

# Herschel-Bulkley 모델을 이용한 그리이스 열탄성유체윤활 문제의 수치해석

유진규, 김경웅  
한국과학기술원 정밀공학과

## 1 서론

탄성유체윤활 (elastohydrodynamic lubrication : EHL)이론은 구름 베어링, 기어 및 캠기구 등과 같이 집중 하중을 받는 기계 요소에서의 윤활 현상을 설명하는 이론으로서, 윤활부에서 급속 접촉이 발생하지 않도록 기계요소를 설계하기 위하여 필요한 최소유막두께를 결정하는 데 사용된다.

1959년 Dowson과 Higginson[1]에 의하여 전윤활영역에서의 윤활면 탄성변형과 윤활계의 점도변화를 고려한 최초의 수치해가 구해진 이후, 지난 30여년 동안에 EHL에 대한 많은 이론 및 실험적 연구가 수행되었으며 그 결과가 실제로 많은 기계요소에 응용되고 있다. 그러나 대부분의 EHL 해석은 윤활제를 뉴우튼 유체로 가정하고, 온도의 영향을 고려하지 않은 등온 상태에 대한 해석들이다. 그러나 공장기계 주축계에 사용되는 구름 베어링의 경우와 같이 고속, 고하중 상태에서 운전되는 기계 요소에서는 윤활계의 온도의 영향과 비뉴우튼 특성이 중요하다. 이런 경우의 정확한 최소유막두께를 구하기 위해서는 비뉴우튼 열탄성유체윤활(thermal elastohydrodynamic lubrication : TEHL)해석이 필요하다.

그리이스는 대표적인 비뉴우튼 윤활제로서 구름 베어링의 윤활에 있어서 중요한 위치를 점하고 있다. 현재 집중 하중을 받는 기계 요소의 윤활에는 윤활 구조의 간편화, 보수의 용이성, 먼지나 이물의 침입 방지 등에 유리한 그리이스 윤활의 사용이 확대되고 있다. 현재 진동기, 가정용

전기기기, 측정기 등에 쓰이는 구름베어링의 경우는 거의 진랑 그리이스 윤활이 사용되고 있다.

그리이스 윤활 EHL에 대한 최초의 이론 연구는 1972년에 Greenwood와 Kuzlarich[2]에 의해 발표되었다. 그들은 Herschel-Bulkley 모델에 대한 레이놀즈 방정식을 유도하고, Herschel-Bulkley 모델의 타당성을 밝혔다. Wada등[3]은 Bingham 모델을 이용하여 그리이스 윤활 EHL 문제의 수치해를 구하였다. Jonkisz와 Krzeminski-Freda[4,5] 그리고 Zhu와 Neng[6]은 Herschel-Bulkley 모델을 이용하여 수치해를 구하고 실험결과와 비교하였다. 그리고 Dong과 Qian[7]은 Bauer 모델을 이용한 수치해석한 결과를 보고하였다. 지금까지의 연구는 유동특성상의 복잡성 때문에 무한장 선접촉 등은 EHL 문제에 대한 해석이었고, 아직까지 그리이스 윤활 TEHL 해석에 관한 연구는 발표된 바 없다. 본 연구에는 Herschel-Bulkley 모델 그리이스 EHL문제를 열탄성유체윤활해석하여 보다 정확한 접촉부의 압력분포와 유막형상을 예측하고자 한다.

## 2 Herschel-Bulkley 모델

EHL 성능(접촉부의 압력분포와 유막형상 등)을 예측하는데 영향을 주는 인자로는 운전 속도, 작용 하중, 접촉부의 기하학적인 형상과 재질 등의 운전조건과 윤활계의 유동특성이 있다. 이 중에서도 특히 점도가 전단 속도, 압력, 온도에 따라 어떻게 변화하는 가를 나타내는 유동특성은 EHL 성능 예측에 큰 영향을 미친다. 그리이스 윤활 EHL 문제를 해석을 하기 위해서는 먼저 적합한

그리이스의 유동특성 모델을 선택하는 것이 필요하다. 현재까지 그리이스 EHL 해석에 사용된 그리이스의 유동특성 모델로는 Bingham 모델, Herschel-Bulkley 모델과 Bauer 모델이 있다[8].

그리이스의 유동 그래프를 살펴보면 전단속도에 독립적인 구조적인 성분과 전단속도에 의해 결정되는 점성 성분을 발견할 수 있다. 그리이스의 유동특성 특성을 이러한 두개의 부분으로 표현한 수학적 모델이 Herschel-Bulkley 모델이다.

$$\tau = \pm[\tau_y + \eta_s |\dot{\gamma}|^n] \quad (1)$$

식(1)은 구조적인 성분을 항복응력( $\tau_y$ )으로 나타내고 있다. 항복응력( $\tau_y$ )은 전단속도를 x축으로, 전단응력을 y축으로 나타낸 유동 그래프에서 유동 곡선이 y축과 만나는 값이다. 점성항( $\eta_s |\dot{\gamma}|^n$ )은 기유 사이의 저항과 증주제와 기유사이의 저항에 의해 결정되는 성분이다. 점성항을 정확하게 측정하는 것은 쉽지 않다.

Herschel-Bulkley 모델에 의해 예측된 결과는 전단속도  $10^6 \text{ s}^{-1}$ 까지의 범위에서 실험 결과와 잘 일치한다[9]. Herschel-Bulkley 모델은 이미 고전적인 위치가 되어서 새롭게 제안되는 유동특성 모델과 비교하여 명백한 잇점이 있다. 그 잇점중의 하나는 기존에 이루어진 많은 연구결과와 공업현장에서의 작업결과들을 이용할 수 있다는 점이다. 이러한 이유로 본 연구에서는 그리이스의 유동특성 모델로서 Herschel-Bulkley 모델을 사용한다.

