

압전 세라믹 바이모프의 전기기계적 특성*

이용국*, 이해룡*, 김창교**, 한득영*
 *건국 대학교 공과대학 전기공학과
 **순천향 대학교 공과대학 전기공학과

Electro-mechanical Properties of Piezoelectric Ceramic Bimorphs.

Yong-Kuk Lee*, Hae-Ryong Lee*, Chang-Kyo Kim**, Deuk-Young Han*

*Dept. of Electrical Eng. Kon-Kuk Univ.

**Dept. of Electrical Eng. Soon-Chun-Hyang Univ.

-Abstract-

Expressions for the displacement of a bimorph, one end fixed and the other free, has been introduced when sinusoidal inputs were applied to the ceramic plates on a thin metal plate. Maximum displacements at the free end and strains at the position of strain gage attached were measured when various wave forms, voltages, and frequencies were applied to the bimorph whose length is 6.6[cm], width 2.5[cm], and thickness 0.0305[cm].

Under the constant voltage (70[V_{peak}]), the strains and the displacements at the free end were larger than the case of the sinusoidal input when the square wave was applied and were smaller when triangular wave. It was shown that the displacements at the free end and the strains of the gage position were increased as the applied voltage in the range of 30-90[V_{peak}] and effective length were increased. And it was also found that the resonant frequency of a bimorph was decreased as its effective length was increased, and that the displacements and the strains were maximum at the resonant frequency.

I. 서론

현재까지의 바이모프에 관한 연구에서는 압전세라믹의 길이와 두께, 그리고 탄성상수와 압전상수는 고려하고 있지만 세라믹 사이의 급속판의 특성에 의한 영향은 고려하지 않았으며, 이로 인해 보다 정확한 공진주파수와 자유단에서의 변위를 구할 수가 없었다[1-3]. 따라서, 자유단에서 큰 변위를 요구하는 바이모프의 설계 및 제작에 한계가 있었다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 압전세라믹 판의 두께, 폭, 길이, 압전상수 d₃₁, 탄성상수, 밀도 등과 함께 세라믹 판 사이의 급속판의 탄성상수와 길이, 두께, 폭, 밀도 등을 고려하여, 압전세라믹에 인가한 전압과 변위 사이의 관계식을 구하고자 한다. 또한, 바이모프의 자유단에서의 최대변위와 급속판 양측에 부착되어 있는 압전세라믹 판에서의 strain에 관한 실험을 통하여 얻은 결과와 유도한 식으로부터 구한 이론치를 비교 연구하고자 한다.

이러한 연구결과는 ink jet과 같이 미량의 유체를 취급하고 그 유량을 제어할 수 있는 압전 pump류와 압전 밸브류, 전력용 반도체소자와 같이 극부적 발열 부분을 식혀주는 압전 fan류, 시계, 전화, 경보기동과 같은 기기의 발열체, 미세변위를 조정하는 micro-actuator 등과 같이 유니모프, 바이모프, 멀티모프의 변위를 응용하는 기기들의 설계 및 개발은 물론 관련기기를 소형화시키고 효율을 높이는 데 활용이 기대된다[4-5].

II. 바이모프의 변위

1). 조합보(composite beam)의 자유진동[6]

그림 1과 같이 탄성상수 E_A, Poisson 비 σ₁, 두께 2t₁, 폭 w₁, 길이 L인 매질 A 양측에 탄성상수 E_B=n×E_A, Poisson 비 σ₂, 두께 t₂, 폭 w₂, 길이 L인 매질 B가 접착되어 있는 조합보에서 공기의 저항과 증력의 영향을 무시하면, 시간 t, 위치 x, 변위 y의 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기서, $a = \sqrt{EI/m}$

$$EI = \frac{2E_A}{3} \left[\frac{w_1 t_1^3}{(1-\sigma_1^2)} + \frac{w_2 (3t_1^2 t_2 + 3t_1 t_2^2 + t_2^3) n}{(1-\sigma_2^2)} \right]$$

