피스톤 형상이 유압 피스톤 펌프에 미치는 영향

박 태 조 (경상대학교 기계공학과)
이 정 오 (한국과학기술원 정밀공학과)

1. 서 론

고압하에서 고속으로 작동하는 유압 피스톤 펌프(hydraulic piston pump) 또는 모터(motor) 등의 유압기계(hydrostatic machine)에서 피스톤과 실린더 사이의 간극(clearance)을 흐르는 유압유(hydraulic oil)의 유동에 관한 연구는 이러한 유압기계의 피스톤부 설계에서 특히 중요하다. 피스톤은 실린더의 축에 대하여 편심된 상태로 고속으로 왕복운동을 하기 때문에 간극을 흐르는 유압유에 의해서 비대칭적인 압력이 피스톤의 원주방향으로 형성되고, 그 결과 피스톤 축에 수직으로 작용하는 힘인 측력(lateral force)이 발생한다. 이러한 유체역학적인 측력 때문에 피스톤이 실린더 내벽으로 더욱 밀리게 되는 경우가 발생할 수 있고, 이 때 피스톤과 실린더 사이의 마찰은 증대함과 아울러 경우에 따라서는 실린더의 내벽이 파손되기도 한다[1-2]. 한편, 간극을 흐르는 유압유의 누설유량(leakage flow rate)은 유압펌프의 용적효율(volumetric efficiency)을 저하시키게 된다.

이와 같이 간극에서의 유압유의 유동에 관한 정확한 현상규명은 유압기계의 수명과 효율의 향상을 위해서 유압제어분야에서 연구의 필요성이 제기되어 왔다[3-4]. 그러나, 현재까지 이 분야에서 제기되고 있는 다른 많은 부분의 유체역학적인 문제의 경우와 마찬가지로 유압펌프나 모터의 간극에서의 유체유동에 관한 신빙성 있는 연구는 거의 없고, 실제의 설계는 시행착오적인 방법에 의한 실험에 거의 의존하고 있는 실정이다[5-7]. 더구나, 지금까지의 이론적인 연구는 실린더가 완전한 원통(cylinder) 이거나 테이퍼가 진(tapered) 형상에 대한 결과에 한정되어 있다[8-16]. 그러나, 피스톤 펌프에서 피스톤이나 실린더는 가공상의 문제, 장시간 사용 등에 기인 한 마모 등으로 인하여 이들이 앞에서 언급한 형상으로 가정할 수가 없는 복잡한 형상을 하고 있다. 실제로, 피스톤의 설계 및 제작시에 고압측과 인접하는 피스톤의 선단부에는 인위적으로 국부적인 테이퍼 형상을 부여하는 경우도 보고되고 있지만[7] 이에 대한 이론적인 근거는 제시되지 않고 있다.

본 연구에서는 원통형 피스톤이 원통부와 테이퍼가 진 부분으로 나누어져 있는 복합(composite) 형상의 피스톤에 대한 이론해석을 수행하여 피스톤의 형상이 유압 피스톤 펌프의 윤활성능에 미치는 영향을 조사하고자 한다.

2. 기본방정식

2.1 레이놀즈 방정식

본 연구에서 해석을 위한 피스톤의 이론 모델을 Fig.1에 나타내었다. 피스톤은 고압측(p_n)에 접하는 부분이 테이퍼가 진 복합형상으로서 실린더 내를 일정속도 U로 직선운동하고 있다. 실린더와 피스톤 사이의 박막유동을 등온상태하에서 정상상태, 비압축성 유동으로 가정하면, 운동방정식은 다음의 레이놀즈 방정식으로 주어진다.