Herschel-Bulkley 모델은 그리이스의 유동특성 특성을 항복응력( $\tau_y$ ), 점도 parameter( $\eta_s$ ), rheological index( $n$ )로 나타낸다. 이 3가지 parameter가 EHL 성능에 미치는 영향을 아는 것은 그리이스의 제조 및 선택을 위해서 필요하다. Herschel-Bulkley 모델의 parameter들이 EHL 성능에 미치는 영향에 대한 연구는 등온 EHL 해석 결과들이 있으나[4,5] 온도의 영향을 고려한 연구결과는 아직 없다. 본 연구에서는 그리이스 유동특성 모델인 Herschel-Bulkley 모델의 parameter가 그리이스 윤활 EHL의 유막형상과 압력분포에 어떠한 영향을 주는지를 열탄성유체윤활해석을 통하여

보다 정확하게 알아보기 알아보고자 한다.

### 3 선접촉 열탄성유체윤활문제의 해석

#### 3-1 해석의 모델

본 연구는 무한장 선접촉 TEHL에 관한 연구로서, Fig.1에 나타낸 것처럼 각기 주속  $U_c$  및 반경  $R_1, R_2$ 를 가지는 2개의 원통이 단위 길이당  $w$ 의 부하력으로 밀고 있는 것 같은 계의 2차원 흐름 EHL을 해석의 대상으로 하며, (1) 정상 상태만을 고려하고, (2) pure rolling인 경우만 고려한다. Fig.2에 나타내는 것처럼 속도  $U_c$ 를 가지는 반무한체 평면에 주속  $U_c$ , 반경  $R$ 의 원통이 단위 길이당  $w$ 의 부하력으로 밀고 있는 것 같은 경우의 EHL문제도  $(1/R) = (1/R_1) + (1/R_2)$ 라고 하면 이 문제도 등가적으로 그림1과 같은 계로서 볼 수가 있다.

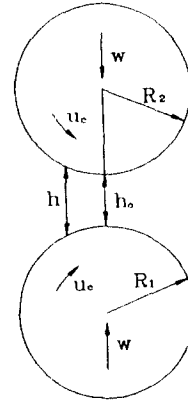


Fig. 1 Schematic of EHL contact

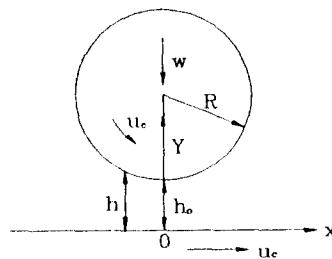


Fig.2 Equivalent cylinder

### 3-2 지배방정식

유체윤활의 기본방정식으로 알려져 있는 레이놀즈 방정식은 유체의 운동 방정식과 연속 방정식으로부터 유도된다. Fig.3은 두개의 원통 사이에서의 2차원 그리이스 윤활제의 흐름을 보여준다. 측면유출, 판성, 중력은 무시한다. pure rolling인 경우에 유막의 중심선 부근에서 윤활제의 전단 응력이 그리이스의 항복응력 보다 작아진다. 이때문에 유막의 두께방향으로 속도가 일정한 plug flow가 발생하게 된다. plug flow는 고체 내의 소성유동과는 다른 것으로서 유막의 입구부에서 접촉의 중심부로 갈수록 속도가 증가하며 압력구배가 0이 되는 접촉의 중심부에서는 plug flow가 유막을 가득 채우게 된다.

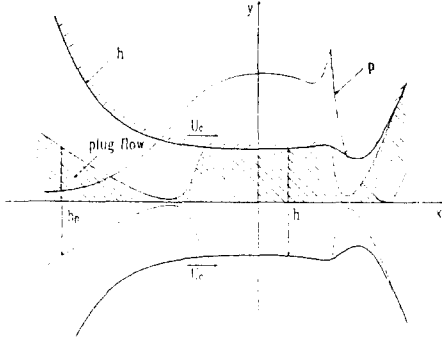


Fig.3 Schematic of EHL grease film

본 연구에서는 적은 변수를 사용하여 되도록 일반적인 해석을 행하기 위해 지배방정식을 무차원화한다. 사용한 무차원 변수는 다음과 같다.

$$X = \frac{x}{b}, Y = \frac{y}{a}, H = \frac{hR}{b^2}, P = \frac{p}{p_H}$$

$$\bar{\tau}_y = \frac{\tau_y}{\tau_{yo}}, T_Y = \frac{\tau_{yo}}{p_H}, \bar{\eta}_s = \frac{\eta_s}{\eta_{so}}, \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_o}$$

$$T = \frac{t}{t_o}, \bar{U} = \frac{\eta_{so}^m U_c}{E^m R}, W = \frac{w}{ER}, G = \alpha E$$

여기서,

$$m = \frac{1}{n}$$

$$b = \text{half Hertzian length} = R\sqrt{8W/\pi}$$

$p_H = \text{maximum Hertzian pressure}$

$$= \frac{E'b}{4R} = E'\sqrt{W/2\pi}$$

하첨자 o는 대기압 상태인 입구부를 의미한다.

Fig.3의 문제에 대해 무차원 레이놀즈 방정식을 유도하면 다음과 같이 나타내어진다.