(EI : 조합보의 굽힘 탄성계수)

$m = 2(w_1 \rho_1 t_1 + w_2 \rho_2 t_2)$

ρ_1, ρ_2 : A, B 매질의 밀도

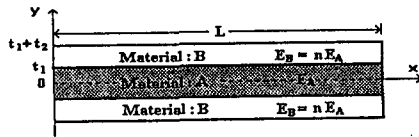


그림 1. 조합보(composite beam)

식(1)의 미분방정식이 유의미한 해를 갖기 위해서는 주파수 조건 $\cos(kL) \cosh(kL) = -1$ 을 만족시켜야 한다. 따라서,

$$kL = 1.875, 4.694, 7.855, \dots \quad (i=1,2,3, \dots) \quad (2)$$

이러한 조건하에서 식(1)의 해는

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} [\cosh(k_i x) - \cos(k_i x) - \alpha_i \{ \sinh(k_i x) - \sin(k_i x) \}] \times [C_1 \cos(\omega_i t) + C_2 \cos(\omega_i t)] \quad (3)$$

$$\alpha_i = [\cos(k_i L) + \cosh(k_i L)] / [\sin(k_i L) + \sinh(k_i L)] \quad (4)$$

로 나타낼 수 있으며, C₁, C₂는 초기조건으로부터 구할 수 있다. 또, ω_i는 고유진동수로서 다음 식으로 표현된다.

$$\omega_i = k_i^2 \sqrt{EI/m} \quad (5)$$

2). 바이모프의 강제진동[7][10][11][12]

그림 2와 같이 A, B매질이 각각 급속판과 압전세라믹 판인 보(beam)에 p(x,t)의 힘이 가해질 경우의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다. 이 식에서 [는 감쇄비이다.

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + 2\zeta \omega_i \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + \frac{EI}{m} \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = \frac{p(x,t)}{m} \quad (6)$$

따라서, 압전세라믹 판에 병렬로 전압 V=V₀sin(ωt)를 인가한 경우, x=L인 자유단에 굽힘 모멘트

$$M(t) = M_0 \sin(\omega t) = \frac{E_B d_{31} w_2 (2t_1 + t_2) V_0 \sin(\omega t)}{(1-\sigma_2^2)} \quad (7)$$

이 가해진 것과 같으므로 이때의 변위 y는 다음 식으로 표현된다.

$$y(x,t) = \frac{E_B d_{31} w_2 (2t_1 + t_2) V_0}{m(1-\sigma_2^2)} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{X_i X_{ii} \sin(\omega t + \psi_i)}{\sqrt{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_i^2 \omega^2}} \quad (8)$$

$$\psi_i = -\tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_i \omega \omega_i}{\omega_i^2 - \omega^2} \right) \quad (9)$$

위 식에서 X_1 는 normal function으로서

$$X_1 = \cosh(k_1 x) - \cos(k_1 x) - \alpha_1 \{ \sinh(k_1 x) - \sin(k_1 x) \} \quad (10)$$

X_{1L} 는 $x=L$ 에서 계산한 normal function X_1 의 1계도함수의 값으로

$$X_{1L} = \frac{2k_1 \sin(k_1 L) \sinh(k_1 L)}{\sin(k_1 L) + \sinh(k_1 L)} \quad (11)$$

의 관계가 있다.

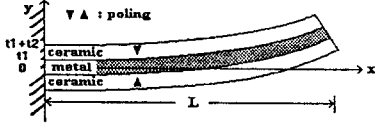


그림 2. 바이모프

III. 실험 및 결과고찰

1). strain 측정

실험에 사용한 바이모프의 특성은 표 1과 같다.

