

유도가열에 의한 피가열체의 온도해석

황승환* 이양수* 이항범* 박일한** 한승업*
 * 서울대학교 전기공학과 ** 송실대학교 전기공학과

Analysis of Temperature of Work Piece by Induction Heating

S.H.Hwang* Y.S.Lee H.B.Lee* I.H.Park** S.Y.Hahn*
 * Dept. of Electrical Eng. Seoul National University
 ** Dept. of Electrical Eng. Soongsil University

Abstract - In this paper, the method of analysis of induction heating is proposed. It's a coupled problem. First, eddy current problem with current source is analyzed using 2-D finite element method, from which eddy current distribution is obtained. And the second, heat source can be calculated directly by the eddy current. Also the temperature distribution is obtained using 2-D finite element method. Eddy current problem and heat transfer problem are dealt with under steady state in this paper.

1. 서론

유도가열로는 화석연료를 사용하는 로에 비하여 많은 장점을 갖고 있다. 특히 효율이 매우 높으며 재료가 용이하고 정밀한 작업을 할 수 있으며 깨끗한 작업환경을 조성해 준다. 또한 제품의 생산시 그 전과 동일한 조건을 유지하므로써 제품의 질을 안정되게 할 수 있다. 이러한 장점으로 인하여 최근에는 그 사용범위가 전체가열, 표면경화, melting soldering, brazing 등 날로 광범위해지고 있다. 이와같이 유도가열에 대한 관심이 높아지고 있고 이에 대한 정확한 해석과 설계방법이 요구되고 있다. 본 논문에서는 유도가열을 정확히 해석할 수 있는 시뮬레이션방법을 제시하고자 한다. 우선 유도전류의 해석이 필요한데 이는 전자장해석중 와전류문제 이고 유한요소법을 사용한다. 유도전류의 해석결과 얻어진 유도전류의 분포로부터 열원(heat source)분포가 얻어지고, 이는 피가열체의 온도분포해석에서 열원분포로 입력된다. 그리고 피가열체의 온도분포해석도 유한요소법을 사용하여 계산한다. 이와같이 유도가열로의 해석은 전자장문제와 열전달문제가 결합되어 있다. 이러한 해석결과로부터 유도가열로의 성능을 얻어낼 수 있을 것이다. 본 논문에서 전자장해석은 2차원 공간상에서 주파수가 일정한 교류전류원에 의한 정상상태해석이

고, 온도분포해석 또한 과도상태가 충분히 지난 후의 2차원 공간상의 정상상태해석이다.

2. 전자장과 온도의 결합시스템 해석

도전율을 갖는 피가열체가 시변자장에 놓일 때 피가열체에는 유도전류가 발생하고 이 유도전류는 주울(Joule)열의 원인이되어 열전달방정식을 풀어 온도분포를 해석하게 된다.

2-1. 와전류문제의 전자장해석

2차원(x-y평면)에서 교류전류원인 정상상태 와전류문제의 지배방정식은 다음과 같은 확산 편미분방정식으로 표현된다.

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 A + j \omega \sigma A = J_s \quad (1)$$

여기서, J_s : z축방향의 외부전류원, μ : 자화율, A : 자기 벡터 포텐셜 ω : 전류원의 각속도, σ : 전기도전율이다. 본 논문에서의 해석대상은 좌우대칭구조이므로 스칼라 포텐셜 ϕ 에 의한 유도 전류항은 존재하지 않으므로 위 식 (1)에 포함되지 않았다.

유한요소법의 이산화과정후의 식 (1)의 에너지범함수는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} I(A) &= \frac{1}{2} \int \frac{1}{\mu} \left[\left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy \\ &\quad + j \frac{\omega \sigma}{2} \int A^2 dx dy - \int J_s A dx dy \\ &= \frac{1}{2} [A]^T [P] [A] + \frac{j}{2} [A]^T [Q] [A] - [S] [A] \end{aligned} \quad (2)$$

위의 에너지범함수에 대한 극치조건 $\partial I / \partial [A] = 0$ 으로부터 다음의 시스템방정식을 얻는다.

