

철손 저감을 위한 유도전동기 고정자 슬롯 형상 최적화

박석배* 이항범* 박인한** 정태경*** 한송업*

* 서울대학교 전기공학과 ** 숭실대학교 전기공학과 *** 중앙대학교 전기공학과

Stator Slot Shape Optimization of Induction Motors for Iron Loss Reduction

S.B.Park* H.B.Lee* I.H.Park** T.K.Chung*** S.Y.Hahn*

* Dept. of Electrical Eng. Seoul National University

** Dept. of Electrical Eng. Soongsil University

*** Dept. of Electrical Eng. Chungang University

Abstract - In this paper, the optimum shape design of stator slot of induction motors for iron loss reduction is proposed. To obtain the flux distribution in induction motors, 2-D finite element method with voltage source is employed. The iron loss is calculated from the iron loss data given by the iron manufacturer. To calculate the sensitivity of iron loss to shape variation, the sensitivity analysis of discrete approach is used. The proposed algorithm is applied to a 3-phase squirrel cage induction motor. The nodes at stator slot boundary of the induction motor are defined as design parameters. By controlling these parameters under the constant volume of iron, we can minimize the iron loss. Furthermore, the stator copper loss is reduced by increasing the slot area. So the stator slot area is determined at the point that the summation of iron loss and copper loss of stator is minimized. Since the constraint of constant volume of iron is nonlinear to the design parameters, the Gradient Projection method is used as an optimization algorithm.

조건을 고려하기 위해 최적화 알고리즘은 Gradient Projection법[5]을 사용하였다.

2. 민감도 해석

본 논문에서는 이산적 접근 방법에 의해 설계 민감도를 구하였으며 상태변수는 복소수이고 전압원 문제에 대해 유도[3]하였다.

2-1 전압원문제에 대한 복소 민감도 해석

설계민감도는 설계변수에 대한 목적함수의 변화율로 정의되며 상태변수가 복소수일때 목적함수 및 민감도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F = F(p, X_r, X_i) \tag{1}$$

$$\frac{dF}{d[p]^T} = \frac{\partial F}{\partial [p]^T} + Re \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial [X]^T} \right)^* \cdot \left(\frac{\partial [X]}{\partial [p]^T} \right) \right\} \tag{2}$$

여기서 p 는 설계변수, X_r , X_i 는 각각 상태변수 X 의 실수부와 허수부를 나타내며 *는 공액복소수임을 표시한다. 식 (2)에서 우변 둘째항의 설계변수에 대한 상태변수의 미분은 시스템방정식을 설계변수에 대해 미분함으로써 얻게 된다. 유한요소법에 의해 이산화된 시스템방정식은 일반적으로 식 (3)과 같이 쓸 수 있으며 설계변수에 대한 미분을 정리하면 쓰면 식 (4)와 같다.

$$[S][X] = [Q] \tag{3}$$

$$\frac{d[X]}{d[p]^T} = [S]^{-1} \frac{\partial}{\partial [p]^T} ([Q] - [S][X]) \tag{4}$$

여기서 $[S]$ 는 시스템행렬, $[Q]$ 는 구동행렬이며 $[X]$ 는 시스템방정식을 한번 풀어서 얻은 해이며 이들은 모두 복소수량이다. 한편 전압원문제에서는 구동행렬이 외부에서 일정하게 주어지는 값이므로 설계변수에 대한 그 미분값은 영(Zero)이 된다. 또한 계산의 편의를 위해 보조변수 λ 를 도입하여 정리하면 전압원문제에서 최종적으로 얻게 되는 민감도식과 보조변수식은 다음과 같다.

$$\frac{dF}{d[p]^T} = \frac{\partial F}{\partial [p]^T} - Re \left\{ [\lambda]^T \frac{\partial [S]}{\partial [p]^T} [X] \right\} \tag{5}$$

$$[S]^T [\lambda] = \left(\frac{\partial F}{\partial [X]} \right)^* \tag{6}$$

2-2 철손에 대한 민감도 해석

1. 서론

본 논문에서는 민감도 해석을 통한 최적설계 기법 [1][2]을 도입함으로써 전자소자의 형상변경에 의해 철손을 최소화할 수 있는 체계적인 형상설계 알고리즘을 제안했다. 즉, 먼저 유한요소법을 사용하여 전자소자를 해석하고 철손을 계산한 후 철손에 대한 민감도를 계산하고 최적화 기법을 도입함으로써 최적형상을 구하는 체계적인 형상설계 기법을 제시하였다.