(1)  $dP/dX > 0$  인 경우

$$f(X) = \left( \frac{1}{\bar{\eta}_s} \frac{dP}{dX} \right)^m \left( 1 - \frac{H_p}{H} \right)^{m+1} \cdot \left( 1 + \frac{1}{m+1} \frac{H_p}{H} \right) - K \frac{(\bar{\rho}H - \bar{\rho}_e H_e)}{\bar{\rho}H^{m+2}} \quad (2)$$

(2)  $dP/dX < 0$  인 경우

$$f(X) = - \left( - \frac{1}{\bar{\eta}_s} \frac{dP}{dX} \right)^m \left( 1 - \frac{H_p}{H} \right)^{m+1} \cdot \left( 1 + \frac{1}{m+1} \frac{H_p}{H} \right) - K \frac{(\bar{\rho}H - \bar{\rho}_e H_e)}{\bar{\rho}H^{m+2}} \quad (3)$$

여기서

$$K = 2^{(3m+1)} (m+2) U \left( \frac{\pi}{8W} \right)^{(2m+2)}$$

$$H_p = \begin{cases} 2T_Y \sqrt{\frac{\pi}{8W}} \frac{\bar{\tau}_y}{dP/dX}, & H_p \neq H \\ H & \end{cases}$$

$e$  는  $dP/dX = 0$  인 점을 의미한다.

한편, EHL 상태에서는 유막내에 발생하는 높은 압력으로 인하여 윤활유의 점도와 밀도가 대기압인 상태에 비하여 크게 차이가 난다. 본 연구에서는 고압에서 발생하는 윤활유의 점도 변화를 나타내는 여러 형태의 표현식 중에서 다음식과 같은 Barus식을 사용하고자 한다.

$$\bar{\eta}_i = \exp[\alpha p_H P_i - \gamma t_o (T_i - 1)]$$

$$= \exp[G P \sqrt{W/2\pi} - \gamma t_o (T_i - 1)] \quad (4)$$

$$\bar{\tau}_y = \exp[\alpha p_H P_i - \gamma t_o (T_i - 1)]$$

$$= \exp[G P \sqrt{W/2\pi} - \gamma t_o (T_i - 1)] \quad (5)$$

무차원 밀도는 다음과 같다.

$$\bar{\rho}_i = \left[ 1 + \frac{0.58 \times 10^{-9} p_H P_i}{1 + 1.68 \times 10^{-9} p_H P_i} \right] [1 - \epsilon t_o (T_i - 1)] \quad (6)$$

무차원 유막두께는 다음과 같다.

$$H = H_o + \frac{X^2}{2} - \frac{1}{2\pi} \int_{X_{in}}^{X_{out}} P(X') \ln(X - X')^2 dX' \quad (7)$$

이 (7)식의 계산은 Houpert와 Hamrock[10]의 방법을 사용하였다.

무차원 하중조건식은 다음과 같다.

$$\int_{X_{in}}^{X_{out}} P(X) dX = \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

무차원화된 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P=0 & \quad \text{at } X=X_{\min} \\ P=0 \text{ and } \frac{dP}{dX}=0 & \quad \text{at } X=X_{\max} \end{aligned} \quad (9)$$

유막 안에서의 온도 분포는 적절한 경계조건이 적용된 에너지 방정식을 풀어서 얻을 수 있다. 본 연구에서는 다음의 가정을 사용하여 에너지 방정식을 유도하였다.

- (1)  $k$ (열전도계수),  $c$ (비열),  $\beta$ (열팽창계수)는 온도와 압력에 대해 변하지 않는다고 가정한다.
- (2) 유막두께는 접촉부의 유막길이에 비해 작으므로(일반적인 EHL문제에서 유막두께에 대한 접촉길이 비는 100 이상이다), 구름 방향( $x$ )의 열전달은 유막두께 방향( $y$ )의 열전달 보다 매우 작다. 그래서  $y$ 방향의 열전달만을 고려한다.
- (3) 선접촉에 있어서 유막두께 방향의 열대류는 유막길이 방향 열대류에 비해 무시할 만큼 작다[11]. 따라서  $x$  방향의 열대류만을 고려한다.
- (4) 계산량을 줄이기 위하여 윤활유의 점도와 밀도는 유막두께 방향으로 일정하다고 가정하며, 이때 그 값은 식(10)과 같이 정의 되는 평균 온도( $t_m$ )에 의해 결정된다.

$$t_m(x) = \frac{1}{h} \int_0^h t(x,y) dy \quad (10)$$

또한 유막두께 방향의 온도 분포를 계산하지 않기 때문에  $\partial t/\partial x$ 을  $\partial t_m/\partial x$ 로 근사하여 사용한다.

- (5) 계산량을 줄이기 위하여 유막두께방향의 온도 분포를 포물선 온도 분포로 가정한다.

$$t(x,y) = t_s(x) + [t_c(x) - t_s(x)] \left[ 1 - \left( \frac{2y}{h} \right)^2 \right] \quad (11)$$

여기서  $t_c$ 는 유막 center line( $y=0$ )의 온도이다. 이 (10)식과 (11)식으로부터 다음의 온도분포를 구할 수 있다.

$$t(x,y) = t_s(x) + \frac{3}{2} [t_m(x) - t_s(x)] \left[ 1 - \left( \frac{2y}{h} \right)^2 \right] \quad (12)$$

이상의 가정을 사용하여 간략화한 무차원 에너지 방정식에 유막두께방향의 온도분포와 속도분포를 대입하고,  $-H/2 \sim H/2$ 에서  $y$ 에 대해 적분하면 다음의 (13), (14)식을 구할 수 있다.

