

유도가열 시스템에서 축대칭도전체의 와전류 유한요소 해석

최 경호* , 안 창희 , 김 동희
영남대학교 전기공학과

Axi-symmetric eddy currents analysis by FEM

K.H.Choi, C.H.Ahn, D.H.Kim
Dept. of Electrical Eng. Yeungnam University, Kyung San, 214-1, Korea

Abstract

In solving axisymmetric field problem by FEM, absorbing boundary condition is introduced to approximate the normal derivatives on artificial boundary to truncate the finite analysis region. To verify this scheme eddy currents of an conducting sphere in an uniform magnetic field are calculated, and it shows better results than one with Neumann boundary condition. Also eddy currents of conducting cylinder surrounded by coils are calculated, which is typical model in induction heating system.

1. 서론

전계와 자계의 상호작용에서 시간에 따라 변하는 자속은 전계를 발생시켜, 도체내부에 전류를 흐르게 한다. 이것을 와전류(Eddy current)라고 한다. 이런 와전류를 이용한 응용분야는 여러분야에서 다양하게 이용되고 있다.

와전류는 금속을 가열하여 녹이거나, 경화시키는데 응용한 유도 가열장치에 응용되는데, 먼저 코일에 의해 발생하는 전·자계에 의해 생성되는 Field의 정확한 해석이 무엇보다 더 우선적으로 다루어져야 한다.

본 논문에서는 이러한 Field 해석을 위해서 유한요소법을 축대칭 모델에 적용시켜 그림 1-1에서와 같이 축대칭 모델에서 주어진코일에 전류를 인가할때, 그리고 그림 1-2에서와 같이 자속이 Z축방향으로 일정하게 가해질 때 도체구에서 와전류밀도를 각각 계산하였다.

내부에서는 2차삼각형 요소를 적용시켜, 영역의

내부를 계산하고, 또한 코일로부터 가상의 경계를 설정하여 경계상에서는 흡수경계조건(Absorbing Boundary Condition:ABC)을 적용시켜서 계산하였다.

또한, 가상구경계상에서 노이만(Neumann condition)의 경계조건을 적용했을 때와, 흡수경계조건을 적용했을 때와 결과를 비교검토 하였다.

2. 기본방정식의 정식화

등방성 균일매질로 구성된 정현파 정상상태에서 기본방정식은 변위전류를 무시한 Maxwell식 및 조 방정식은 다음과 같다.[1]

$$\nabla \times E = -j\omega B \quad (1)$$

$$\nabla \times H = J_s \quad (2)$$

$$B = \nabla \times A \quad (3)$$

$$B = \mu H \quad (4)$$

여기서, ω = 각주파수

σ = 도전율

μ = 투자율

A = 벡터포텐셜

J_s = 전원전류밀도

① 모델1 (전원전류가 인가될 때)

위의 Maxwell 방정식으로부터,

$$\nabla \times \nabla \times A = -j\omega\mu\sigma A + \mu J_s \quad (5)$$

축대칭 좌표계에서 A 와 J_s 는 ϕ 방향의 성분만

가지므로, (즉, $A = \phi A_\phi$)

$$\nabla \times \nabla \times A = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA) \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} A$$

$$= -j\omega\mu\sigma A + \mu J_s \quad (6)$$

축대칭 모델에서 경계부분을 고려해서 수식을 전개하면 다음과 같다.

$$\int (\nabla W \cdot \nabla A + (j\omega\mu_0 + \frac{1}{r^2})WA) dv - \oint W \frac{\partial A}{\partial n} ds = \int W \mu J_s dv \quad (7)$$

여기서, W 는 가중함수이다.

경계부분의 거리의 함수를 θ 함수로 나타내어 흡수 경계조건을 적용시키면 다음과 같다. [2][3]

$$\int_{\theta=0}^{\theta=\theta_0} \left\{ \left(\frac{\partial N_{ie}}{\partial r} \frac{\partial j_e}{\partial r} + \frac{\partial N_{ie}}{\partial z} \frac{\partial N_{ie}}{\partial z} \right) + (j\omega\mu_0 + \frac{1}{r^2}) A_i dv - jka(R)\pi r^2 \int N_{ie} N_{je} A_i \sin\theta d\theta + jk\pi r^2 \beta(R) \int N_i \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial N_{je}}{\partial R} \right) A_i \sin\theta d\theta \right\} \quad (8)$$

여기서, $k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ (9)

$$\alpha(R) = 1 + \frac{1}{jkR} \quad (10)$$

$$\beta(R) = \frac{1}{2(kR)^2 \alpha(R)} \quad (11)$$

② 모델2 (자속이 일정하게 Z축방향으로 인가시)