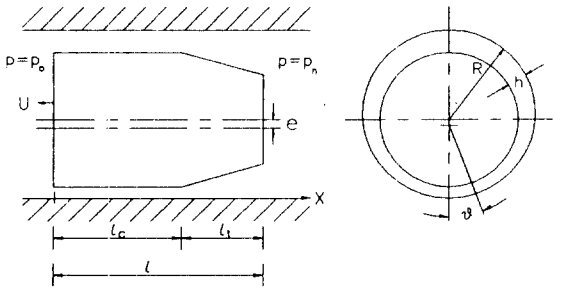

Fig.1 Geometry of a composite-shape piston

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial \theta}\right)=6U\frac{\partial h}{\partial x} \qquad (1)$$

여기서, h 는 피스톤과 실린더 사이의 간극인 유막두께이며, μ는 유압유의 점도이다.

피스톤의 양단에 작용하는 압력은 다음과 같다.

$$x = 0 \quad p = p_o \quad ; \quad x = l \quad p = p_n \qquad (2)$$

2.2 유막두께식

Fig.1과 같이 실린더의 중심축에 대하여 피스톤이 e 만큼 균일하게 편심된 경우의 유막두께 h 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} h &= c_o - e\cos\theta && 0 \le x \le l_c \\ &= c_o - e\cos\theta + (c_n - c_o)(x - l_c)/l_t && l_c \le x \le l \end{aligned} \qquad (3)$$

여기서 l_c 와 l_t 는 피스톤의 원통부 및 테이퍼부의 길이이며, c_o, c_n 는 각각 동심상태에서의 x=0 및 x=l 에서의 간극이다.

2.3 유압유의 점도식

피스톤 펌프의 작동유로는 석유계 오일(mineral oil)이 주로 사용되며 이것의 점도는 압력에 따라서 다음식과 같이 변화한다[3].

$$\mu = \mu_o \exp(\alpha p) \qquad (4)$$

여기서, μ_o와 α는 각각 대기압 상태에서의 점도 및 유압유의 압력-점도계수 (pressure-viscosity coefficient)이다.

2.4 하중 및 누설유량

피스톤에 작용하는 측력과 피스톤과 실린더 사이의 간극을 통하는 유압유의 누설유량은 각각 다음식과 같이 표현된다.

$$w = 2R\int_o^{\pi}\int_o^{l} p\cos\theta\, d\theta\, dx \qquad (5)$$

$$q = 2R\int_o^{\pi}\left(\frac{Uh}{2} - \frac{h^3}{12\mu}\frac{dp}{dx}\right) d\theta \qquad (6)$$

3. 이 론 해 석

3.1 무차원화

해석을 간단히 하기 위하여 다음과 같은 무차원변수를 도입한다.

$$\begin{aligned} &X = x/l, \quad H = h/c_o, \quad P = (p-p_o)/p_d, \\ &Cl = l_c/l, \quad Tl = l_t/l, \quad \bar{\mu} = \mu/\mu_o, \\ &G = \alpha p_d, \quad \varepsilon = e/c_o, \quad k_n = c_n/c_o, \\ &L = l/R, \quad W = w/\pi R^2 p_d, \quad \dot{Q} = 6\mu_o q l/\pi R c_o^3 p_d \\ &\lambda = 6\mu_o U l/c_o^2 p_d \end{aligned} \qquad (7)$$

식(4)를 식(1)에 포함시켜 무차원화하면 레이놀즈 방정식은 다음식으로 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(H^3 e^{-GP}\frac{\partial P}{\partial X}\right) + L^2\frac{\partial}{\partial \theta}\left(H^3 e^{-GP}\frac{\partial P}{\partial \theta}\right) = \lambda\frac{\partial H}{\partial X} \qquad (8)$$

윗식은 미지수인 무차원압력 P에 대한 비선형 미분방정식이지만, 이를 다음의 식(9)를 사용하여 새로운 변수 $\bar{P}$로 치환하면 식(10)과 같은 선형 미분방정식으로 바꿀 수 있다.

$$\bar{P} = \frac{1}{G}(1 - \exp(-G\bar{P})) \qquad (9)$$

여기서, $G \to 0$ 이면 $\bar{P} \to P$ 이다.