- (1)  $dP/dX > 0$  인 경우

$$\begin{aligned} -\frac{(T_m - T_s)}{H} &= \left( K_{CV} \bar{\rho} \frac{\partial T_m}{\partial X} - K_{ACTm} \frac{dP}{dX} \right) \frac{\bar{\rho}_e H_e}{\bar{\rho}} \\ &- K_T \bar{\nu} \left( \frac{1}{\eta_e} \frac{dP}{dX} \right)^m (H-H_e)^{m+1} - K_E \bar{\nu} \left( \frac{1}{\eta_e} \frac{dP}{dX} \right)^{m+1} (H-H_e)^{m+2} \end{aligned} \quad (13)$$

- (2)  $dP/dX < 0$  인 경우

$$\begin{aligned} -\frac{(T_m - T_s)}{H} &= \left( K_{CV} \bar{\rho} \frac{\partial T_m}{\partial X} - K_{ACTm} \frac{dP}{dX} \right) \frac{\bar{\rho}_e H_e}{\bar{\rho}} \\ &- K_T \bar{\nu} \left( \frac{1}{\eta_e} \frac{dP}{dX} \right)^m (H-H_e)^{m+1} - K_E \bar{\nu} \left( \frac{1}{\eta_e} \frac{dP}{dX} \right)^{m+1} (H-H_e)^{m+2} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서

$$K_{CV} = \frac{\rho_0 c E^m R^2}{12 k \eta_{s0}^m} \bar{U} \left( \frac{8W}{\pi} \right)^{3/2}$$

$$K_{AC} = \frac{\beta E^{m+1} R^2}{48 k \eta_{s0}^m} \bar{U} \left( \frac{8W}{\pi} \right)^2$$

$$K_T = \frac{E^{m+1} R^2}{3 \cdot 2^{3m+4} (m+1) k t_0 \eta_{s0}^m} T_V \left( \frac{8W}{\pi} \right)^{m+5/2}$$

$$K_E = \frac{E^{m+1} R^2}{3 \cdot 2^{3m+5} (m+2) k t_0 \eta_{s0}^m} T_V \left( \frac{8W}{\pi} \right)^{m+3}$$

무차원 온도 경계 조건은

- (1)  $T(X,Y)=1$  for  $X=X_{\min}$

- (2) 경계 표면 온도

linear heat flow의 경우이고 moving heat source가 작용하는 반무한평면의 표면온도[12]는

$$T_s(X) = 1 + K_s \int_{X_{\min}}^X \frac{T_m - T_s}{H(X-X')^{1/2}} dX' \quad (15)$$

여기서

$$K_s = \frac{6k(\eta_{s0}^m)^{1/2}}{(\pi k_e \rho_e c_e \bar{U} E^m)^{(1/2)} R} \left( \frac{\pi}{8W} \right)^{3/4}$$

### 3-3 수치 해석

EHL 문제는 레이놀즈 방정식과 탄성 방정식을 동시에 해석해야 한다. 여기에, 윤활유의 점도는 압력에 따라서 지수 함수적으로 변하기 때문에 레이놀즈 방정식은 압력에 대해서 비선형성이 아주 강하다. 일반적으로 뉴턴-랩슨 방법(Newton-Raphson method)은 비선형문제의 수치 해석에 있어서 수렴성이 우수하며 체계적인 수치 해석이 가능하다고 알려져 있다[13]. 현재까지, 무한장 선접촉 EHL 문제의 해석에 사용된 방법중에서는 수렴성이 가장 우수하여 가장 많이 적용

되고 있는 수치 해석 방법이다. 이 방법은 다른 수치 해석 방법에 비하여 수치 해석을 가장 체계적으로 할 수가 있으며 수렴성도 우수하다.

본 연구에서는 EHL 문제의 해석에 유한차분법과 뉴우튼-람슨 방법을 적용하고자 한다. 이를 위하여 지배 방정식들을 유한차분형태로 표시한 후, 미지수인 격자점에서의 압력 등을 뉴우튼-람슨 방법으로써 구한다.

반복계산의 최종적인 수렴판정은 다음식으로 정의되는 오차( $\epsilon_P$ )가  $10^{-5}$ 이하로 되는 경우이다.

$$\epsilon_P = \frac{\sum_{i=1}^N |P_i^{(K+1)} - P_i^{(K)}|}{\sum_{i=1}^N |P_i^{(K+1)}|} \quad (15)$$

여기서  $K$ 는 반복계산 횟수이다. TEHL문제를 수치해석하기 위해서는 윤활제의 물성이 온도와 압력에 따라 변할 때의 레이놀즈 방정식과 탄성 방정식뿐만 아니라 에너지 방정식을 동시에 만족하도록 풀어야한다. 본 연구에서 에너지 방정식은 가우스-자이달 방법으로 푼다. 반복계산의 최종적인 수렴판정은 다음식으로 정의되는 오차( $\epsilon_T$ )가  $10^{-6}$ 이하로 되는 경우이다.

$$\epsilon_T = \frac{\sum_{i=1}^N |T_i^{(K+1)} - T_i^{(K)}|}{\sum_{i=1}^N |T_i^{(K+1)}|} \quad (16)$$

Fig.4에 열유체윤활해석을 위한 유통도를 나타내었다. Table 1은 계산에 사용된 값들이다.

