

균질화 기법을 이용한 비정질 Core의 자계해석 Algorithm개발

이진희, 신판석

홍익대학교 과학기술대학 기계설계학과, 전기공학과
339-800 충남 연기군 조치원읍

Development of An Algorithm to Analyse Magnetic Field of Amorphous Core using Homogenization Technique

Jinhee Lee and Pan-Seok Shin

Department of Mechanical Design and Mechanics, Electrical Engineering
Hong Ik University, Chochiwon, Chungnam 339-800, Korea

Abstracts

A solution of magnetic fields for amorphous core transformer has been tried using homogenization technique. The technique, which is derived by applying asymptotic expansion to the standard finite element method, is helpful to analyse a joint part of amorphous core transformer microscopically. A butt-lap-step joint type of lamination method is modeled and its equivalent reluctivity is calculated to analyse various quantities of the magnetic fields. The algorithm is also applicable to other electric devices which have complicated material structure with repeated patterns.

1. 개요

비정질(Amorphous) core를 이용한 배전용 변압기를 최적설계하기 위하여 여러가지 해석 기법들이 연구되고 있으며, 최적화기법과 유한요소법을 조합한 Algorithm들도 개발되고 있다. 비정질 Core를 이용한 변압기는 주로 소형의 주상변압기에 사용하고 있으며, 무부하손이 기존의 규소강판보다 훨씬 작기때문에(약 70% 절감) 에너지절감 효과가 높아서 일본이나 미국 등에서는 1980년대 초부터 개발을 시작하였다[1, 2].

비정질 Core의 재료는 리본의 형태(폭: 약 10cm, 두께: 평균 23 μm)로서 소재의 절단기술, 적층기술 및 열처리 등의 제작기술에 대한 연구와, 적층방법에 따라 Core내부의 자속밀도분포, Eddy current, Coil의 누설 Inductance 등이 영향을 많이 받으므로, 시작품 제작의 전단계에서 기본설계 및 사양에서 주어진 조건을 이용하여 변압기 특성의 검증, 최적형상의 설계, 최적운전조건 등을 도출해야하며, 이를 위하여 여러가지 형태의 적층방법에 따라 Core 내부의 전자기적 특성을 수치해석 방법을 이용하여 해석하는 것이 필요하다.

본 연구에서는 비정질 코어의 적층방법으로 가장 보편화되어있는 방법인 Butt-lap-step joint 형태(그림 1 참조)에 대한 코어의 자계해석방법에 대한 연구를 한 것이며, 이 적층방법은 작은 자화전류, 저손실 및 저소음 등의 장점을 갖고있다. 그림 1은 이 적층방법의 주요단면을 표시하고 있으며, 가는 선은 하나의 group을 나타내며, 이것은 5 - 25겹의 23 μm 두께 비정질 리본으로 적층한 것

이고, 4 개의 step-lap joint group와 2 set의 butt-lap joint로 구성되어 있다. 그림 2는 joint부분을 간략화한 그림이며, 중첩길이(GI), 공극길이(GL), Group두께(CT)를 표시하고 있다. 각 group은 비정질 core와 공극이 반복되고, but joint는 중간에 1-2 mm의 공극이 반복되는 특수한 구조를 가지고 있으므로 기존의 방법으로 해석 하기에는 많은 절점이 필요하며, 계산시간도 많이 소요된다. 이러한 문제해결의 대표적인 접근방법의 하나로 복합구성된 재료의 등가물성치를 산출하고, 이 균질화된 물성치를 이용하여 단순화된 경계치문제의 해를 해석적 또는 수치적 방법을 통하여 구하는 방식을 들 수가 있다. 복합재료의 유전율, 도전율, 투자율, 탄성계수, 열전도도 및 열팽창계수 등 다양한 등가 물성치를 산출하는 방법들이 많이 연구되고 있다[3-6]. 본 연구에서는 Asymptotic Expansion을 이용하여 균질화된 투자율 (또는 reluctivity)를 산출하였고, 여기에 유한요소기법을 도입하여 단점을 보완한 새로운 형태의 algorithm을 개발하였다. 이 기법은 계산시간의 단축과 Microscopic하게 자속밀도 분포를 관찰 할 수 있으므로 비정질 코어의 설계 Parameter를 설정하는 데 많은 정보를 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

