

## 회전자 저항 변동에 강인한 유도전동기 2-자유도 제어기 설계

양 이우<sup>0</sup>, 김 상육, 김 영석  
인하대학교 전기공학과

### Design of Robust TDOF Controller of Induction Motor for Variation of Rotor Resistance

Iee-woo Yang<sup>0</sup>, Sang-uk Kim, Young-seok Kim  
Dept. of Electrical Eng. Inha University

#### Abstract

This paper consists of the vector control of three phase induction motors which has robustness against disturbances and parameter variations by the TDOF (Two Degree Of Freedom) theory. Using the TDOF theory, induction motor is robustly controlled for resistance variations and disturbances. Adaptive observer is used for the purpose of estimating the stator fluxes, the stator currents, and the parameters. The proposed control method is verified by computer simulations.

#### 서론

유도전동기 베토제어에 있어서 요즘 활발하게 진행되고 있는 회전자 저항 변동에 강인한 제어를 위해 여러 논문이 보고되어지고 있고 이의 실현을 위해 간접적인 회전자 저항 동정방법<sup>[1]</sup>과 강인 제어방법이 실시되어지고 있다. 그러나 이러한 방법에서도 상충관계가 있어서 목표치 용답 특성 개선과 강인성 확보를 독립적으로 설정할 수 없기 때문에 이를 위해 본 논문에서는 유도전동기의 자속과 속도 센서 없는 베토제어에 강인 제어를 도입하여 회전자 저항 변동에 강인하게 하고 외란의 악성능을 향상시키기 위해 외란관측에 의한 피드백을 실시한다. 또한 피드포워드(PID)를 실시하여 목표치 용답특성을 향상시키고자 한다. 이의 실현을 위해 외란관측기와  $H_\infty$  노음을 최소로 하는 피드백 제어를 실시한다. 즉 2 자유도 이론을 도입하여 외란과 2차 저항 변동에 강인하고 목표치 용답특성을 보장하는 속도 및 자속센서 없는 베토제어를 실시한다.

#### 본론

##### 1. 2 자유도 이론과 설계

###### 1) 2 자유도 이론

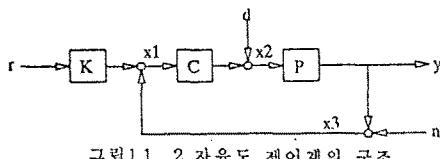


그림 1.1 2 자유도 제어기의 구조

여기서,  $r$  : 목표치,  $y$  : 제어량,  $d$  : 외란  
 $n$  : 측정값,  $P$  : 제어대상,  $C$  : 보상기

2 자유도 이론은 그림 1.1에서 보이는 것처럼 피드포워드 제어기와 피드백 제어기로 구성되어 있으며 역할은 서로 다르다. 첫째 피드포워드 제어기는 목표치 추종 능력을 향상시키기 위하여 사용되는 것이며 피드백 제어기는 외란과 파라미터 변동에 대하여 강인하게 하기 위하여 사용되는 것이다. 이제 이러한 제어기에 대한 이론적인 면을 살펴본다. 그림 1.1에서 모델과 보상기를 기약분해하면 아래와 같은 수식으로 할 수 있다.

$$P = N_p D_p^{-1}, \quad C = N_c D_c^{-1} \quad N_p, D_p, N_c, D_c \in R$$

여기서  $R$ 은 proper이며 안정인 유리함수의 집합이다. 이 경우 그림 1.1을 수식화하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{N_p N_c + D_p D_c} \begin{bmatrix} D_p D_c K & -N_p D_c & -D_p D_c \\ D_p N_c K & D_p D_c & -D_p N_c \\ N_p N_c K & N_p D_c & D_p D_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \\ n \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