#### 4 결과 및 고찰

Table 2, 3과 Fig.5 ~ Fig.8은 구성방정식이  $\tau = 139.3 + 21.98(du/dy)^{0.63}$ 인 그리이스를 윤활제로 사용하고 material parameter  $G=2500$ , load parameter  $W=2.00771 \times 10^{-5}$  ( $P_H=0.4$  GPa)일 때 speed parameter  $\bar{U}$ 를 변화시켜가며 동온EHL 해석 결과와 TEHL 해석 결과를 비교한 것이다.

Fig 9, 10은 speed parameter  $\bar{U}$ 가  $6.6885 \times 10^{-14}$  ( $U_c=10$  m/s)일 때 동온 EHL 해석결과와

TEHL 해석결과를 비교한 그림이다.

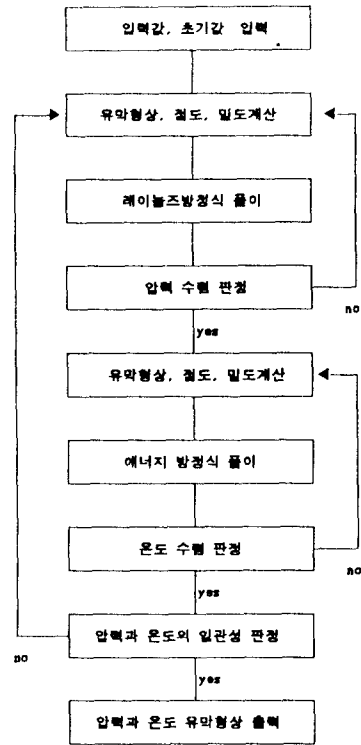


Fig.4 Flow chart

equivalent radius(R), m	0.02
inlet temperature of lubricant( $t_0$ ), K	313
inlet density of lubricant( $\rho_0$ ), kg/m <sup>3</sup>	919
pressure-viscosity coefficient( $\alpha$ ), Pa <sup>-1</sup>	1.136E-8
temperature-viscosity coefficient( $\gamma$ ), K <sup>-1</sup>	0.04666
coefficient of lubricant thermal expansivity( $\beta$ ), K <sup>-1</sup>	1.65E-4
thermal conductivity of lubricant( $k$ ), W/m · K	0.1457
specific heat of lubricant( $c$ ), J/kg · K	2306
thermal conductivity of cylinder( $k_c$ ), W/m · K	47
specific heat of cylinder( $c_c$ ), J/kg · K	460
density of cylinder( $\rho_c$ ), kg/m <sup>3</sup>	7850
yield stress of grease( $\tau_{y0}$ ), Pa	139.3
viscosity parameter of grease( $\eta_{y0}$ ), Pa s <sup>n</sup>	21.98
rheological index(n)	0.63

Table 1 cylinder and lubricant properties

speed parameter $\bar{U}$	rolling speed [m/s]	nondimension isothermal min. film thickness $H_{min}$	nondimension thermal min. film thickness $H_{min}$	ratio of thermal to isothermal film thickness
$6.6885 \times 10^{-15}$	1	0.52046	0.51359	0.98680
$1.3377 \times 10^{-14}$	2	0.76107	0.73648	0.96768
$3.3442 \times 10^{-14}$	5	1.24051	1.08393	0.87378
$6.6885 \times 10^{-14}$	10	1.75790	1.28004	0.72817
$1.3377 \times 10^{-13}$	20	2.44891	1.39257	0.56865
$2.0065 \times 10^{-13}$	30	2.94938	1.50133	0.50903

Table 2 Isothermal min. film thickness and thermal min film thickness

$$W = 2.0771 \times 10^{-5} \text{ (} P_H=0.4\text{GPa), } G = 2500$$

$$\tau = 139.3 + 21.98 (du/dy)^{0.63}$$

speed parameter $\bar{U}$	rolling speed [m/s]	mean film temperature rise, K	surface temperature rise, K
$6.6885 \times 10^{-15}$	1	0.5462	0.2714
$1.3377 \times 10^{-14}$	2	1.5531	0.5534
$3.3442 \times 10^{-14}$	5	6.0012	1.3293
$6.6885 \times 10^{-14}$	10	15.362	2.253
$1.3377 \times 10^{-13}$	20	38.046	2.7935
$2.0065 \times 10^{-13}$	30	50.267	2.5669

Table 3 Mean film temperature rise and surface temperature rise

$$W = 2.0771 \times 10^{-5} \text{ (} P_H=0.4\text{GPa), } G = 2500$$

$$\tau = 139.3 + 21.98 (du/dy)^{0.63}$$

Table 4와 Fig. 11 ~ Fig. 12는 항복응력  $\tau_y$ 가 EHL 성능에 미치는 영향을 알아보기 위해  $\bar{U} = 6.6885 \times 10^{-14}$  ( $U_c=10\text{m/s}$ ),  $W=2.0771 \times 10^{-5}$  ( $P_H=0.4\text{GPa}$ ),  $G=2500$  일 때 구성 방정식이  $\tau = \tau_y + 21.98 (du/dy)^{0.63}$  인 그리이스에서 항복응력  $\tau_y$ 를 변화 시켜가며 계산한 결과이다. TEHL 해석의 경우에도 동은 EHL 해석[4,5]에서처럼 압력분포, 유막형상이