표 1. 바이모프의 특성상수[8][9]

| 구분 | 세라믹판 | 금속판 |
|----------|---------------------------|---------------------------|
| 길이 | 6.3 [cm] | 6.6 [cm] |
| 두께 | 2.3 [cm] | 2.5 [cm] |
| 두께 | 0.01114 [cm] | 0.01176 [cm] |
| 압전상수 | -2.87E-12 [C/N] | - |
| 탄성상수 | 6.8E+10 [Pa] | 1.04E+11 [Pa] |
| Poisson비 | 0.34 | 0.33 |
| 밀도 | 8000 [kg/m ³] | 8650 [kg/m ³] |

바이모프의 strain을 측정하기 위하여 strain gage(Type: CEA-09-125UW-120, Maker:Measurements Group, Inc.)를 자유단으로부터 2.5[cm]인 곳의 세라믹 표면에 부착하고 브리지회로와 8 bit A/D컨버터를 이용하여 데이터를 처리하였다. 그 데이터 처리회로의 블록도는 그림 4와 같다.

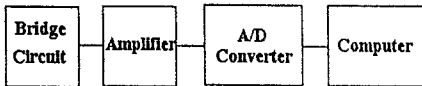
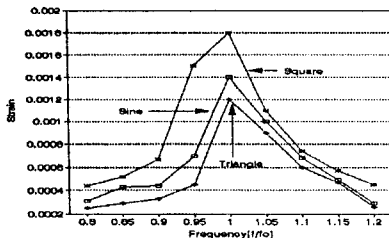
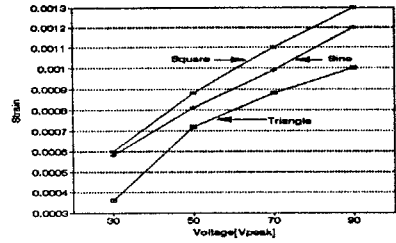


그림 4. 데이터 처리도

바이모프의 길이,인가전압의 최대치,인가전압의 파형,주파수중에서 어느 한 변수만을 변화시키고 다른 변수를 일정히 유지한 상태에서 자유단이 최대변위일 때 gage를 부착한 위치에서의 최대 strain을 측정한 결과는 그림 5(a),(b)와 같다. 그림 5(a)는 주파수(공진 주파수 37[Hz])를 가변시킨 경우로서 strain은 공진주파수에서 최대였고, 그림 5(b)는 strain이 인가전압의 증가에 따라 증가함을 보여주고 있다. 또한 구형파 전압 인가시의 strain이 가장 컸고, 삼각파 전압 인가시의 strain이 가장 작게 나타났으며, 이것은 구형파 인가시 바이모프에 인가되는 전압변화가 급격히 일어나기 때문에 나타나는 overshoot의 영향이라고 생각 된다.

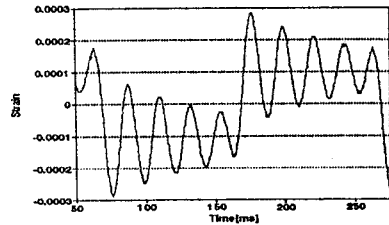


(a). Strain과 주파수의 관계
(인가전압 70[V_{peak}], 유효길이 5.5[cm])

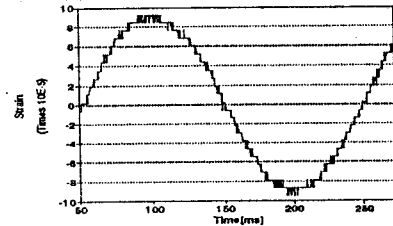


(b). Strain과 전압의 관계
(공진주파수 37[Hz], 유효길이 5.5[cm])
그림 5. 바이모프에서의 Strain

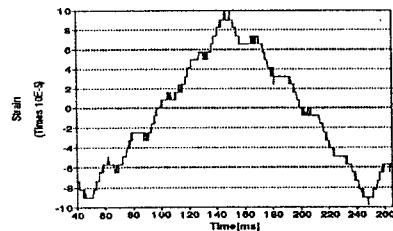
또 그림 6(a),(b),(c)는 전압 70[V_{peak}], 주파수 5[Hz]인 구형파, 정현파, 삼각파를 각각 인가한 경우, gage 부착위치에서의 시간에 따른 순시 strain을 보인 것으로서 특히 구형파를 인가한 경우는 overshoot가 큼을 보여주고 있다.