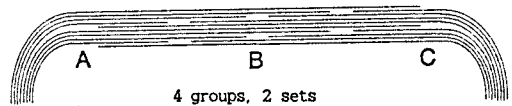
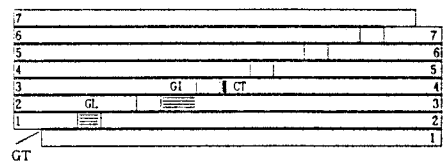


그림 1. 비정질 변압기 Core의 But-lap-step joint 형태



GI : gap interval
GL : gap length
CT : core thickness
GT : gap thickness

그림 2. Joint 부분의 simulation model

2. 자계해석의 수학적 모델링

자계분포에 대한 지배방정식과 그에 대한 유한요소 weak form은

$$\nabla \cdot (\nabla \Lambda) = -J \quad (1)$$

$$\int_{\Omega} (\nabla \bar{A})^T \nabla \Lambda \, d\Omega = \int_{\Omega} \bar{A} J \, d\Omega \quad (2)$$

으로 쓸 수 있는데, vector potential Λ 와 weighting function \bar{A} 는 충분히 작은 양의 실수 ε 를 이용하여 macroscale의 A_0 , \bar{A}_0 와 microscale의 A_1 , \bar{A}_1 로서 다음과 같이 확장할 수 있다.

$$A = A_0(\underline{x}) + \varepsilon A_1(\underline{x}, \underline{y}) \quad (3)$$

$$\bar{A} = \bar{A}_0(\underline{x}) + \varepsilon \bar{A}_1(\underline{x}, \underline{y}) \quad (4)$$

위에서 $\underline{y} = \frac{\underline{x}}{\varepsilon}$ 는 미세구조에서의 좌표계를 뜻하고 있

으며 A 와 \bar{A} 의 구별은 다음과 같이 구해진다.

$$\nabla A = \nabla_x A_0 + \varepsilon \nabla_x A_1 + \nabla_y A_1 \quad (5)$$

$$\nabla \bar{A} = \nabla_x \bar{A}_0 + \varepsilon \nabla_x \bar{A}_1 + \nabla_y \bar{A}_1 \quad (6)$$

식(4)-(6)을 식(2)에 대입하면 ε 에 관한 항과 ε^2 에 관한 항, ε 에 무관한 항들의 합으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} (\nabla_x \bar{A}_0 + \nabla_x \bar{A}_1)^T \nabla (\nabla_x A_0 + \nabla_x A_1) \, d\Omega \\ & + \varepsilon \int_{\Omega} ((\nabla_x \bar{A}_0)^T \nabla_y \nabla_x A_1 + (\nabla_x \bar{A}_1)^T \nabla_y \nabla_x A_0) \, d\Omega \\ & + \varepsilon^2 \int_{\Omega} (\nabla_x \bar{A}_1)^T \nabla_y \nabla_y A_1 \, d\Omega = \int_{\Omega} (\bar{A}_0 + \varepsilon \bar{A}_1) J \, d\Omega \quad (7) \end{aligned}$$

식(7)에서 ε 을 0에 접근시키면 ε 에 관한 항들과 ε^2 에 관한 항들은 없어지고 ε 에 무관한 항들만 남게된다.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Omega} [(\nabla_x \bar{A}_0 + \nabla_x \bar{A}_1)^T \nabla (\nabla_x A_0 + \nabla_x A_1) - \bar{A}_0 J] \, d\Omega = 0 \quad (8)$$

또한, weighting function $\bar{\Lambda} = \bar{A}_0 + \varepsilon \bar{A}_1$ 은 임의적이므로 \bar{A}_0 와 \bar{A}_1 도 임의적이게 되어 macroscale과 microscale에 관한 두개의 식으로 분리된다.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Omega} [(\nabla_x \bar{A}_0)^T \nabla (\nabla_x A_0 + \nabla_x A_1) - \bar{A}_0 J] \, d\Omega = 0 \quad (9)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Omega} (\nabla_x \bar{A}_1)^T \nabla (\nabla_x A_0 + \nabla_x A_1) \, d\Omega = 0 \quad (10)$$