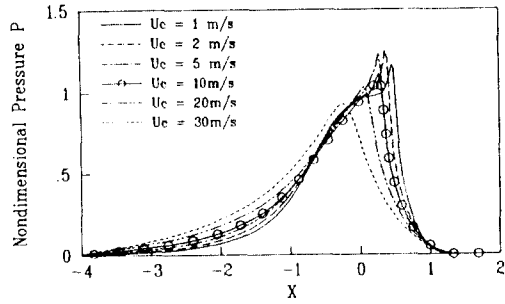


Fig.5 Pressure distribution for different  $\bar{U}$   
 $W=2.0771 \times 10^{-5}, G=2500, \tau = 139.3 + 21.98 (du/dy)^{0.63}$

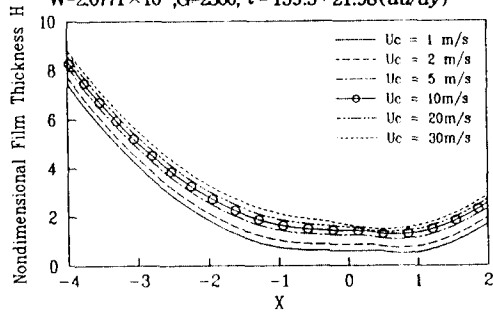


Fig.6 Film shape for different  $\bar{U}$   
 $W=2.0771 \times 10^{-5}, G=2500, \tau = 139.3 + 21.98 (du/dy)^{0.63}$

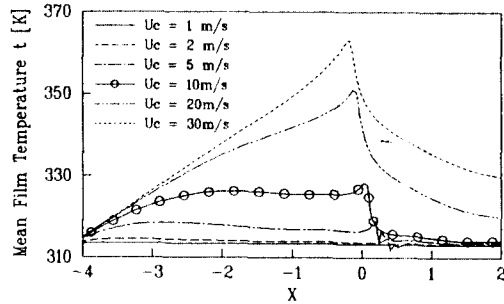


Fig.7 Mean film temperature for different  $\bar{U}$   
 $W=2.0771 \times 10^{-5}, G=2500, \tau = 139.3 + 21.98 (du/dy)^{0.63}$

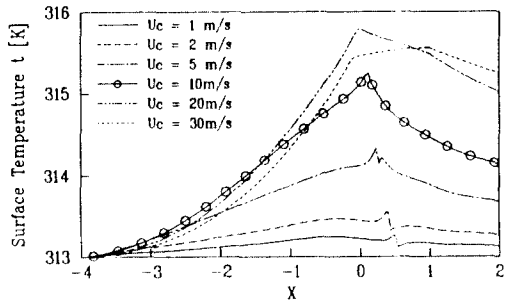


Fig.8 Surface temperature for different  $\bar{U}$   
 $W=2.0771 \times 10^{-5}, G=2500, \tau = 139.3 + 21.98 (du/dy)^{0.63}$

항복응력  $\tau_y$ 의 변화에 거의 영향을 받지 않고 있음을 보여주고 있다.

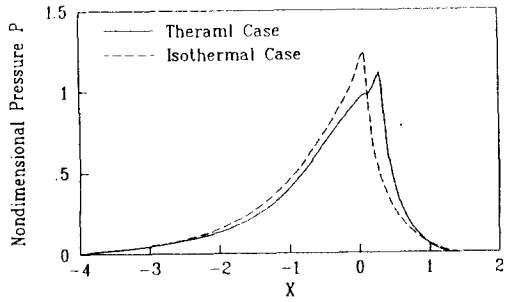


Fig.9 Pressure distribution  
 $\bar{U}=6.6885 \times 10^{-14}, W=2.0771 \times 10^{-5}, G=2500$   
 $\tau = 139.3 + 21.98(du/dy)^{0.63}$

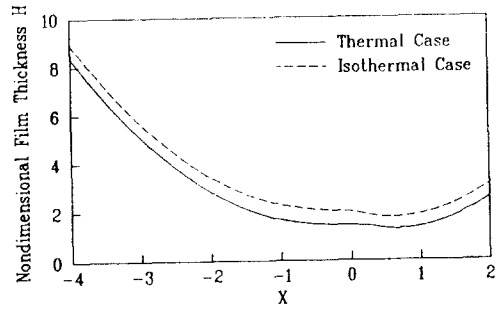


Fig.10 Film shape  
 $\bar{U}=6.6885 \times 10^{-14}, W=2.0771 \times 10^{-5}, G=2500$   
 $\tau = 139.3 + 21.98(du/dy)^{0.63}$

Table 5와 Fig.11, Fig.12은 걸보기 점도  $\eta_s$ 가 EHL 성능에 미치는 영향을 알아보기 위해  $U_c=10$  m/s,  $W=2.0771 \times 10^{-5}$  ( $P_H=0.4$ GPa),  $G=2500$  일 때 구성 방정식이  $\tau = 139.3 + \eta_s(du/dy)^{0.63}$ 인 그리이스에서 점도 parameter  $\eta_s$ 를 변화시켜가며 계산한 결과이다. 점도 parameter  $\eta_s$ 가 증가함에 따라서, 오일 윤활에서 점도가 커질 때의 경향과 같이, 유막두께가 두꺼워지는 경향을 보여주고 있다.

Table 6과 Fig.13, 14는 rheological index  $n$ 이 EHL 성능에 미치는 영향을 알아보기 위해  $U_c=10$  m/s,  $W=2.0771 \times 10^{-5}$  ( $P_H=0.4$ GPa),  $G=2500$  일 때 구성 방정식이  $\tau = 139.3 + 21.98(du/dy)^n$ 인 그리이스에서 rheological index  $n$ 을 변화시켜가며 유막에서의 온도분포와 경계 표면 온도를 계산한 결과이다. rheological index  $n$ 이 증가함에 따라 유막두께가 두꺼워지고 유막내의 온도와 경계 표면 온도가 높아지는 경향을 보여주고 있다.