본 논문에서는 제시된 최적설계 기법을 3상 유도전동기에 적용하기 위해 고정자 슬롯 형상을 설계변수로 정의 하였고 최소화되어야 할 목적함수로 철손을 정의하였다. 고려되어야 할 제약조건으로서, 일정 성능(Performance)의 유지와 경제적 효과를 위해, 사용되는 철의 양이 일정하도록 하였다. 또한 고정자 동손 저감을 위해 슬롯 면적을 조금씩 키워가며 매번 철손 최적화를 실시하여 고정자 동손과 철손의 합이 최소가 되는 슬롯 면적을 구하였다.

유도전동기 해석에는 유한요소법이 사용되었고 2차원, 전압원문제로 정식화하였다. 민감도는 이산적 접근 방법에 의해 구했으며 일정량의 철을 사용한다는 비선형 제약

본 논문에서 목적함수는 철손으로 정의되었다. 철손은 히스테리시스 손실과 와전류 손실로 구분될 수 있으나 일반적으로 최대 자속밀도의 함수로서 나타내어 질 수 있으며 유한요소 해석에 의해 각 요소별로 구해진 자속밀도로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F = \sum_{e=1}^n \int f(\hat{B}_e) \cdot \Delta e \cdot l \quad [W] \quad (7)$$

여기서 F 는 목적함수, $f(\hat{B}_e)$ 는 보간함수로서 철심에 사용된 철의 철손 특성 곡선으로부터 단위 체적당 철손을 계산해 주며 Δe 은 요소의 면적, l 은 철심의 축방향 길이, n 은 철심부분에 있는 요소수이다. 한편 \hat{B}_e 는 각 요소에서의 최대 자속밀도로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{B}_e = \sqrt{|B_x|^2 + |B_y|^2} \quad [Wb/m^2] \quad (8)$$

여기서 B_x , B_y 는 각각 요소에서의 자속밀도의 x 방향, y 방향 성분을 나타낸다. 민감도를 계산하기 위해서는 식 (8)에 대해 미분을 취해야 하는데 절대값에 대해서는 미분을 취하기 어려우므로 B_x , B_y 를 실수부분과 허수부분으로 나누어 \hat{B}_e 를 다음과 같이 표현한다.

$$\hat{B}_e = \sqrt{B_x^2 + B_{x_i}^2 + B_y^2 + B_{y_i}^2} \quad [Wb/m^2] \quad (9)$$

식 (5)에서 우변 첫항은 목적함수 F 가 식 (7)과 같이 철손으로 주어질때 철손에 대한 설계변수의 편미분으로 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial F}{\partial [p]^T} = \sum_{e=1}^n \frac{\partial f}{\partial \hat{B}_e} \cdot \frac{\partial \hat{B}_e}{\partial [p]^T} \cdot \Delta e \cdot l + \sum_{e=1}^n f(\hat{B}_e) \cdot \frac{\partial \Delta e}{\partial [p]^T} \cdot l \quad (10)$$

여기서 요소에서의 최대 자속밀도 \hat{B}_e 에 대한 f 의 미분은 사용되는 보간함수에 따라 계산되는 양이며 설계변수 p 에 대한 \hat{B}_e 의 미분은 식 (9)로 주어진 최대 자속밀도 \hat{B}_e 를 설계변수에 대해 미분해서 얻는데 한 설계변수에 대해 표현하면 다음 식과 같다.

$$\frac{\partial \hat{B}_e}{\partial p} = \left(B_x \cdot \frac{\partial B_x}{\partial p} + B_{x_i} \cdot \frac{\partial B_{x_i}}{\partial p} + B_y \cdot \frac{\partial B_y}{\partial p} + B_{y_i} \cdot \frac{\partial B_{y_i}}{\partial p} \right) / \hat{B}_e \quad (11)$$

다음 식 (5)의 우변 둘째 항을 계산하기 위해서는 식 (6)으로부터 보조변수 λ 를 구해야 하는데 식 (6)의 보조변수식을 계산할때 시스템행렬 $[S]$ 는 시스템 해석때 조립한 것을 그대로 쓰면 되고 그 우변은 다음식으로부터 구한다.