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(H^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial X}\right) + L^2 \frac{\partial}{\partial \theta}\left(H^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta}\right) = \lambda \frac{\partial H}{\partial X} \qquad (10)$$

윗식은 등점도인 경우의 레이놀즈 방정식과 동일한 형태이다. 이 때, 경계조건은

$$X = 0 \quad \bar{P} = \bar{P}_o, \quad X = 1 \quad \bar{P} = \bar{P}_n \qquad (11)$$

식(3)과 식(5)-식(6)의 무차원 형태는 각각 다음의 식(12)-식(14)와 같다.

$$\begin{aligned} H &= 1 - \varepsilon\cos\theta && 0 \le X \le C1 \\ &= 1 - \varepsilon\cos\theta + (k_n - 1)(X - C1)/T1 && C1 \le X \le 1 \end{aligned} \qquad (12)$$

$$\frac{W}{L} = \frac{2}{\pi}\int_o^{\pi}\int_o^1 P\cos\theta \, d\theta \, dX \qquad (13)$$

$$Q = \frac{1}{\pi}\int_o^{\pi}\left(\lambda H - H^3 \frac{d\bar{P}}{dX}\right) d\theta \qquad (14)$$

3.2 해석방법

식(10)에 대한 해석적(analytic)인 해는 구하기가 어렵기 때문에 수치해석적인 방법을 이용해야만 한다. 그러나, 피스톤의 길이가 반경에 비하여 짧거나($L < 1$) 피스톤의 편심률(ε)이 작은 경우에 식(10)을 다음식으로 근사화할 수 있다[13].

$$\frac{d}{dX}\left(H^3 \frac{d\bar{P}}{dX}\right) = \lambda \frac{dH}{dX} \qquad (15)$$

이 경우에는 해석적인 해가 가능하므로 본 연구에서는 윗식으로 문제를 해석하고자 한다. 식(11)의 압력조건 및 식(12)의 유막형상에 대한 윗식의 해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \bar{P}_o + (\bar{P}_g - \bar{P}_o)X / C1 && 0 \le X \le C1 \\ &= \bar{P}_g - (\bar{P}_g - \bar{P}_n)\frac{H_n^2}{H_n^2 - H_o^2}\left(1 - \frac{H_o^2}{H^2}\right) && C1 \le X \le 1 \end{aligned}$$

$$+ \frac{\lambda}{H_n - H_o}\left(-\frac{1}{H} + \frac{H_o H_n}{H^2(H_o + H_n)} + \frac{1}{H_o + H_n}\right) \qquad (16)$$

여기서,

$$\bar{P}_g = \frac{T1H_o(H_o + H_n)\bar{P}_o + 2C1H_n^2\bar{P}_n + \lambda C1T1(1 - H_n/H_o)}{T1H_o(H_o + H_n) + 2C1H_n^2} \qquad (17)$$

따라서, 무차원 압력분포 P는 식(9)의 관계식으로부터 구할 수 있다.

유압유의 점도가 일정한 경우의 측력은 다음의 식(18)과 같이 나타낼 수 있으나 점도가 압력에 따라서 변하는 경우에는 식(13)을 수치적분해야 한다.

$$\begin{aligned} \frac{W}{L} &= \frac{(k_n - 1)T1P_n}{2\varepsilon}\left\{\frac{1 + k_n}{\sqrt{(1 + k_n)^2 - 4\varepsilon^2}} - 1\right\} \\ &+ \frac{2\lambda T1^2}{(k_n - 1)\varepsilon}\left\{\frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2} - \sqrt{k_n^2 - \varepsilon^2}}{k_n - 1} + \frac{1 + k_n}{\sqrt{(1 + k_n)^2 - 4\varepsilon^2}}\right\} \\ &+ \frac{1}{\pi}\int_o^{\pi} P_g\{1 - (k_n - 1)T1/(H_o + H_n)\}\cos\theta d\theta \end{aligned} \qquad (18)$$

한편, 누설유량은 다음식과 같이 정리된다.

$$Q = \lambda + \bar{P}_o(1 + 1.5\varepsilon^2) - \frac{1}{\pi C1}\int_o^{\pi} \bar{P}_g H_o^3 d\theta \qquad (19)$$

여기서, 식(18)과 식(19)의 마지막항들은 수치적분으로 구한다.