위 두식은 서로 독립적이 아니고, $(\nabla_x A_0 + \nabla_x A_1)$ 을 통하여 결합되어 있음을 알 수 있다. 반복되는 작은 단위구조체로 이루어진 일반적인 Y -주기함수 $\Phi(\underline{y}) = \Phi(\underline{x}, \underline{y})$ 에 대한 적분은 아래와 같이 미세구조에서의 평균화된 크기로 나타낼 수 있는 점을 고려하여

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Omega} \Phi(\underline{x}, \underline{y}) \, d\Omega = \int_{\Omega} \frac{1}{|Y|} \int_Y \Phi(\underline{x}, \underline{y}) \, dY \, d\Omega + O(\varepsilon^n)$$

(11)

식(9)-(10)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_{\Omega} \frac{1}{|Y|} \int_Y [(\nabla_x \bar{A}_0)^T \nabla (\nabla_x A_0 + \nabla_x A_1) - \bar{A}_0 J] \, dY \, d\Omega = 0 \quad (12)$$

$$\int_{\Omega} \frac{1}{|Y|} \int_Y (\nabla_x \bar{A}_1)^T \nabla (\nabla_x A_0 + \nabla_x A_1) \, dY \, d\Omega = 0 \quad (13)$$

식(13)에서 $A_0(\underline{x})$ 와 $A_1(\underline{x}, \underline{y})$ 의 선형적 특성을 고려하여 $A_1(\underline{x}, \underline{y})$ 를 변수분리형으로 나타내면

$$A_1(\underline{x}, \underline{y}) = -x_i(\underline{y}) \frac{\partial A_0(\underline{x})}{\partial x_i} \quad (14)$$

이 되고, 이것을 다시 식(13)에 대입하면

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \frac{1}{|Y|} \int_Y \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial y_i} v_{ij} \left(\frac{\partial A_0}{\partial x_j} + \frac{\partial A_1}{\partial y_j} \right) \, dY \, d\Omega \\ & = \int_{\Omega} \frac{1}{|Y|} \int_Y \left(-\frac{\partial \bar{A}_1}{\partial y_i} v_{ij} - \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial y_i} v_{ik} \frac{\partial x_i}{\partial y_k} \right) \frac{\partial A_0}{\partial x_j} \, d\Omega = 0 \quad (15) \end{aligned}$$

을 얻는다. 다음의 식(16)은 위식을 만족시키는 충분조건이므로 그로부터 microscale 변수 x 를 산출한다.

$$\int_Y \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial y_i} v_{ij}(\underline{x}, \underline{y}) \, dY = \int_Y \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial y_i} v_{ik}(\underline{x}, \underline{y}) \frac{\partial x_i}{\partial y_k} \, dY \quad (16)$$

일단 x_i 가 결정되어 식(9)에 대입하면 microscale과 macroscale이 공존하는 원래의 weakform(2)은 macroscale만의 weakform(17)을 만들 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \left[\frac{\partial \bar{A}_0}{\partial x_i} \frac{1}{|Y|} \int_Y (v_{ij} - v_{ik} \frac{\partial x_i}{\partial y_k}) \, dY \frac{\partial A_0}{\partial x_j} \right] \, d\Omega \\ & = \int_{\Omega} \frac{1}{|Y|} \int_Y \bar{A}_0 J \, dY \, d\Omega \quad (17) \end{aligned}$$

식(17)은 균질화된 reductivity v^H (19)와 전류밀도 J^H (20)을 사용하여 다음과 같이 간략하게 나타낼 수 있다.

$$\int_{\Omega} ((\nabla_x \bar{A}_0)^T v^H \nabla_x A_0) \, d\Omega = \int_{\Omega} \bar{A}_0 J^H \, d\Omega \quad (18)$$

$$(v^H)_{ij} = \frac{1}{|Y|} \int_Y (v_{ij} - v_{ik} \frac{\partial x_i}{\partial y_k}) \, dY \quad (19)$$

$$J^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y J \, dY \quad (20)$$

또한, vector potential A 에 대한 i 방향 구배는 식(5)와 식(14)로부터 다음처럼 구할 수 있다.

$$A_{,i} = \frac{\partial A_0}{\partial x_i} - \frac{\partial x_j}{\partial y_i} \frac{\partial A_0}{\partial x_j} \quad (21)$$

자속밀도 B 는 식(21)의 결과를 이용하여 계산할 수 있다.