$$\left(\frac{\partial F}{\partial [A]} \right)^T = \sum_{e=1}^n \frac{\partial f}{\partial \hat{B}_e} \cdot \left(\frac{\partial \hat{B}_e}{\partial [A]} \right)^T \cdot \Delta e \cdot l \quad (12)$$

여기서 상태변수 A 에 대한 \hat{B}_e 의 미분은 목적함수가 정의된 한 절점에 대해서 표현하면 다음과 같다.

$$\left(\frac{\partial \hat{B}_e}{\partial [A_k]} \right)^T = \left(B_x \cdot \frac{\partial B_x}{\partial A_k} + B_{x_i} \cdot \frac{\partial B_{x_i}}{\partial A_k} + B_y \cdot \frac{\partial B_y}{\partial A_k} + B_{y_i} \cdot \frac{\partial B_{y_i}}{\partial A_k} \right) / \hat{B}_e \quad (13)$$

3. 3상 유도전동기에의 적용

3-1 설계 모델

3상 4극 농형 유도전동기에 대해 적용하여 보았다.

본 논문에서 제시된 최적설계 기법을 적용하기 위해서는 먼저 유도전동기의 해석[4]이 이루어져야한다. 유도전동기는 와전류문제로서 2차원, 전압원문제로서 다루었으며 Galerkin 정식화, 삼각형 요소, 1차 형상함수등이 사용되었다.

표 1은 설계 모델의 사양을, 그림 1은 해석영역인 4분의 1의 모습과 설계변수로 정의된 슬롯 경계의 절점들을 보여준다. 또한 철손을 계산할때 필요한 것으로 전동기에 사용된 철의 철손 특성 곡선은 그림 2에 주어져 있다. 반주기 모델로 선형 해석하였으며 절점수는 3083개이다.

정격 출력	30 [hp]
정격 전압	220 [V]
정격 전류	74.8 [A]
정격 속도	1765 [rpm]
고정자 외경	300 [mm]
고정자 내경	191 [mm]
공극경	0.65 [mm]
축방향 길이	155 [mm]
고정자 슬롯 면적	183.12 [mm ²]

표 1 설계될 유도전동기의 사양

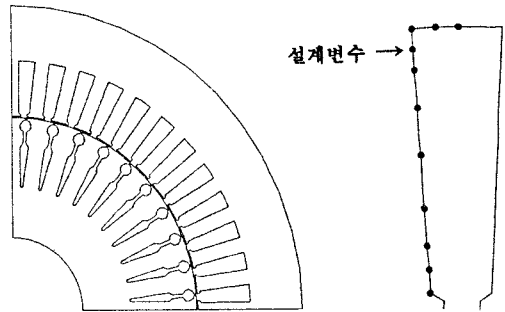
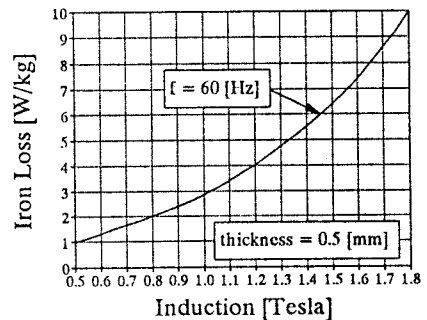


그림 1 설계 모델의 해석영역과 설계변수의 정의



Density = 7.75×10^3 [kg/m³]
그림 2 H23 Steel Sheet 철손 특성 곡선 (Nippon Steel Co. 제공)

3-2 철손 저감 설계

그림 1로 주어진 초기형상에 대해 최종형상은 그림 3과 같았고 반복횟수는 22번이었으며 철손은 초기형상에 비해 4.2 [%] (24.8 [W]) 감소했다. 그림 4는 슬롯 개수에 대해 초기형상, 1, 3, 5, 7회 반복후의 형상 및 최종형상을 함께 그려 그 변화를 쉽게 보여 준다. 반복횟수에

따른 목적함수, 즉 고정자 철손의 변화는 그림 5와 같다. 이 경우 철의 양이 일정하다는 제약조건은 고정자 슬롯 단면적이 일정하다는 조건으로 고려되었다.