이상의 결과를 살펴보면 Herschel-Bulkley 모델 그리이스의 rheological parameter의 EHL 성능에 미치는 영향은 온도의 영향을 고려하여 주어도 정성적으로는 동온 EHL 해석의 결과[4,5]와 같다는 것을 알 수 있다. 즉, 항복응력  $\tau_y$ 는 그리이스 EHL 문제의 입력분포, 유막형상에 영향을 주지 못하지만 무차원 속도 parameter  $\bar{U}$ 에 포함되어 있는 rheological index  $n$ 과 점도 parameter

speed parameter $\bar{U}$	yield stress $\tau_{yo}$ [Pa]	nondimension isothermal min. film thickness $H_{min}$	nondimension thermal min. film thickness $H_{min}$	ratio of thermal to isothermal film thickness
$6.6885 \times 10^{-14}$	0	1.757586	1.279873	0.72820
$6.6885 \times 10^{-14}$	139.3	1.757895	1.280042	0.72817
$6.6885 \times 10^{-14}$	300	1.758580	1.280363	0.72807
$6.6885 \times 10^{-14}$	1000	1.761882	1.28204	0.72765

Table 4 Isothermal min. film thickness and thermal min film thickness  
 $W = 2.0771 \times 10^{-5}$  ( $P_H=0.4$ GPa),  $G = 2500$   
 $\tau = \tau_y + 21.98(du/dy)^{0.63}$

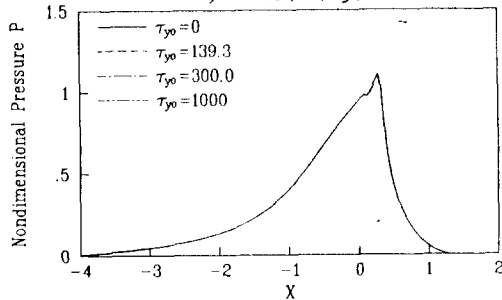


Fig.11 Pressure distribution

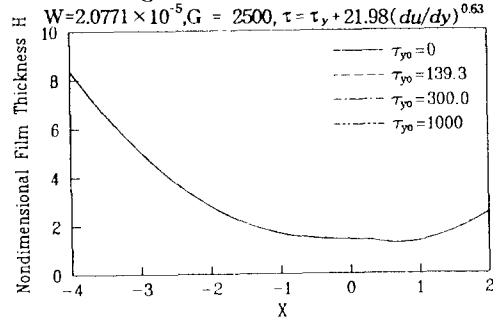


Fig.12 Film shape  
 $W=2.0771 \times 10^{-5}, G = 2500, \tau = \tau_y + 21.98(du/dy)^{0.63}$

$\eta_s$ 는 그리이스 EHL 문제의 압력분포, 유막형상에 영향을 주고 있음을 보여주고 있다.

### 5. 결론

본 연구에서는 Herschel-Bulkley 모델을 이용하여 그리이스 윤활 TEHL 문제를 수치 해석하여 아래와 같은 결과를 얻었다.

- (1) 운전속도가 빠를 경우에는 온도에 의한 그리이스 윤활제의 점도 변화를 무시할 수 없다.
- (2) Herschel-Bulkley 모델 그리이스의 rheological parameter 중에서 항복응력( $\tau_y$ )이 TEHL 최소유막두께에 미치는 영향은 무시할 수 있다.
- (3) TEHL 최소유막두께는 Herschel-Bulkley 모델 그리이스의 rheological index  $n$ 과 점도 parameter  $\eta_s$ 에 의해 크게 영향을 받는다.

### 참 고 문 헌

1. Dowson, D. and Higginson, G.R., "A Numerical Solution to the Elastohydrodynamic Problems", J. of Mech. Eng. Sci., Vol. 1, 1959, pp6-15.
2. Kauzlarich, J. J., Greenwood, J. A., "Elastohydrodynamic Lubrication With Herschel-Bulkley Model Greases", ASLE Trans., Vol. 15, No. 4, 1972, pp.269-277.
3. Wada, S., Hayashi, H., Haga, K., Kawakami, Y. and Okajima, M., "Elastohydrodynamic Lubrication of a Bingham Solid", Bull. JSME, Vol.20, No.139, 1977, pp.110-115.
4. Jonkisz, W. and Krzeminski-Freda, H., "Pressure Distribution and Shape of an Elastohydro-Dynamic Grease Film", Wear, Vol.55, 1979, pp.81-89.
5. Jonkisz, W. and Krzeminski-Freda, H.,

speed parameter $\bar{U}$	viscosity parameter $\eta_{ho}$ [Pa]	nondimension isothermal min. film thickness $H_{min}$	nondimension thermal min. film thickness $H_{min}$	ratio of thermal to isothermal film thickness
$1.9161 \times 10^{-14}$	10	0.9263404	0.7711623	0.83248
$6.6885 \times 10^{-14}$	21.98	1.757895	1.280042	0.72817
$1.0969 \times 10^{-13}$	30	2.229948	1.552752	0.69632
$1.7301 \times 10^{-13}$	40	2.756879	1.860789	0.67496