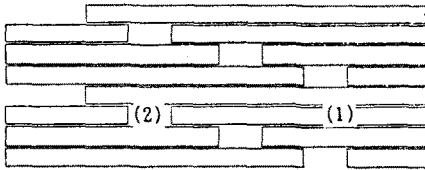
3. 비정질 Core의 Modeling

그림 3은 비정질 core에 비균질화기법을 도입하기 위하여 but-lap-step joint의 일부분을 간략화한 simulation model이며 비정질 재료의 비투자율은 1000, 구리와 공극은 1로 가정하였으며, ribbon의 두께는 3 μm , ribbon사이의 공극은 1 μm , 1개의 group는 4개의 ribbon으로 구성되어 있음을 보여주고 있다.

표 1은 본 algorithm을 이용하여 산출한 등가 reductivity를 보여주고 있으며 이것을 이용하여 vector potential, 자속선과 자속밀도 등을 구할 수 있게 된다.

표 1. 균질화된 각 부위의 등가 reductivity(A mm/Wb)

비정질 core		Airgap 부근		구 리	
199.5405	0	265.63	0	795.7747	0
0	1.0610	0	2.0803	0	795.7747



(1) 5 ribbons + 4 airgaps
(2) Airgaps between groups

그림 3. 비정질 core의 균질화 Simulation Model

4. 요약 및 연구방향

미세한 재질이 반복적으로 적층된 비정질 core 내부의 전자계특성을 해석하기 위하여 균질화기법을 도입하여 계산하는 algorithm을 개발하였다. 이 방법을 이용하여 but-lap-step joint core의 각 각 재질에 대한 등가 reductivity를 산출하여 적용가능성을 보여 주었다. 이 값을 이용하여 vector potential, 자속밀도 등 전자기적 특성을 계산하고 그 결과를 일반적인 해석방법의 결과나 실험 결과와 비교하는 algorithm의 검증단계가 필요하며, 비선형문제, 계산속도 개선문제 modeling의 일반화 문제 등에 대한 연구가 계속되어야 할 것이다.

참고문헌

- [1] T. Nakata and et al, IEEE Trans on MAG, Vol.MAG-18, No.6, pp. 1055-1057, 1982
- [2] E. Boyd and J. Borst, IEEE Trans on PAS, Vol.PAS-103, No.11, pp.3365-3372, 1984
- [3] Hashin, Z., 1983, Trans. ASME, J. of Appl. Mech., Vol. 50, pp 481-505

- [4] Sanchez de Palencia, E., 1980, Nonhomogeneous media and vibration theory, Lecture Notes in Physics, Nb. 127, Springer Verlag, Berlin
- [5] Guedes, J. M., 1990, Nonlinear Computational Models for Composite Materials Using Homogenization, Ph.D. Thesis, University of Michigan
- [6] 이 진희, 1994, "균질화기법을 이용한 복합재료의 등가 열전도계수의 계산", 대한기계학회 18권 5호, pp 1245-1252

용어해설

v_A	물질 A의 reductivity 행렬
$(v_A)_ij$	물질 A의 reductivity 행렬요소
v_{ij}	reductivity 행렬요소
v^H	균질화된 reductivity 행렬
j^H	균질화된 source term
A	potential
A_0	macroscale potential
A_1	microscale potential
\bar{A}	weighting function
\bar{A}_0	macroscale weighting function
\bar{A}_1	microscale weighting function
x_i, \underline{x}	macroscale 좌표계
y_i, \underline{y}	microscale 좌표계
Y	단위구조물의 크기
x_i	microscale 변수