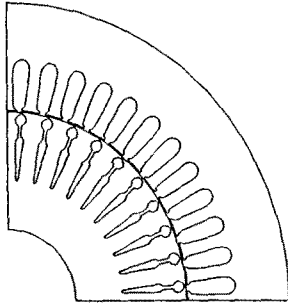


그림 3 최종형상

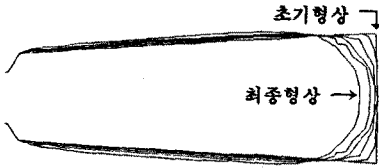


그림 4 초기형상에서 최종 형상으로 형상이 바뀌어 가는 모습

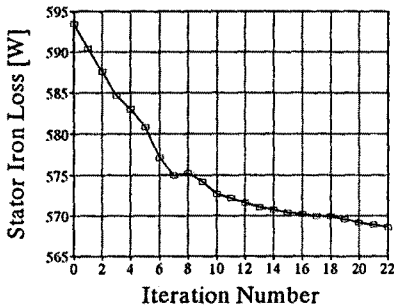


그림 5 반복횟수에 따른 고정자 철손의 변화

3-3 고정자 손실이 최소화되는 슬롯면적 결정

실제 유도기에서는 고정자 동손이 철손보다 더 큰 부분을 차지하고 있기때문에 철손이 다소 증가하더라도 동손을 더 많이 감소시키면 고정자측 손실을 더 줄일 수 있다. 즉 고정자 슬롯 면적을 증가시켜 권선의 단면적을 넓게 하면 동손을 감소시킬 수 있는데 슬롯 면적이 증가함에 따라 철손이 증가하므로 고정자 동손과 고정자 철손의 합이 최소가 되는 슬롯 면적을 찾아야 한다. 그래서 고정자 슬롯 면적을 조금씩 변화시키면서 각 슬롯 면적에서 철손 최소화를 실시하고 동시에 동손을 계산해 보았다. 그림 6은 고정자 면적이 증가해 감에 따라 고정자에서 발생하는 동손과 철손의 합을 계산한 것이다. 그림 6에서

보는 바와 같이 면적이 원래 면적의 12 [%]에서 18 [%] 정도 증가했을때 손실이 제일 적었다. 동량이 적게 들수록 좋은 경제적 잇점을 고려한다면 12 [%] 증가한 경우가 더 효율적이라는 결론을 얻을 수 있다. 이들 경우에 있어 고정자측 손실은 처음 설계된 것에 비해 3.2 [%] (40 [W]) 감소했고 이는 총 손실의 약 1.8 [%]에 해당한다.

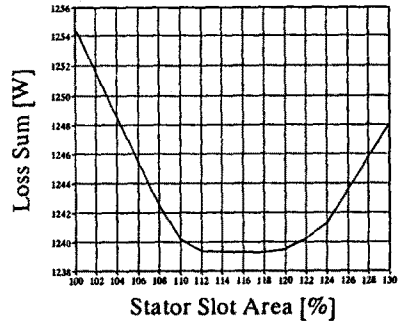


그림 6 고정자 슬롯 면적 증가에 따른 고정자 손실의 변화

4. 결론

본 논문에서는 유한요소법에 의한 시스템 해석과 이에 기초한 설계민감도 해석을 통해 철손이 최소화되는 전자소자의 형상설계 알고리즘을 제안했다. 전압원 문제에 대한 복소 민감도식과 철손에 대한 민감도식이 유도되었으며 제안된 알고리즘은 3상 유도전동기에 적용되어 철손이 최소화되는 슬롯 형상을 설계하였다. 또한 슬롯 면적을 증가시켜 동손이 감소할 수 있도록 하여 동손과 철손의 합이 최소화되는 슬롯 면적을 구하였다. 결과는 슬롯 면적이 처음에 비해 12 [%] 증가한 경우가 가장 효율적이었다.

참고 문헌

- [1] S. Gitosusastro, J. L. Coulomb and J. C. Sabonnadiere, "Performance Derivative Calculation and Optimization Process", *IEEE Trans. MAG.* 25 No.4, pp.2834-2839, 1989
- [2] 박일한, 전자소자의 형상최적화를 위한 민감도해석, 서울대학교, 공학박사학위논문, 1990
- [3] 락인구, 민감도법을 이용한 농형회전자의 슬롯형상 최적화, 서울대학교, 공학석사학위논문, 1994
- [4] D. Shen, G. Munier, J. L. Coulomb and J. C. Sabonnadiere, "Solution of Magnetic Fields and Electrical Circuits Combined Problems", *IEEE Trans. MAG.* 21 No.6, pp.2288-2291, 1985
- [5] R. T. Haftka, Z. Gürdal and M. P. Kamat, *Elements of Structural Optimization*, 2nd Ed., Kluwer Academic, 1990