식(5)에서

$$A = A^i + A^m \quad (12)$$

$$\nabla \times \nabla \times A^i = \mu J_s \quad (13)$$

$$\nabla \times \nabla \times (A^m + A^i) = -j\omega\mu(A^m + A^i) + \mu J_s \quad (14)$$

$$\nabla \times \nabla \times A^m = -j\omega\mu(A^m + A^i) \quad (15)$$

에 대입하면 식(7)은 다음처럼 된다.

$$\int (\nabla W \cdot \nabla A^m + (j\omega\mu_0 + \frac{1}{r^2})W \cdot A^m) dv - \oint W \frac{\partial A^m}{\partial n} ds = - \int j\omega\mu WA^i dv \quad (16)$$

여기서, A^i = 외부에서 인가한

Magnetic vector potential

A^m = 도전체에 의해 2차적으로 발생된

Magnetic vector potential

3. Galenkin 법의 적용 및 이산화[2]

1). 가상구경계 내부에서 2차삼각형요소를 적용시킨다.

2차 삼각형 요소와 면적좌표와 관계에서

i). 삼각형 정점인 절점 i 에서

$$N_{ie} = (2L_{ie}-1)L_{ie} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (17)$$

ii). 정점절점 i_e, j_e 중간점 r_e 는

$$N_{re} = 4 L_{ie}L_{je} \quad (i, j=1, 2, 3, r=4, 5, 6) \quad (18)$$

따라서,

$$\frac{\partial N_{ie}}{\partial r} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial N_{ie}}{\partial L_{ke}} \frac{\partial L_{ke}}{\partial r} \quad (19)$$

$$\frac{\partial N_{ie}}{\partial z} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial N_{ie}}{\partial L_{ke}} \frac{\partial L_{ke}}{\partial z} \quad (20)$$

2). 가상구 경계에서는 흡수경계조건을 적용시켜 식(3)에 적용시키면 된다. 경계부분은 2차요소로 적용시킨다.

$$N_{ie}(\theta) = \frac{1}{2\Delta} (a_{ie} + b_{ie}\theta + c_{ie}\theta^2) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (21)$$

$$\frac{\partial N_{ie}}{\partial \theta} = \frac{b_{ie} + 2c_{ie}\theta}{2\Delta} \quad (22)$$

전체 요소에서 계산한 행렬식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[K] A = (f) \quad (23)$$

따라서, 와전류밀도계산은

$$J_c = -j\omega\sigma A \quad (24)$$

을 이용하여 도전율을 가지는 도전체에서 각각의 와전류밀도를 구할 수 있었다.

4. 계산결과

그림 1-1의 모델은 자속이 외부에서 일정하게 Z축 방향으로 인가될 때, 구도체에 유기되는 와전류밀도를 계산 하기 위한 것이며, 그림 1-2는 전원전류를 코일에 인가할 때 원통도체에 흐르는 와전류밀도를 각각 계산하기 위해 설정한 모델이다.

그림 1-1에서의 구도체의 반경은 0.05m이고, 그림 1-2에서의 원통도체의 반경은 0.03m, 높이는 0.1m이고, 코일은 0.02[m] x 0.1[m]로 설정하였다.

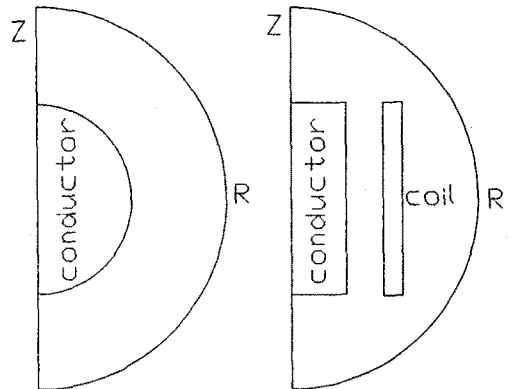


그림 1-1: 도체구에 대한 유한요소 해석영역

그림 1-2: 도체 실린더와 코일에 대한 유한요소 해석영역

수식전계에서 사용된 상수값은 다음과 같다.

$$\mu_r = 1, [H/m] \quad ; \text{비투자율}$$

$\sigma = 100000(\Omega^{-1}m^{-1})$;도전율
 $J_s = 2 [A/nm^2]$;입력전류밀도
 $r = 0.1 [m]$;가상구경계의반경
 $\epsilon = 8.854 e^{-12} [F/m]$;유전율

그림 1-3은, 그림 1-1의 모델에서 $f=60Hz$ 일 때 노이만의 조건을 적용시켜서 구한 해와 흡수경계 조건을 적용한 해를 각각 정확한 해에 비교한 것으로서 흡수경계조건을 이용했을 경우에 더 정확한 해에 접근함을 볼 수 있었다.