$$([P] + j[Q])[A] = [S] \quad (3)$$

위의 행렬식을 계산하면 자기벡터포텐셜 $[A]$ 가 얻어지고 피가열체부분의 이 값으로부터 와전류의 분포를 계산할 수 있다. 그리고 와전류는 정현적으로 변하므로 정상상태의 온도분포를 계산하기 위해서는 열원의 시간평균치를 다음과 같이 계산한다. 우선 와전류는

$$J_e = \sigma \vec{E} = -j\omega \sigma A \quad (4)$$

그리고 Ohm의 법칙으로부터 열원은 다음과 같이 얻어진다.

$$Q = \rho J_e^* J_e = \rho \omega^2 A^* A \quad (5)$$

여기서 * 는 공액복소수를 의미한다. 그리고 열원의 시간평균치는

$$\bar{Q} = \frac{1}{2} \omega^2 \sigma A^* A \quad (6)$$

유한요소법의 의하여 이산화된 피가열체의 각 요소에서의 열원은 다음과 같이 얻어진다.

$$A = [N]^t [A^e]$$

여기서 $[N] = [N_1 \ N_2 \ N_3]^t$ 이고 N_1, N_2, N_3 는 삼각형 요소에서의 형상함수이다. 또한 $[A^e] = [A_1^e \ A_2^e \ A_3^e]^t$ 이고 A_1^e, A_2^e, A_3^e 는 삼각형 요소에서 각 절점에서의 자기 벡터 포텐셜 값이다.

따라서 와전류는

$$J = j\omega \sigma [N]^t [A^e] = J_0 \theta \quad (7)$$

와 같이 표현되며 또한

$$J_0^2 = J^* J = \omega^2 \sigma^2 [A^e]^* [N][N]^t [A^e] \quad (8)$$

이며 열원의 시간평균치는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{Q} &= \frac{1}{2} \rho J_0^2 \\ &= \frac{1}{2} \omega^2 \sigma [A^e]^* [N][N]^t [A^e] \end{aligned} \quad (9)$$

2-2 온도분포 해석

(6)식에서 얻은 열원을 이용해서 2차원 정상 열전도 지배방정식을 세우면 다음과 같다.

$$\lambda \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) T + Q = 0 \quad (10)$$

피가열체의 재질은 등방성이며 열방사는 무시하였다. 여기서 λ 는 열전도율이고 T 는 절대온도이다. 또한 표면에서의 대류에 의한 열전달 현상을 고려하였으며 자연대류

조건은 다음과 같다.

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h_c (T - T_\infty) \quad (11)$$

여기서 h_c 는 대류 열전달 계수이고 T_∞ 는 외부온도이다.

갈릭킨(Galerkin)법을 이용한 유한요소 정식화 과정은 다음과 같다.

$$T(x, y) = [N(x, y)]^t [T^e]$$

$$\int_{\Omega^e} [N] \left\{ \lambda \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) T + Q \right\} d\Omega = 0 \quad (12)$$

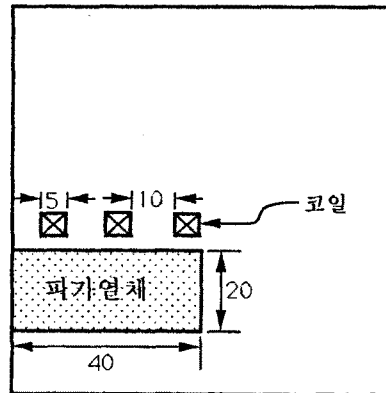
위식에 그린정리와 (8)식을 대입하여 정리하면

$$\left\{ \int_{\Omega^e} \lambda \left(\frac{\partial [N]}{\partial x} \frac{\partial [N]^t}{\partial x} + \frac{\partial [N]}{\partial y} \frac{\partial [N]^t}{\partial y} \right) d\Omega \right\} [T^e] = \int_{\Omega^e} Q [N] d\Omega - \int_{\Gamma} h_c T_\infty [N] d\Gamma \quad (13)$$

이다.