(a). 구형파



(b). 정현파

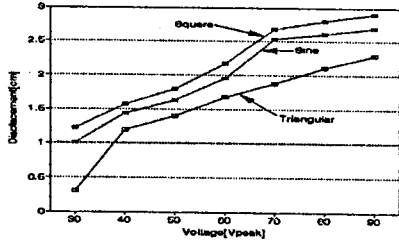


(c). 삼각파
그림 6. 파형에 따른 순시 Strain

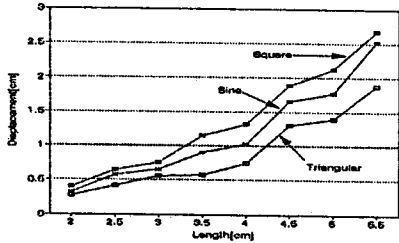
2). 자유단의 최대변위

Cathetometer(Model No.:M940-300P, Maker:Gaertner)를 사용하여 바이모프의 길이, 인가전압의 최대치, 인가전압의 파형, 주파수 중에서 어느 하나만을 가변시키면서 자유단의 변위진폭을 측정된 결과는 그림 7(a),(b),(c)와 같다.

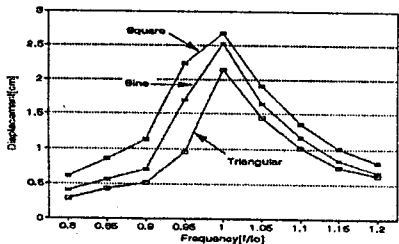
인가전압을 변화시켰을 때 자유단에서의 변위진폭은 그림 7(a)와 같이 전압의 증가와 함께 변위도 증가하였으며, 각 길이에서의 공진주파수에서 전압이 일정할 때의 변위진폭도 그림 7(b)와 같이 바이모프의 유효길이가 증가함에 따라 증가하였고, 일정전압, 일정길이에서는 그림 7(c)와 같이 공진주파수에서 최대변위가 일어남을 보여주고 있다.



(a). 전압과 변위진폭



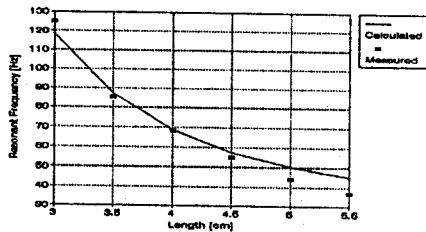
(b). 길이와 변위진폭



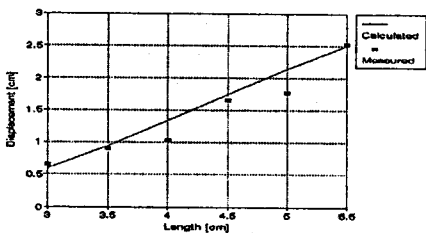
(c). 주파수와 변위진폭

그림 7. 바이모프 자유단에서의 변위진폭

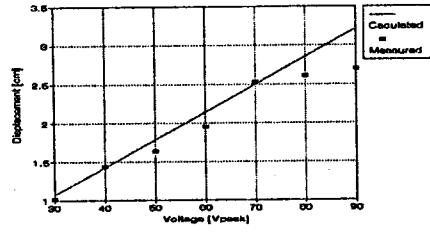
그림 8(a)는 인가전압이 70[V_{peak}]의 정현파일 때 바이모프의 길이를 변화시켰을 때 공진주파수에 관한 측정치와 식(5)에 의한 계산치를 비교한 것이며, 그림8(b)는 인가전압이 70[V_{peak}]이고 각 길이에 해당하는 공진주파수의 정현파를 인가한 경우 자유단에서의 변위진폭을 측정 한 실험결과와 식(8)에 의한 계산결과를 비교한 것이다. 또 그림 8(c)는 유효길이 5.5[cm]를 고정하고 정현파 전압의 크기를 조정 한 경우 바이모프의 자유단에서의 변위진폭에 관한 측정치와 식(8)에 의한 계산치를 보인 것으로서 측정치와 계산치가 비교적 잘 일치함을 보여주었다.



