의 절점 좌표는 다음과 같이 절점변위의 함수로 나타낼수 있다.

$$\text{절점 } i'\ (D_{xi}\ ,\ D_{yi}\ ,\ D_{zi})$$
$$\text{절점 } j'\ (X_2+D_{xj}\ ,\ D_{yj}\ ,\ D_{zj}) \text{ 또는 } (A+D_{xj}\ ,\ D_{yj}\ ,\ D_{zj}) \qquad (13)$$
$$\text{절점 } k'\ (X_3+D_{xk}\ ,\ Y_3+D_{yk}\ ,\ D_{zk}) \text{ 또는 } (B+D_{xk}\ ,\ C+D_{yk}\ ,\ D_{zk})$$

(13)사용된 변형된 위치의 3개의 기본량 A', B', C'는 미소 변형이론을 적용하여 변형전 A , B , C 와 같다고 정의할 수 있다. 그림 2에서 정의된 $\vec{a}'$,$\vec{b}'$,$\vec{c}'$를 변위된 위치에서 삼각형 막요소의 세변을 나타내는 벡터로 정의하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{a}' = A\vec{i} = (A+D_{xj}-D_{xi})\vec{e_x} + (D_{yj}-D_{yi})\vec{e_y} + (D_{zj}-D_{zi})\vec{e_z} \quad (14)$$

$$\vec{b}' = (B+D_{xk}-D_{xi})\vec{e_x} + (C+D_{yk}-D_{yi})\vec{e_y} + (D_{zk}-D_{zi})\vec{e_z} \quad (15)$$

정의된 기본량 A, B, C 를 구하고[1][9] 식(14),(15)이 $B\vec{i} + C\vec{j} = \vec{b}'$인 관계를 이용하면 다음과 같은 부매트릭스를 얻을 수 있다.

$$[T_n] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1+\frac{(D_{xj}-D_{xi})}{A} \\ a_{12} &= (D_{yj}-D_{yi}) \\ a_{13} &= (D_{zj}-D_{zi}) \\ a_{21} &= \frac{(D_{xk}-D_{xi})}{C} - \frac{(BD_{xj}-D_{xi})}{AC} \\ a_{22} &= 1+\frac{(D_{yk}-D_{yi})}{C} - \frac{(BD_{yj}-D_{yi})}{AC} \\ a_{23} &= \frac{(D_{zk}-D_{zi})}{C} - \frac{(BD_{zj}-D_{zi})}{AC} \end{aligned} \quad (16)$$

(16)식의 의미는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{i} &= a_{11}\vec{e_x} + a_{12}\vec{e_y} + a_{13}\vec{e_z} \\ \vec{j} &= a_{21}\vec{e_x} + a_{22}\vec{e_y} + a_{23}\vec{e_z} \\ \vec{k} &= a_{31}\vec{e_x} + a_{32}\vec{e_y} + a_{33}\vec{e_z} \end{aligned} \quad (17)$$

여기에서 $\vec{k} = \vec{i} \times \vec{j}$ 이다. 따라서 전체 변위의 함수로 표현된 변환 매트릭스는 다음과 같이 표현된다.

$$[T] = \begin{bmatrix} T_n & 0 & 0 \\ 0 & T_n & 0 \\ 0 & 0 & T_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

6. 전체 강성 매트릭스

전좌표계에서의 절점력, 변위는 다음과 같이 나타낸다.

$$F = \begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \\ F_k \end{Bmatrix} \quad , \quad F_{i(j \text{ or } k)} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix}_{i(j \text{ or } k)} \quad (19)$$

$$D = \begin{Bmatrix} D_i \\ D_j \\ D_k \end{Bmatrix} \quad , \quad D_{i(j \text{ or } k)} = \begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix}_{i(j \text{ or } k)}$$

유한요소 정식화의 모든 과정에서 변위의 적합조건은 국소좌표계에 측정된 변위성분 $\{d\}$d와 전좌표계의 $\{D\}$ 사이에 유지되어야 하며 $\{\delta d\}$ 와 $\{\delta D\}$ 가 평형위치에 대한 미소 변위를 나타낸다면 다음과 같은 선형의 적합 조건식이 존재한다.

$$\{\delta d\} = [T]\{\delta D\} \quad (20)$$

$[T]$: 현재상태에 대한 변위변환 매트릭스

마찬가지로 국소좌표계 상태의 절점력 $\{f\}$와 전좌표계에서의 절점력 $\{F\}$ 사이에도 적합

조건이 만족해야 한다. 따라서 가상일의 방정식은 다음과 같다.

$$\{\delta D\} = \{\delta d\}^T\{f\} \tag{21}$$

(21)식에 (20)을 대입하여 임의양 $\{\delta D\}$를 소거하면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$\{F\} = [T]^T\{f\} \tag{22}$$