$K=I$ 인 경우, 9개의 전달함수가 안정이면 시스템은 내부 안정(internal stable)이라고 말한다. 내부안정이란 (i) 아래의 식(1-2)은  $S$ 평면의 우반평면에 영점과 잔점이 있고, (ii) 시스템 모델과 제어기 사이의 극점과 영점의 삭제가 있어서는 안되며, (iii) 식(1-2)은 역행렬이 존재하여야 하며, 그 역행렬은  $R$  포함되어 있어야 한다. 결국 이 조건을 만족하기 위하여는 다음과 같은 수식적인 결과 즉 Bezout의 등식이 도출된다.<sup>[2]</sup>

$$N_p N_c + D_p D_c = I \quad N_c, D_c \in R \quad (1-2)$$

이제 위의 내부안정조건에 해당하면 시스템의 안정성을 확보되게 된다. 우선 그림 1.1에서의 외란에서부터 출력, 즉 정점음으로부터 출력, 그리고 입력 지령치에서 출력의 영향을 고려한 전달함수를 식(1-2)을 이용하여 구하면 다음과 같은 수식으로 정리할 수 있다.

$$H_{yr} = K N_p \quad (1-3)$$

$$H_{yd} = P N_p D_c \quad (1-4)$$

$$H_{yn} = P N_p N_c \quad (1-5)$$

위의 수식으로부터 다음과 같은 조건을 만족한다.

첫 번째로 식(1-3)에서 확인할 수 있는 것처럼  $K$ 는 지령치로부터 출력까지 작용하고 있으므로 목표치 추종 능력을 향상시키기 위해 설정하는 파라메타이다. 즉,  $N_p, D_c \in R$  이므로  $K \in R$ 이라면 시스템은 안정이며  $K$ 의 결정에 따라 요구하는 시스템 특성을 얻을 수 있다.

두 번째로 피드백 제어기를 내부안정성을 확보할 수 있게 하기 위해 식(1-2)를 만족하도록 하고 식(1-3)과 식(1-4)를 고려하여 설계하면 식(1-2)의 특수해를 구하는 것이 되므로 이를 식(1-6)에 나타낸다.

$$N_p(N_c + D_p Q) + D_p(D_c - N_p Q) = I \quad Q \in R \quad (1-6)$$

식(1-6)에서의  $N_c + D_p Q$ ,  $D_c - N_p Q$ 은 새로운 보상기를 구성하고 있고 그 수식은 다음과 같다.<sup>[2]</sup>

$$C = (N_c + D_p Q) (D_c - N_p Q)^{-1} \quad (1-7)$$

$Q$ : 설계 파라메타

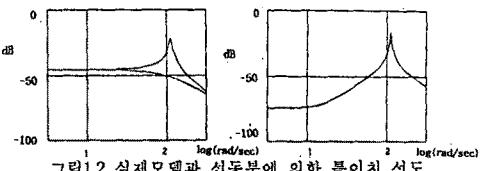
###### 2) 2 자유도 제어기 설계

이제 이러한 이론적인 바탕하에 다음과 같은 유도전동기 전류로부터 자속까지로의 상태공간 표현을 식(1-8)에 나

타낸다.

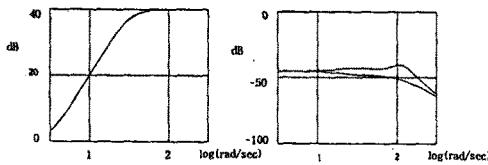
$$\lambda = \begin{bmatrix} -R_r & -\omega_r \\ \omega_r & -R_r \end{bmatrix} \lambda + R_r \frac{M}{L_r} i_s \quad (1-8)$$

식(1-3)에서의  $K=I$ 로 놓고 식(1-8)에서 섭동분(회전자 저항이 공정치의 200%까지 상승)을 고려하여 공정모델과 실제모델사이에 몇몇 오차가 존재한다고 보고 그 오차에 대한 특이치 선도와 그 실제모델의 특이치 선도를 그림1.2에 보인다.