Table 5 Isothermal min. film thickness and thermal min film thickness

$$W = 2.0771 \times 10^{-5} (P_H = 0.4 \text{ GPa}), G = 2500$$

$$\tau = 139.3 + \eta_s (du/dy)^{0.63}$$

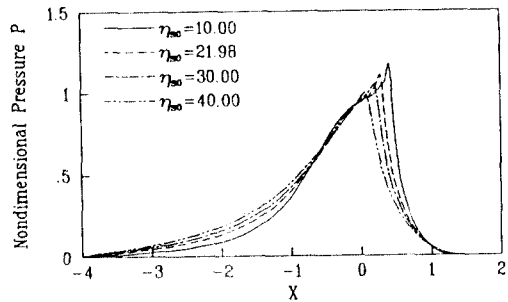


Fig.13 Pressure distribution

$$W = 2.0771 \times 10^{-5}, G = 2500, \tau = 139.3 + \eta_s (du/dy)^{0.63}$$

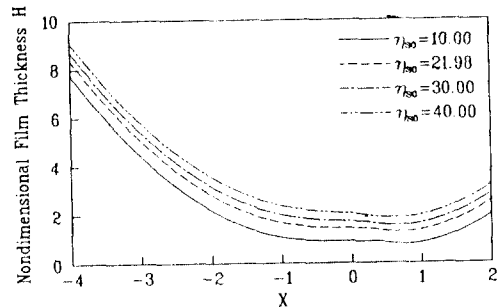


Fig.14 Film shape

$$W = 2.0771 \times 10^{-5}, G = 2500, \tau = 139.3 + \eta_s (du/dy)^{0.63}$$

"The Properties of Elastohydrodynamic Grease Films", Wear, Vol. 77, pp. 277-285, 1982.

6. Zhu, W. S., Neng, Y. T., "A Theoretical and Experimental Study of EHL Lubricated With Grease", ASME Journal of Tribology, Vol.110, No.1, 1988, pp.38-43.



7. Dong, D. and Qian, X., "A Theory of Elastohydrodynamic Grease-Lubricated Contact Based on a Refined Rheological Model", Tribology International, Vol.21, No.5, 1988, pp.261-267.
8. Palacios, J. M. and Palacios, M. P., "Rheological Properties of Greases in EHD Contacts", Tribology International, Vol.17, No.3, 1984, pp.167-171.
9. Pavlov, V.P., and Vinogradov, G.V., "Generalized Characteristics of Rheological Properties of Greases", Lubrication Engineering, vol. 21, 1965, pp.479-484.
10. Houpert, L., Hamrock, B., "Fast Approach for Calculating Film Thicknesses and Pressures in Elastohydrodynamically Lubricated Contacts at High loads", ASME Journal of Tribology, Vol. 108, 1986, pp.411-420.
11. Cheng, H. S. and Sternlicht, B., "A Numerical Solution for the Pressure, Temperature, and Film Thickness Between Two Infinitely Long, Lubricated Rolling and Sliding Cylinders, Under Heavy Loads," ASME Journal of Basic Engineering, pp.695-707, 1965.
13. Carslaw, H.S. and Jaeger, J. C., Conduction of Heat in Solids, 1959, Oxford University Press, Oxford, UK.
14. Okamura, H., "A Contribution to the Numerical Analysis of Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication", Proceedings of the 9th Leeds-Lyon symposium on Tribology, Butterworths, Guilford, England, 1982, pp.313-320.

speed parameter $\bar{U}$	rheological index $n$	nondimension isothermal min. film thickness $H_{min}$	nondimension thermal min. film thickness $H_{min}$	ratio of thermal to isothermal film thickness
$1.0756 \times 10^{-14}$	0.60	1.211236	0.9387794	0.77506
$6.6885 \times 10^{-14}$	0.63	1.757896	1.280042	0.72817
$3.5225 \times 10^{-13}$	0.66	2.463286	1.695883	0.68846
$2.5864 \times 10^{-13}$	0.70	3.680469	2.454526	0.66691

Table 6 Isothermal min. film thickness and thermal min film thickness

$$W = 2.0771 \times 10^{-5} \quad (P_H = 0.4 \text{ GPa}), \quad G = 2500$$

$$\tau = 139.3 + 21.98(du/dy)^n$$

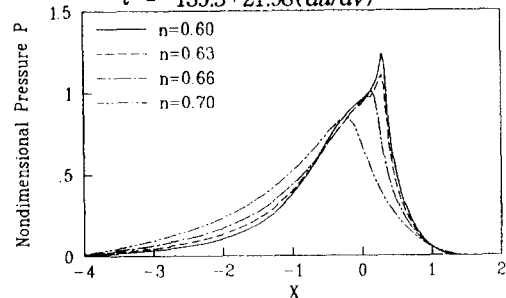


Fig.11 Pressure distribution

$$W = 2.0771 \times 10^{-5}, \quad G = 2500, \quad \tau = 139.3 + 21.98(du/dy)^n$$

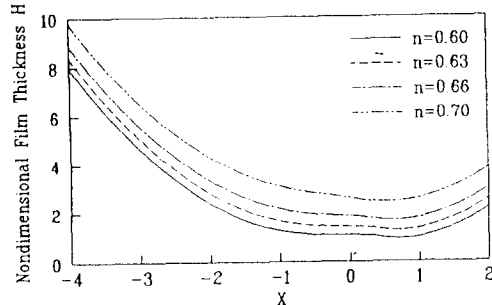


Fig.12 Film shape

$$W = 2.0771 \times 10^{-5}, \quad G = 2500, \quad \tau = 139.3 + 21.98(du/dy)^n$$