3. 수치해석예

수치해석 적용에는 그림 1과 같이 피가열체는 가로 80cm 세로 20cm 이고 z방향 길이는 충분히 긴 5% 탄소강피로 하였다. 그리고 수치해석 모델은 대칭성을 이용하여 전 모델영역의 반인 우측부분을 나타내고 있다. 피가열체의 위로 코일전류가 흘러 들어가고 있다.



$$\begin{aligned} \sigma &= 2 \cdot 10^6 \text{ } (\Omega \text{m})^{-1} & f &= 60 \text{ Hz} \\ J &= 1.556 \cdot 10^6 \text{ [J/m]} & \mu_r &= 9.4 \end{aligned}$$

그림 1. 해석모델

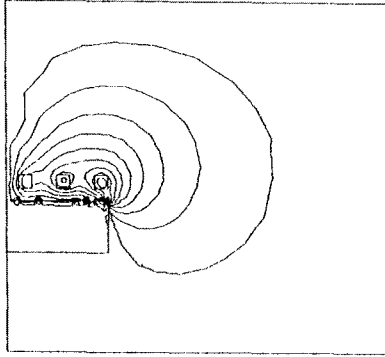


그림 2. 자기 벡터 포텐셜 분포

그림 1.에서 전자기해석 모델로서 대칭조건을 이용해서 모델의 우측부분만 해석했다. 또한 전류원 문제로 다루었으며 1차 형상함수를 이용한 삼각형 요소를 사용하고 총 결점수는 약 650개이다. 경계조건으로서 대칭면은 전류의 대칭성으로부터 Dirichlet 경계값인 자기 벡터 포텐셜 값을 0 이고 충분히 먼 외부 경계조건 또한 자기 벡터 포텐셜 값을 0으로 주었다. 그림 2.에서는 해석결과 얻어진 자기 벡터 포텐셜 분포를 보여주고 있다. 여기서 피가열체 내부에서는 표피효과 때문에 자장이 침투하지 못함을 알 수 있다. 그리고 해석적으로 구한 skin depth는 그림 2.의 자장분포로부터 할 수 있는 값과 일치하고 있다.

피가열체의 온도해석은 피가열체 표면에서의 자연대류 계수(convection coefficient)를 도입하여 해석영역을 피가열체만으로 하였다.

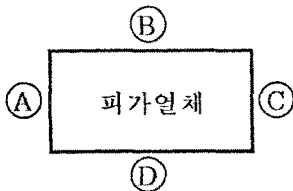


그림 3. 온도해석 모델

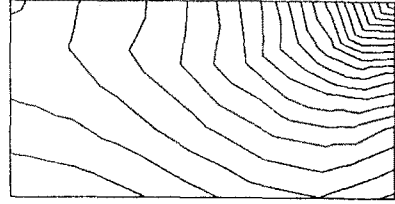


그림 4. 온도분포

그림 3. 에서 보듯이 대칭조건을 고려하여 모델의 우측 부분만 택하였고 대칭축인 (A) 선은 노이만(Neumann) 경계조건, (B) (C) (D) 선은 자연 대류 조건을 주었다.그림 4. 는 그림 3. 의 모델에 대한 유한요소해석결과 얻어진 온도 분포를 나타내고 있다.

열원의 값은 표피효과에 의해 전류원에 가까운 표면에서 컷으며 따라서 온도분포도 전류원에서 먼곳보다는 가까운곳이, 대류열전달이 있는 표면보다는 내부에서 온도가 높았다.

3. 결론

본 논문에서는 유도가열로의 정확한 해석을 위해서 유한요소법에 의한 와전류 해석과 유도된 와전류에 의한 열원의 온도분포 해석방법을 제시 하였다. 그리고 이 방법을 수치해석에 적용한 해석결과와는 본 방법의 유용성을 보이고 있다. 그리고 표면경화나 전체가열 등 대부분의 열처리과정에서는 표면온도가 균일해야 하므로 본 논문에서 제시한 와전류와 열해석의 혼합된 해석방법은 앞으로 최적의 온도분포를 얻기위한 최적화 문제에 이용될 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] J.Davies, P.Simpson, Induction Heating Handbook, McGraw Hill, 1979.
- [2] F.Kreith, M.S.Bohn, Principles of Heat Transfer McGraw Hill, 4th ed. 1993.
- [3] M.enokizono, T.todaka, T.yagi "Heat conduction and magnetic field analysis of induction heating problems," The International Symposium on Advanced Computational and Design Techniques in Applied Electromagnetic Systems(ISEM), Seoul, Korea, June 22-24, 1994.
- [4] 홍준표, 열전도 확산의 수치해석, 반도체출판사, 1991.