4. 결과 및 고찰

Fig.2 와 Fig.3은 피스톤의 테이퍼부 길이에 따른 피스톤 길이방향의 압력분포를 원주방향으로 $\theta = 0°$ 와 $\theta = 180°$ 인 위치에 대하여 완전히 테이퍼가 진 경우($T1 = 1.0$)의 결과와 비교하여 각각 나타낸 것이다. 테이퍼부의 길이에 따라서 압력분포

가 크게 달라짐을 알 수 있다. Fig.4는 유압유의 점도특성이 압력분포에 미치는 영향을 보이기 위한 결과로서 점도특성의 영향이 크다는 것을 알 수 있다[14].

Fig.5 와 Fig.6은 테이퍼부 길이의 변화에 따른 측력과 누설유량의 변화를 점도가 압력에 따라 변화하는 경우의 결과와 비교하여 각각 나타낸 것이다. 특히, Fig.5에서는 조건에 따라서 측력이 최대로 되게 하는 테이퍼부 길이가 존재함을 보이고 있다. 제시된 조건하에서 측력은 편심된 피스톤을 실린더의 중앙으로 보내려는 힘인 centering force로서 작용하며, 점도가 압력에 따라서 변화하는 경우에는 그 크기가 더욱 크다. 한편, 테이퍼 진 부분이 길어질수록 누설유량은 점차 증대되나 점도가 변하는 경우에는 일정한 경우에 비하여 상대적으로 작다.

Fig.7 과 Fig.8은 피스톤의 테이퍼비에 따른 측력과 누설유량의 변화를 테이퍼부 길이가 다른 경우에 대하여 서로 비교한 결과이다. 주어진 조건하에서 측력이 최대로 되게 하는 피스톤의 테이퍼비가 존재하며, 완전히 테이퍼가 진 피스톤과 비교하여 복합형상의 피스톤에서의 테이퍼비의 증가에 따른 누설유량의 증가율이 상대적으로 아주 작은 것이 특징적인 결과이다. 이는 피스톤 펌프에서의 용적효율을 향상시키기 위해서는 복합형상의 피스톤을 채택하는 것이 유리함을 의미한다.

Fig.9 및 Fig.10은 무차원변수 λ의 변화에 따른 측력과 누설유량의 변화를 테이퍼부의 길이가 서로 다른 경우에 대하여 나타낸 결과이다. 측력과 누설유량은 λ에 따라서 거의 직선적으로 변화하고 있다[13]. 여기서, λ 가 - 이라는 것은 Fig.1 에 나타낸 피스톤이 그림과 반대방향인 고압측으로 운동함을 의미하며, 이 경우에 측력은 피스톤에 centering force로서 작용하고 있다. 그러나, 저압측으로의 운동속도가 증대하는 경우에 측력은 반대로 locking force로 작용하고 있다. 이와 같이 피스톤이 운동하는 경우(hydrodynamic)에서의 결과들은 $\lambda = 0$인 유체정압(hydrostatic)인 경우와 비교하여 아주 큰 차이를 보이고 있으므로 피스톤의 설계시에는 펌프의 토출압력만을 기준으로 할 것이 아니라 피스톤의 운동을 고려한 윤활해석이 필수적임을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 피스톤의 형상이 고압하에서 고속으로 작동하는 유압 피스톤 펌프내에 미치는 영향을 이론적으로 해석하였다. 이를 위하여 일부분이 테이퍼가 진 복합형상의 피스톤이 실린더 내를 운동할 때, 피스톤의 테이퍼부 길이와 테이퍼 비 및 피스톤의 운동속도 등에 따른 간극내에서 발생하는 압력의 분포, 피스톤에 작용하는 측력 및 누설유량의 변화를 조사하였다. 이 결과, 피스톤의 형상에 따라서 압력분포, 측력 및 누설유량은 크게 달라짐을 보였다. 특히, 측력이 최대로 되는 피스톤의 테이퍼부 길이 및 테이퍼 비가 존재하였다. 따라서, 본 연구에서 제시한 이론적인 해석방법은 피스톤 펌프나 모터의 피스톤부 설계에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