위의 특이치 선도에 기초하여 결정한 가중행렬  $W$ 의 특이치 선도와 식(1-9)의  $H_\infty$  노음율 최소화하는 것 즉, 회전자 저항 변동에 의한 출력으로의 영향을 최소화 하는 방법에 따라 보조감도함수 특이치 선도를 그림1.3에 나타낸다.

$$\|WT\|_\infty \leq T \quad (1-9)$$



위의 특이치 선도로부터 고주파 성분의 섭동분의 영향이 상쇄되고 있음을 알 수 있다.

## 2. 외란 관측기

외란 관측기란 시스템의 외란을 추정하기 위한 것으로서 다음과 같은 Luenberger 관측기를 사용한다. 아래에 기본적인 Luenberger 관측기 구조를 서술한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \quad (2-1)$$

$$y = [I \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

위의 일반화된 상태공간 표현의 Luenberger 관측기의 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{z} &= (A_{11} - LA_{12}) \hat{z} + (A_{22} - LA_{12}) Ly \\ &\quad + (A_{21} - LA_{11}) y + (B_2 - LB_1) u \end{aligned} \quad (2-2)$$

$$\hat{x}_2 = \hat{z} + Ly$$

이제 유도전동기 운동방정식에서 외란을 상태변수로 취하여 구성한 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_r \\ T_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_n & -1 \\ J_n & J_n \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_r \\ T_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} i \quad (2-3)$$

식(2-3)으로부터 외란 관측기의 구성을 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{z} &= \frac{L}{J_n} \hat{z} + \frac{L^2}{J_n} \omega_r + L \frac{B_n}{J_n} \omega_r - L \frac{K_m}{J_n} i \\ \hat{T}_L &= \hat{z} + L \omega_r \end{aligned} \quad (2-4)$$

### 3. 적용 제어이론

#### 1) 적용 관측기

고정자 직교 좌표계에서 유도전동기의 상태방정식은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BV_s \\ \begin{bmatrix} \dot{i}_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} V_s \end{aligned} \quad (3-1)$$

단,

$i_s = [i_{Ds} \ i_{Qs}]^T$  : 고정자 전류

$\lambda_r = [\lambda_{Dr} \ \lambda_{Or}]^T$  : 회전자 자속

$V_s = [V_{Ds} \ V_{Qs}]^T$  : 고정자 전압

$$A_{11} = \left( -\frac{R_s}{aL_s} - \frac{1-0}{a\tau_r} \right) I = a_{r11} I$$

$$A_{12} = \frac{M}{aL_s L_r} \left\{ \frac{1}{\tau_r} I - \omega_r J \right\} = a_{r12} I + a_{r21} J$$

$$A_{21} = \frac{M}{\tau_r} I = a_{r21} I$$

$$A_{22} = -\frac{1}{\tau_r} I + \omega_r J = a_{r22} I + a_{m2} J$$

$$B_1 = \frac{1}{aL_s} I = b_1 I$$

$$C = [I \ 0]$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_s, R_r$  : 고정자 및 회전자 저항

$L_s, L_r$  : 고정자 및 회전자 자기인력터스

$$M : 상호인력터스, \alpha : 누설계수 \alpha = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$$

$$\tau_r : 시정수 \tau_r = \frac{L_r}{R_r}$$

$\omega_r$  : 회전자의 각속도 (전기 각)

유도전동기의 동일차원 2차자속 응답비는 상태방정식에 고정자 전류의 추정오차를 수정 피드백으로 부가하여 식(3-2)로 나타낼 수 있다.<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \hat{A} \hat{X} + BV_s + G(\hat{i}_s - i_s) \\ &= \hat{A} \hat{X} + BV_s + GC(\hat{X} - X) \end{aligned} \quad (3-2)$$