(22)식은 현재상태에서 힘의 평형 조건식이 되고 이것을 미분하면 증분구간에서의 방정식을 얻을수 있다.

$$\{dF\} = [T]^T\{df\} + [dT]^T\{f\} \tag{23}$$

$[dT]^T$는 변환 매트릭스가 변위의 함수로써 표현되었기 때문에 존재한다. 식(23)에 (20)식을 대입하고 국소좌표계에서의 변위와 하중의 관계를 고려하면 (23)식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}\{dF\} &= [T]^T[k_t][T]\{dD\} + [dT]^T\{f\} \\ &= [K_E]\{dD\} + [K_G]\{dD\} \\ &= [K_t]\{dD\}\end{aligned} \tag{24}$$

$[K_E] = [T]^T[k_t][T]$: 탄성강성 매트릭스

$[K_G]\{dD\} = [dT]^T\{f\}$: 기하강성 매트릭스

$[K_t] = [K_E] + [K_G]$: 전체 강성 매트릭스

(24)식 에서 우변 2항은 아래와 같이 바꾸어 표현할 수 있다.

$$[K_G] = \frac{[dT]^T}{\{dD\}}\{f\} \tag{25}$$

(25)식은 미소절점변위 증분에 의한 요소력 $\{f\}$의 방향변화를 고려한것이 된다.

7. 내압에 대한 고찰

(1) 하중변화

변형후의 삼각형요소의 평형방정식은 (23)식과 같으며 이것을 전체 구조물에 대해서 표현하면 다음과 같다.

$$\{R\} + \Sigma[T]^T\{f\} = 0 \tag{26}$$

여기에서 $\{R\}$은 외력의 총합, 좌변 2항은 $\{F\}$의 총합을 의미한다. 이때 하중 $\{R\}$이 공기막 구조의 내압처럼 막면에 항상 수직으로 작용하면 하중은 변형에 의존하게 된다. 따라서 $\{dR\}$의 방향변화도 고려해야 한다. 즉 (26)식은 (27)식에 의해 요소에서 $\{f\}$의 방향변화가 고려 되지만 $\{R\}$은 전체 좌표계에서 사용 되었으므로 다음과 같은 보정이 필요하게 됨을 뜻한다.

$$\{dR\} = [T]^T\{dr\} + [dT]^T\{r\} \tag{27}$$

$\{r\}$은 각요소의 국소좌표계에서 평가한 외력 절점하중이며 (27)식과 (23)식을 비교하면 (27)식의 우변 1항은 선형탄성에 대응하는 하중변화 즉, 삼각형요소의 면적변화를 의미하고 우변 2항은 회전을 의미하게 된다. 외력항 $\{R\}$을 국소 좌표계에 부착시키고 $\{r\}$의 방향이 국소좌표계에서 평면 x,y 축에 항상 수직임을 고려하면 국소좌표계 i절점에서 $\{R_i\}$는 다음과 같이 표현될수 있다.

$$\{R_i\}_{(j\ or\ k)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}^T \{r_i\}_{(j\ or\ k)} \qquad (28)$$

$\{R_j\}$, $\{R_k\}$도 같은 방법으로 표현할수 있다.

(2) 등가 절점하중

유한 요소법에서 평형식은 절점력에 대한 평형조건을 절점변위로 나타낸 것이므로 요소면에 작용하는 내압을 각 절점의 집중력으로 나누어야 한다.

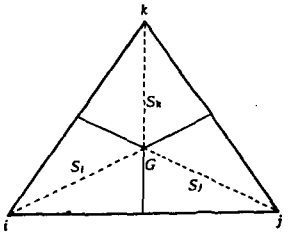

그림3. 삼각형의 무게중심 (G)와 각절점의 분담

그림3과 같이 삼각형요소에서 면적의 1/3이 각절점의 집중력으로 균등하게 나누어진다.

$$r_i = r_j = r_k = \frac{\Delta}{3} \cdot P \qquad (29)$$

Δ : 삼각형 요소 면적 , P : 내압

8. 형상해석 예

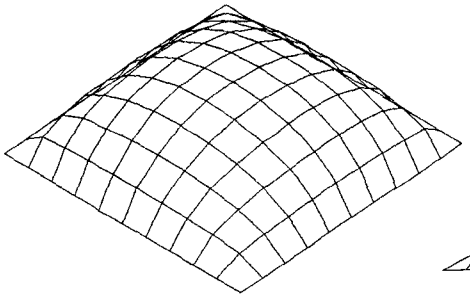

그림4. 투시도

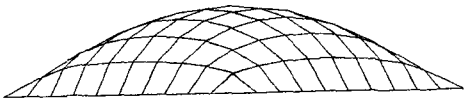

그림5. 입면도(대각선)

규모 : 10m x 10m , $\frac{P}{N}$ = 0.3 (P= 내압 10 (kg/m^2) N= 막장력 (kg/m))

위 그림은 평평한 상태에서 요소분할을 한뒤, 사변의 경계를 고정시키고 기하강성만을 사용하여 곡면 전역에서 내압에의해 등장력상태가 되도록 해석한 결과이다.