1. Dowd, J.R. and Barwell F.T., Tribological Interaction between Piston and Cylinder of a Model High Pressure Hydraulic Pump, *ASLE Trans.*, Vol.18, pp.21-30, 1975.
2. Yamaguchi, A., Motion of the Piston in Piston Pumps and Motors : The Case of Metallic Contact, *JSME Int. Journal*, Vol.33, pp.627-633, 1990.
3. Viersma, T.J., Analysis, Synthesis and Design of Hydraulic Servosystems and Pipe-

lines, Elsevier, 2nd ed., 1990.
4. Meritt, H.E., Hydraulic Control Systems, John Wiley & Sons, 1967.
5. Ivantysynova, M., Theoretische und experimentalle Untersuchungen zu einen neuen Kolbentyp bei Axko-Maschinen, Fachtagung Hydraulik und Pneumatik, Magdeburg, 1985.
6. Backé, W., Grundlagen der Ölhydraulik, IHP, RWTH Aachen, 1988.
7. Backé, W. and Rinck, S., Analysis der Schadenmechanismen an einer Radial-kolbenpumpe und Berechnung der durch Konstruktive Verbesserungen erzielbaren Kolbenkräfteverringerung, Research Report, IHP, RWTH Aachen, 1990.
8. Dransfield, P. and Bruce, D.M., Leakage Flow rate past Pistons of Oil Hydraulic System Components, *J. of Aircraft*, Vol.5, pp.156-160, 1967-68.
9. Hessey, M.F., Martin, B.P. and Brighton, D.K. Hydraulic Lock Forces on Tapered Pistons, *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol.184, pp.983-992, 1969-1970.
10. Etsion, I. and Pinkus, O., The Hydrodynamics of a Plug Bearing, Trans. ASME, *J. of Lub. Tech.*, Vol.98, pp.433-440, 1976.
11. Lee, C.O. und Park, T.J., Querkräfte an hydraulischen Ventilen mit mehreren Umfangsnuten, *Ölhydraulik und Pneumatik*, Vol.34, pp.269-274, 1990.
12. Meikandan, N., Raman, R., Singaperumal, M. and Seetharamu, K.N., Theoretical Analysis of Tapered Pistons in High Speed Hydraulic Actuators, *WEAR*, Vol.137, pp.299-321, 1990.
13. Park, T.J. and Lee, C.O., Analysis of Hydro-dynamic lateral Forces Acting on Grooved Pistons in Hydraulic Piston Pumps, *J. of KSLE*, Vol.8, pp.44-49, 1992
14. Park, T.J. and Lee, C.O., Hydrodynamic Lateral Force on a Tapered Piston Subjected to a Large Pressure Gradient, *Proc. of 3rd ICFP*, pp.44-48, Int. Academic Pub., 1993.

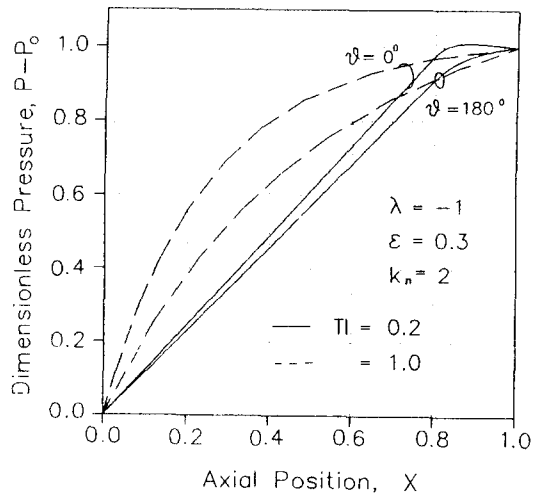

Fig.2 Pressure distribution along the piston. Tl=1 corresponds to the case of tapered piston.