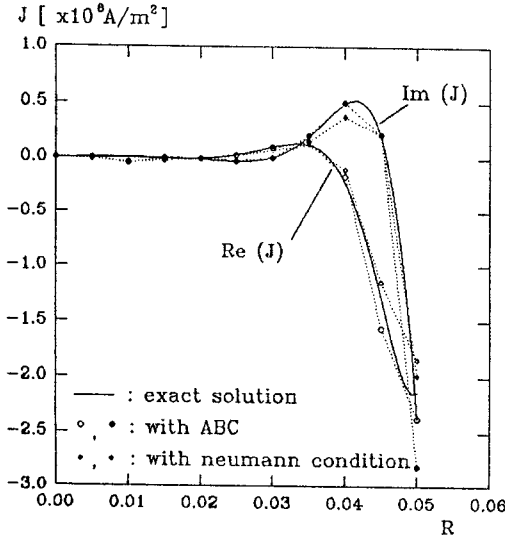


그림1-3:R축에 따른 도체구의 와전류 분포(Z = 0 평면)

그림 1-4와 그림 1-5는 그림 1-2를 모델로 하여, 주파수 1kHz일 때의, 노이만의 조건에서와 흡수경계조건에서의 와전류밀도를 계산한 것이다.

그림 1-4는 구의 중심에서 반경 r의 변할 때의 와전류 밀도를 계산한 것으로서, 노이만의 조건보다 흡수경계조건을 적용시켰을 때가 밀도가 조금 떨어지는 것을 알 수 있었다.

그림 1-5는 $r=0.02m$ 일 때 z축의 변화에 따른 와전류밀도를 나타낸 것으로서 z축의 거리에 따른 밀도변화가 흡수경계조건을 적용시켰을 때가 노이만의 경계조건을 적용했을 때보다, 변화가 적다는 것을 볼 수 있었다.

5. 결론

축대칭 구조의 가상구경계상에 각각 노이만조건과, 흡수경계조건을 적용시켜 시뮬레이션 한 결과 흡수경계조건이 보다 정확한 해에 근접함을 알 수 있었다. 따라서 가상구경계상에서 흡수경계조건을 적용하는 것이 보다 효율적이라는 것을 알 수 있다. 향후 와전류를 이용한 축대칭 구조장치의 설계나 응용에 흡수경계조건의 적용이 기대된다.

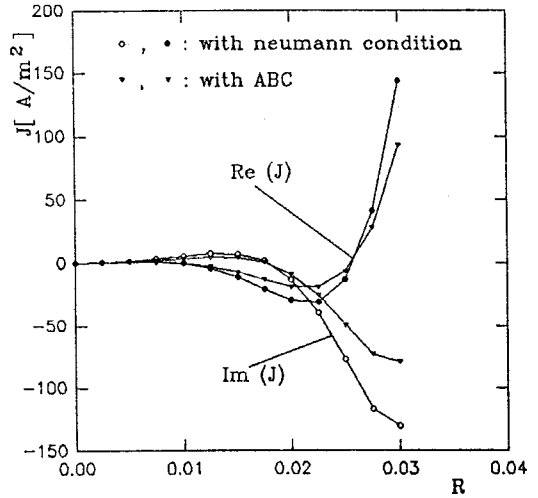


그림1-4:R축에 따른 실린더의 와전류 분포(Z = 0 평면)

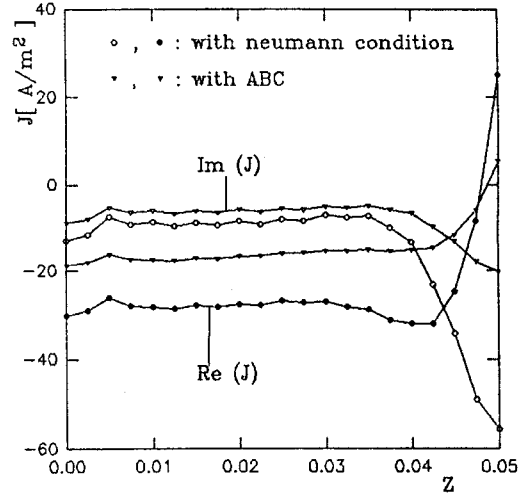


그림1-5:r = 0.02[m]이고 Z축으로 나란한 방향으로의 도체 실린더의 와전류 분포

참고문헌

1. Eddy Currents: Theory and Applications, E. E. KRIEZIS, THEODOROS D. TSIBOUKIS, STAVROS M. PANS, JOHN A. TEGOPOULOS, PROCEEDINGS OF THE IEEE , VOL. 80, NO. 10, OCTOBER 1992
2. Finite Element Solution of Boundary Value Problems. O. AXELSSON, V. A. BARKER, ACADEMIC PRESS, INC, 1884
3. R. Mittra, O. Ramahi, A. Khebir, R. Gordon and A. Kouki. "A REVIEW OF ABSORBING BOUNDARY CONDITINOS FORTWO AND THREE-DIMENSIONAL ELECTROMAGNETIC SCATT ERING PROBLEMS", IEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 25, NO, 4 JULY 1989