

## 3차원 벡터유한요소법을 이용한 도파관 정합부하의 최적형상설계

°김 준 오, °이 홍 배, °천 창 료, °한 송 업, °°김 형 석

° 서울대학교 전기공학과 °강원대학교 전기공학과 °°순천향대학교 전기공학과

(Optimal Shape Design of Waveguide Matched Load  
Using 3 Dimensional Vector Finite Element Method)

Juno Kim, Hong-bae Lee, Changyul Cheon, Song-yop Hahn, and Hyeong-seok Kim  
Seoul National Univ., Kangwon National Univ., Soonchunhyang Univ.

### Abstract

The shape of lossy material inside a waveguide matched load is optimally designed to give low reflection over a given frequency range. The 3 dimensional vector finite element method is used as an analysis tool which does not generate spurious mode. The optimizing process used in this paper is the Powell technique. The designed load gives the low reflection about -30 dB around 10GHz with 1.5 wavelength of the load length.

### 1. 서 론

도파관 정합부하는 초고주파공학분야에서, 특히 고전력(high power)응용분야에서 중요한 소자이다. 정합부하 설계목표중 하나는 도파관의 단락된 단면 안쪽에 손실성 유전체(lossy dielectric)를 적절하게 분포시켜 부하 내부로 유입된 전력을 최대한 흡수하도록 하는 것이다. 손실성 유전체를 단일한 물질로 사용하는 경우는 부하의 형상이 부하의 특성에 가장 큰 영향을 미치게 될 것이다.

최적설계를 위해서는 가상모드(spurious mode)가 발생하지 않아야 한다. 그러기 위해서는 형상함수의 발산(divergence)이 반드시 "영"이어야하고, 이를 항상 만족시키는 것이 변요소(edge element)이므로, 본 논문에서는 육면체 변요소를 사용한 유한요소법을 해석기법으로 채택하였고, 최적화 기법으로는 Direct Search 법의 일종인 Powell 법을 이용하여 정합부하의 형상설계를 하였다.

또, 정합부하(Matched Load)는 소자성격상 주파수에 대해 광대역 특성을 가져야 함에도 불구하고, 그 설계가 해석적으로 이루어지는 경우 그 주파수 특성이 매

우 좁게 나타나게 된다. 본 논문에서는 도파관 형태의 정합부하를 광대역 주파수 특성(8-12GHz)을 갖도록 설계하고자 한다.

### 2. 유한요소 정식화

그림 1과 같은 내부중 일부가 유전체로 채워진 도파관에 대해 고려해보자.

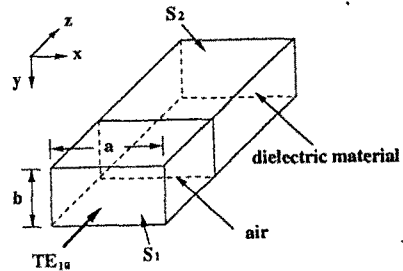


그림 1. 해석 모델

(WR 90 : 22.86mm×10.16mm×60.00mm)

그림에서 S1을 제외한 나머지 모든 면은 완전도체로 가정한다. 해석영역이 불균일 유전체(inhomogeneous dielectric)가 채워져 있으므로 지배방정식은 전계의 세기( $\vec{E}$ )에 대한 Helmholtz 방정식으로 다음과 같이 구해진다.

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} - k_0^2 \epsilon_r \vec{E} = 0 \quad (1)$$

여기서,  $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  이다.

식(1)에 Galerkin법을 적용하면,

$$\int_V (\vec{N} \cdot \nabla \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} - k_0^2 \epsilon_r \vec{E}) dv = 0 \quad (2)$$

식(2)에 벡터 등식과 발산 정리를 적용하여 정리하면,

$$\int_V \left\{ \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \vec{E}) \cdot (\nabla \times \vec{N}) - k_0^2 \epsilon_r \vec{E} \cdot \vec{N} \right\} dv - \oint_S \vec{N} \cdot \left( \hat{n} \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) ds = 0 \quad (3)$$

여기서,  $\hat{n}$ 은 도파관에서 외부로 향하는 법선 단위벡터이다.

그림 2와 같이 정의된 직육면체 변요소(brick edge element)를 사용하면, 그대 요소 내부의  $\vec{E}$ 는 다음과 같이 된다.

$$\vec{E}_i^e(x, y, z) = \sum_{i=1}^{12} \vec{N}_i^e(x, y, z) E_i^e \quad (4)$$

이 때 식(4)의 형상함수  $\vec{N}_i^e$ 는 다음을 만족한다.[1]

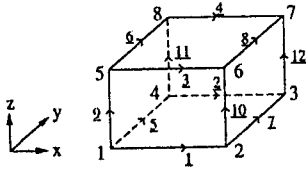


그림 2. 직육면체 변요소

$$\nabla \cdot \vec{N}_i^e = 0 \quad (5)$$

그러므로, 소스(source)가 없는 영역에서는  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ 이 저절로 만족하게되어, 가상해가 발생하지 않게 된다.