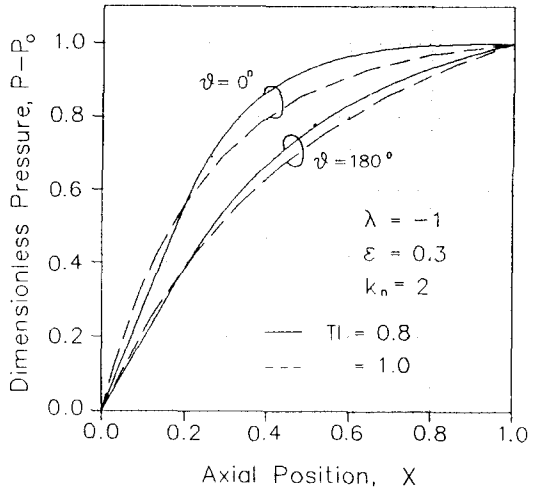

Fig.3 Pressure distribution along the piston. Tl=1 corresponds to the case of tapered piston.

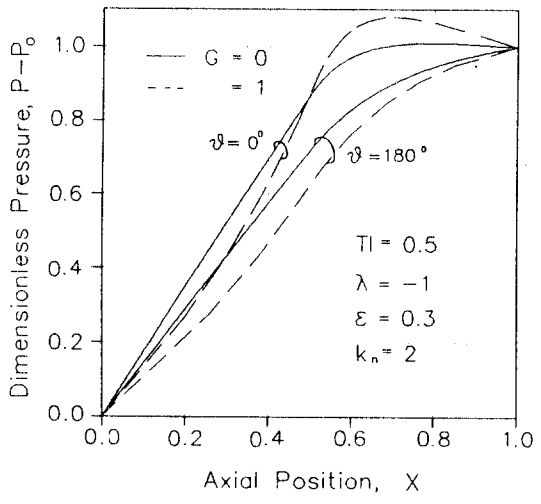

Fig. 4 Pressure distribution along the piston. G=0 corresponds to the case of constant viscosity.

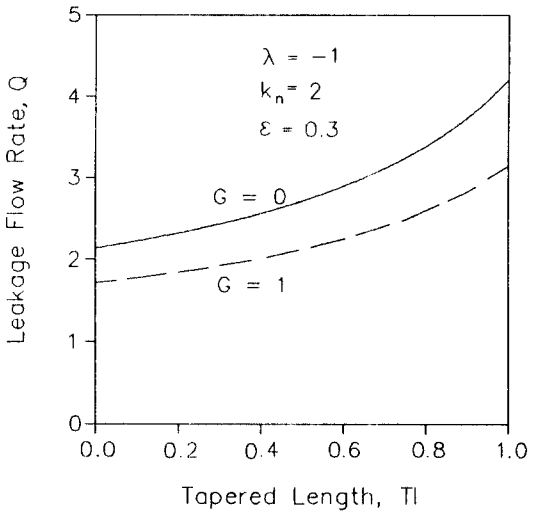

Fig. 6 Variation of leakage flowrate with piston tapered length. G=0 corresponds to the case of constant viscosity.

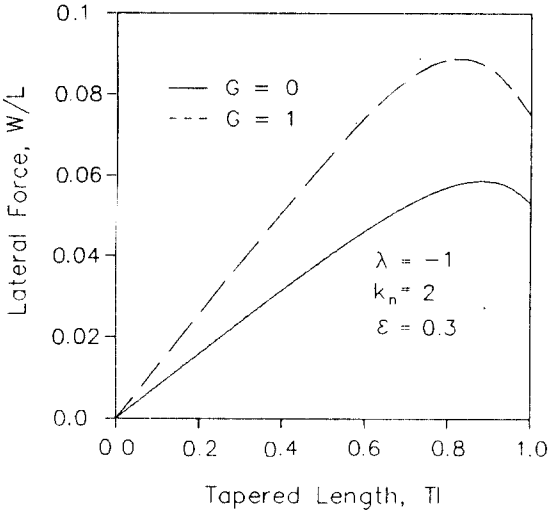

Fig. 5 Variation of lateral force with piston tapered length. G=0 corresponds to the case of constant viscosity.