9. 결론

본 논문에서는 공기막 구조물의 설계에 있어서 응력 변형해석을 위한 초기형상 탐색에 대해 살펴보았다. 초기의 최적 형상은 등장력곡면(최소곡면)을 찾는 문제가 되며 이러한 등장력 상태는 외부하중에 의해 변형이 가장적은 곡면을 의미하게 된다.

해석방법으로는 유한요소법을 이용한 비선형 해석을 수행하였고 기하강성 만으로 내압에 의해서 발생되는 초기응력이 곡면전역에서 동일한 상태가 되도록 하였다. 또한 내압의 특성을 고려하여 각 증분 단계마다 하중의 방향을 수정하는 방법과 예제를 통한 고찰하였다. 기하강성은 단지 하중 방향의 변화만이 고려되나 내압은 증분 단계마다 하중 크기와 방향변화를 동시에 고려하므로써 높이가 큰 형태에서는 발산하는 경우도 있었다.

이상의 결과에 따라서 본 논문에서 전개한 구조물의 형상 해석은 내압에 의해서 외력에 저항하는 공기막 구조물의 해석에 유용한 방법이라고 생각되며, 또한 탐색 결과의 형상을 초기 좌표값으로 사용하면 응력, 변형해석에도 유용하리라 생각한다.

10. 참고문헌

1. 서 삼열, 膜構造物의 反復的 最適 形狀探索 解析에 관한 硏究, 博士學位論文, 成均館大學校, 1992.
2. 石井一夫, 空氣膜構造 設計と應用, 工業調査會, 1977.
3. 권 택진 外 5人, "막구조의 현황과 금후의 과제(2)," 한국전산구조 공학회, 제5권 제 6호, 1992, PP.1～43.
4. 이 봉훈, 有限要素핸드북, 동화기술, 1991, PP.128～169.
5. 김 문영, 장승필 ," 保存力 및 非保存力을 받는 構造物의 幾何的 非線形 有限要所解析을 위한 荷重 및 變位增分 알고리즘의 開發 ", 大韓土木學會論文集, 第10卷 第2號, 1990, PP.11～22
6. Leonard, J.M., ENSION STRUCTURES, McGraw-Hill BooK Co., 1988, pp.205-350.
7. IASS RECOMMENDATIONS FOR AIR-SUPPORTED STRUCTURES, Working Group Nr.7, Madrid, 1985, PP.8-25.
8. 서 삼열, "막구조의 응력, 변형해석 개설," 명진기술연구소, 통권 제 1호, 1991.
9. Novozhilov, V. V., FOUNDATION OF NONLINEAR THEORY OF ELASTICITY, Graylock Press, 1953. PP.1～60.
10. Ohyama, H. and kawamata, S., "A Problem of surface Design for Prestressed Cable Nets," IASS Pacific Symposium-Part II on TENSION STRUCTURES and SPACE FRAME, Oct., Tokyo and Kyoto, 1971, PP.103～115.
11. 石井一夫, 中小規模膜構造 建築物 アメリカ・カナダ 調査視察團 報告書, 社團法人日本膜構造協會.
12. Haug, E. and Powell, G.H.," Finite Element Analysis of Nonlinear Membrane Structures," IASS Pacific Symposium-Part II on TENSION STRUCTURES and SPACE FRAMES, Oct., Tokyo and Kyoto, 1971, pp.2-3-1/2-3-13.
13. Ishii, K. and Suzuki, T.," Shape of Membrane Structures," IASS Pacific Symposium-Part II on TENSION STRUCTURES and SPACE FRAMES, Oct., Tokyo and Kyoto, 1971, pp.1-9-1/1-9-10.
14. Kawaguchi, M. etal, "Engineering Problems of Pneumatic Structures," IASS Pacific Symposium-Part II on TENSION STRUCTURES and SPACE FRAMES, Oct., Tokyo and Kyoto, 1971, pp.1-9-1/1-9-10.
15. Bird, W.W.," The Development of Pneumatic Structures, Past, Present, and Future," Proceedings, 1st International Colloquium on Pneumatic Structures, IASS, Stuttgart, Germany, 1967.
16. Subcommitte on Air-Supportd Structures, " Air-Supportd Structures," ASCE, Spec. Publ., 1979.