여기서,

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & -g_2 \\ g_2 & g_1 \\ g_3 & -g_4 \\ g_4 & g_3 \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

$$g_1 = (k-1)(a_{r11} + a_{r22})$$

$$g_2 = (k-1)a_{m2}$$

$$g_3 = (k^2-1)(ca_{r11} + a_{r22}) - c(k-1)(a_{r11} + a_{r22})$$

$$g_4 = -c(k-1)(a_{m2})$$

$$c = -\frac{aL_s L_r}{M}$$

#### 2) 속도 동정기(Adatation Law)

속도센서를 사용하지 않는 경우, A행렬에는 속도에 관련된 미지의 파라미터로서 포함되어 있다. 따라서 동일차원 2차자속 응답비에 이를 속도에 관한 동정기구를 칠가 한다. 이 동정기구의 구성은 아래와 같다.<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} \widehat{\omega_r} &= K_{op} (\epsilon_{id} \widehat{\lambda_{qr}} - \epsilon_{iq} \widehat{\lambda_{dr}}) + K_{ui} \int (\epsilon_{id} \widehat{\lambda_{qr}} - \epsilon_{iq} \widehat{\lambda_{dr}}) dt \\ &= K_{op} \epsilon + K_{ui} \int \epsilon dt \end{aligned} \quad (3-4)$$

식(3-4)에서  $K_{op}$ 과  $K_{ui}$ 는 0보다 큰 상수이고,

$$\epsilon = \epsilon_{id} \widehat{\lambda_{qr}} - \epsilon_{iq} \widehat{\lambda_{dr}} \quad \text{단.} \quad \epsilon_{id} = i_{ds} - \widehat{i}_{ds}$$

이다.

$$\epsilon_{iq} = i_{qs} - \widehat{i}_{qs}$$

4. 전체 불력선도

그림 4.1은 A.O의 출력 즉, 추정된 자속은 F2에 의해 피드백되고 있고 A.L의 출력 즉, 추정된 속도와 저령전류는 D.O의 입력으로 가하여 F1에 의해 피드백되어지고 있다. PI는 목표치 응답특성을 고려한 것으로서 자동조정형 PI를 실시하였다. 여기서 F2는 본론의 2 자유도 설계 부분의 설계 방법에 따라 설계한 것이다.

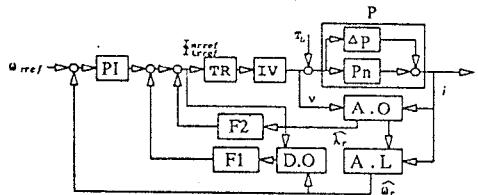


그림 4.1 전체 블럭선도

여기서

TR : 목표 변환과 2상 3상 변환, IV : PWM 인버터  
D.O : 외란 관측기, A.O : 직용 관측기, A.L : 속도 동작기  
F2 : 강인성 확보 필터, F1 : 외란 관측기 출력의 피드백 필터

## 5. 모의 실험

모의 실험은 회전자 저항 공칭치의 150% 변동에 대해서 일정 속도에서의 부하 인가와 부하를 인가한 상황에서 가변속 구동에 대하여 실시하였다.

그림5.1-그림5.7은 600 rpm 저령치에 대한 속도, 실제 전류, 추정 자속과 실제 자속을 나타내고 그림5.8는 1200 rpm 저령치 속도 파형이다. 즉, 그림5.1-그림5.8는 정상 상태에 도달한 후(시간적으로는 0.3초 후에 10 N.m 부하인가) 부하트로크를 인가한 형태이며 그림5.9은 부하트로

크(10 N.m)가 인가된 상태에서의 가변속 역전 구동(600 rpm - 1200 rpm - 600 rpm - -600 rpm)이다.

## 결론

1. 모의실험 결과를 토대로 보면 피드백 제어기를 사용하여 회전자 저항변동에 강인한 베타제어계를 완성 할 수 있었다.
2. 외란 관측기를 사용하므로써 외란에 대해 강인성을 유지할 수 있었다.
3. 피드포워드 제어기를 사용하므로써 목표치 응답특성을 외란과 회전자 저항 변동에 무관하게 할 수 있었다.
4. 차후에 위의 전과를 실험을 통해서 증명한다.