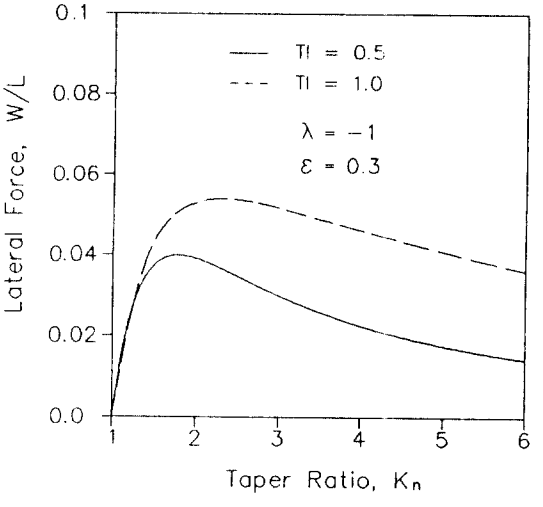

Fig. 7 Variation of lateral force with taper ratio.

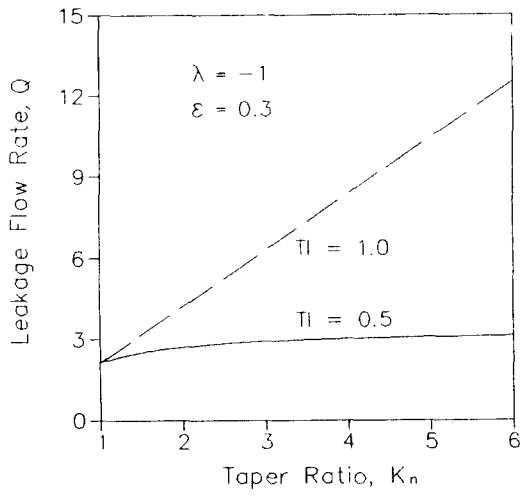

Fig. 8 Variation of leakage flowrate with taper ratio.

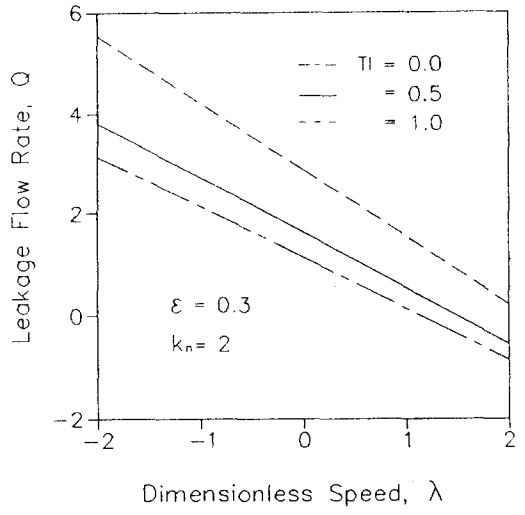

Fig. 10 Variation of leakage flowrate with piston speed.

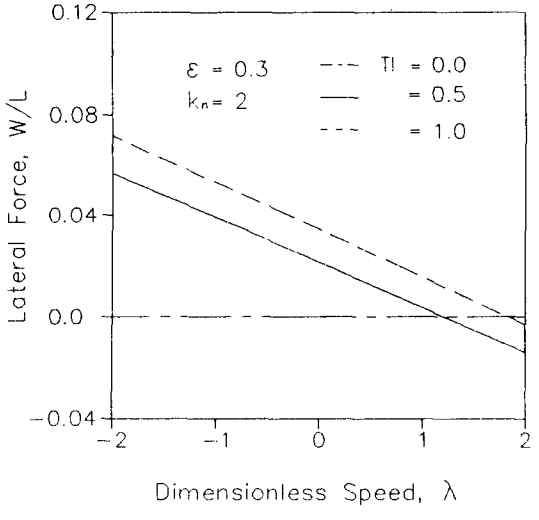

Fig. 9 Variation of lateral force with piston speed.