### 3. 사례 연구

#### 3.1. 유한요소 해석

그림 1의 모델에서와 같이 불연속체가 존재하는 도파관을 해석할 때,  $S_1$ 에  $TE_{10}$ 모드를 입사시킨 후 불연속체에 의해 발생된 고조파 성분이  $S_1$ 으로 반사되어 왔을 때 모두 사라지도록  $S_1$ 을 불연속체로부터 충분히 멀리 잡으면,  $S_1$ 에서는  $TE_{10}$ 모드만 존재한다고 가정할 수 있다. 그 때  $\vec{E}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) &= \vec{E}^{inc} + \vec{E}^{ref} \\ &= \hat{y} E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-jk_z z} + \hat{y} R E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{jk_z z} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,  $R$ 은 반사계수(Reflection Coefficient)

$$k_z = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}$$

또, 도파관 표면은 모두 완전도체라고 가정했기 때문에 식(3)의 표면적분항은  $S_1$ 에 대해서만 행하면 된다.

식(6)을 이용해 표면적분을 행하면,

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \nabla \times \vec{E} &= -\hat{z} \nabla \times \vec{E} \\ &= jk_z \vec{E} - jk_z \vec{E}^{inc} \\ &= -jk_z \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{E}) - 2jk_z \vec{E}^{inc} \end{aligned} \quad (7)$$

그리고,

$$-2jk_z \vec{E}^{inc} = \vec{U}^{inc} \quad (8)$$

$$jk_z = \gamma \quad (9)$$

와 같이 정의하여 식(3)을 정리하면, 최종 시스템 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \int_V \left\{ \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \vec{E}) \cdot (\nabla \times \vec{N}) - k_0^2 \epsilon_r \vec{E} \cdot \vec{N} \right\} dv + \int_{S_1} \frac{\gamma}{\mu_r} (\hat{n} \times \vec{E}) \cdot (\hat{n} \times \vec{N}) ds = \int_{S_1} \frac{1}{\mu_r} \vec{N} \cdot \vec{U}^{inc} ds \end{aligned} \quad (10)$$

식(4)를 이용해 식(10)을 이산화하여 조립하면 식(10)의 왼쪽항들로부터 시스템행렬이 조립되고, 오른쪽항으로부터 구동벡터가 조립된다. 그러면, 최종 선형 행렬방정식은 다음과 같이 된다.

$$[K]\{E\} = \{F\} \quad (11)$$

식(11)에서 구한  $\{E\}$ 는 각 변에서의 값이므로 계산하고자 하는 점에서의  $\vec{E}$ 는 식(4)와 같이 보간함수들을 이용해 구하게 된다.

#### 3.2. 최적 설계

최적화 기법을 적용하기 위해서는 우선적으로 설계 변수와 목적함수를 정의해야 한다. 유전체의 형상을

설계변수  $p$ 로 정의하였고, 또 광대역(8-12GHz)에서 동작시킬 수 있는 정합부하를 설계하고자 하므로, 목적함수는 여러 주파수에 대해 계산된 반사계수(R)들에 가중치를 둔 노름(norm)으로 정하고,

$$F(p) = \sqrt{\sum_i w_i R_i^2(p)} \quad (13)$$

여기서,  $w_i$  :  $i$  번째 주파수에 대한 가중치

$R_i(p)$  :  $i$  번째 주파수에 대한 반사계수

최적설계는 위에서 정의한  $F(p)$ 가 최소가 되도록 하는 유전체의 형상을 찾는 것이다.

해석모델의 분할된 요소는 절점이 1617개, 미지수로 잡은 변이 4396개, 요소수가 1200개이다. 여기에 사용된 유전체는  $\epsilon_r = 1.5 - j0.5$ 의 유전상수를 갖는다. 그림 3은 최적화된 정합부하의 형상이고, 이 때 X-band 주파수에 대한 반사계수는 그림 4에 나타나 있다.

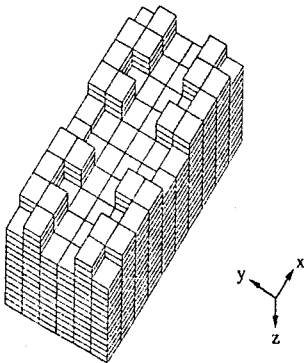


그림 3. 최적설계후의 정합부하 형상

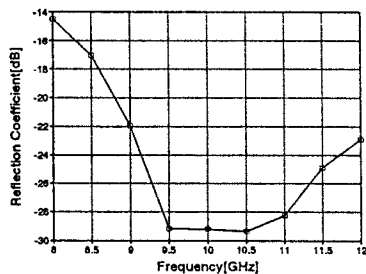


그림 4. X-band 주파수에 대한 반사계수

#### 4. 결 론

본 논문에서는 Powell법을 사용해 도파관 정합부하가 광대역 주파수에 대해 최대한 전력을 흡수하도록 설계해 보았다. 본 논문에서 설계된 정합부하는 45mm의 길이에 -29.3dB의 특성을 나타내었고, 실제 사용되는 WR 90 정합부하는 그 부하의 길이가 168mm, 그 특성이 -42.5dB이다. 본 논문에서 설계된 정합부하의 특성은 다소 떨어지나, 그 크기면에서 훨씬 유리함을 알 수 있다.

앞으로 더욱 좋은 설계를 위해서는 부하의 부자율( $\mu_r$ )에 대한 고찰이 필요할 것으로 여겨지며, 위에서 설계한 모델이외에도 본 논문에서 제시한 설계기법을 이용해 원하는 특성을 가진 정합부하를 설계할 수 있을 것으로 사료된다.

#### < 참고 문헌 >

- [1] Jianming Jin, The Finite Element Method in Electromanetics, John Wiley & Sons, 1993.
- [2] Masanao Aoki, Introduction to Optimization Techniques, Macmillan Company, New York. 1971.
- [3] 이홍배, 변요소를 이용한 3차원 정자장 해석, 석사 학위논문, 서울대학교 1991.