## 참고 문헌

- [1]. Hisao Kubota , "Field oriented induction motor drives without speed sensor based on adaptive flux observer and disturbance torque compensation", 1991 IEECON, p1855-1180
- [2]. Shingi Hara , "Parametrization of stabilizing controllers for multivariable servo systems with two degrees of freedom", 1987 Int.J.Control p779-790
- [3]. K.S.Narendra , "Stable adaptive system", 1989 prentice Hall, p143-p144
- [4]. 久保田壽夫, "適應二次磁束オフ"サ"-ハ"を用いた誘導電動機の速度センサレス直接形"コントロル制御", 1991 IEE p954-960
- [5]. J.C.Doyle, B.A.H.Tannenbaum, "Feedback control theory", 1992, Macmillon Publishing Company, p205-219
- [6]. J.M.Maciejowski , "Multivariable feedback design", 1989, p256-316

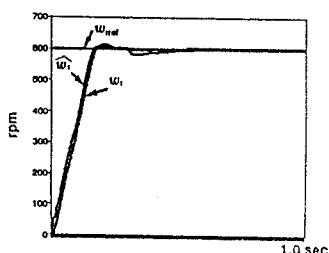


그림5.1 지령속도, 실제속도, 추정속도

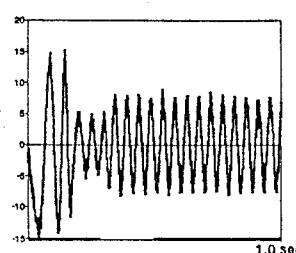


그림5.2 실제 D축 전류

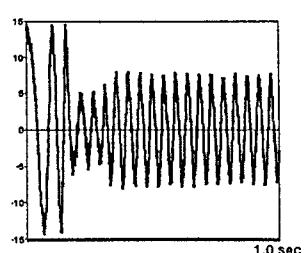


그림5.3 실제 Q축 전류

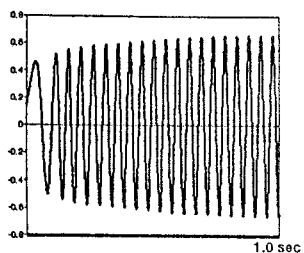


그림5.4 실제 d축 자속

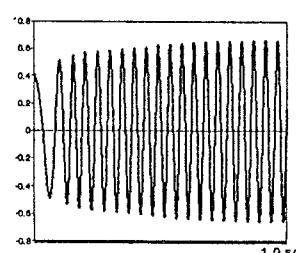


그림5.6 실제 q축 자속

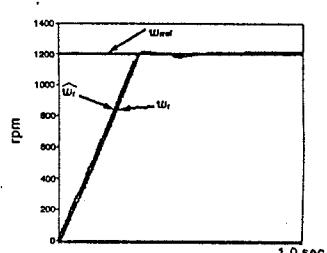


그림5.8 지령속도, 실제속도, 추정속도

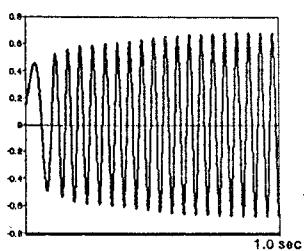


그림5.5 추정 d축 자속

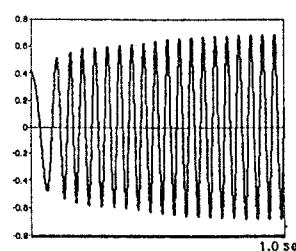


그림5.7 추정 q축 자속

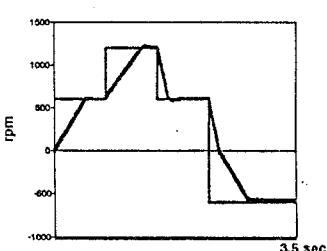


그림5.9 지령속도, 실제속도, 추정속도