(a). 길이와 공진주파수



(b). 길이와 변위진폭



(c). 전압과 변위진폭

그림 8. 계산치와 실험치의 비교

IV. 결 론

본 연구는 바이모프에 관한 전기기계적 특성에 관한 것으로서 이 소자에 전기적 입력을 인가한 경우 양측의 압전세라믹판 사이에 삽입된 급속판의 탄성상수, 두께, 폭, 길이, 밀도와 인가전압의 주파수를 고려하여 그 기계적 응답인 변위와 공진주파수에 관한 식을 유도하였으며, 그 식에 의한 계산치와 측정치를 비교연구하였다.

결과는 바이모프의 변위는 실험의 범위 내에서 인가전압과 길이의 증가에 따라 증가하였고, 구형파 인가시의 변위가 가장 컸으며, 삼각파 인가시의 변위가 가장 작았다. 또 공진주파수는 길이의 증가에 따라 감소하였으며, 공진주파수에서 최대의 변위가 일어났다. 그러나 일정한 전압과 길이에서 주파수와 변위의 관계는 보다 더 연구할 필요가 있다고 본다.

참 고 문 헌

- [1] S. A. Kokorowski, "Analysis of Adaptive Optical Elements made from Piezoelectric Bimorphs", J. Opt. Soc. Am., Vol.69, No.1, pp.181-187, 1979.
- [2] J. G. Smits & Susan I. Dulke, "The Constituent Equations of Piezoelectric Bimorphs", 1989 IEEE Ultrasonic Symposium, pp.781-784, 1989.
- [3] J. G. Smits & T. Cooney, "The Effectiveness of a Piezoelectric Bimorph Actuator to Perform Mechanical Work under Various Constant Loading Conditions", Ferroelectrics, Vol.-119, pp.89-105, 1991.
- [4] W. J. Spencer, W. T. Corbett, et al, "An Electronically Controlled Piezoelectric Insulin Pump and Valves", IEEE Trans. Sonics & Ultrason., Vol.SU-35, No.3, pp.153-156, 1978.
- [5] P. Murali, D. W. Phol, & W. Denk, "Wide-range Low Operating Voltage, Bimorph STM : Application as Potentiometer", IBM J. Res. Develop., Vol.30, No.5, pp.443-450, 1986.
- [6] J. M. Gere & S. P. Timoshenko, "Mechanics of Materials", 3rd Ed., PWS-Kent Publishing Co., Boston, pp.301-308, 1990.
- [7] W. W. Weaver, Jr., S. P. Timoshenko, & D. H. Young, "Vibration Problems in Engineering", 5th Ed., John Wiley & Sons, Inc., Singapore, pp.380-432, 1990.
- [8] 뉴클래스시리스-編輯委員會 編, "壓電セラミッスの應用", 學獻社, 東京, p.82, 1989.
- [9] 유 흥균, 이 명대, "재료 역학", 원화사, 서울, pp.447, 1993.
- [10] Vladimir Kolousek, R. F. McLean, & J. F. Fleming, "Dynamics in Engineering Structures", Butter Worths, London, pp. 267-269, 1973.
- [11] Mario Paz, "Structural Dynamics Theory and Computation", 3rd Ed., Van Nostrand Reinhold, New York, pp. 447-448, 452-453, 1991
- [12] Yoshimitsu Kikuchi & T. Suzuki, "Ultrasonic Transducers", Corona Publishing Company, Ltd., Tokyo, pp.244-247, 1969.