

3次元 沿岸海水流動 數值模型의 開發

鄭泰成*, 李吉成**

1. 序論

本 研究에서는 自由水面과 成層效果를 考慮한 3次元 沿岸海水流動 數值模型을 開發하였다. 數值模型은 水深方向에 對해서 正規化된 座標(σ -coordinate)를 使用하며, 時間積分方法으로는 半陰解法(semi-implicit)을 使用하여 計算時間의 效率性을 圖謀하였으며, 모드분리개념을 導入하여 內力項(Internal mode)에 對해서는 陽解法을 使用하였으며, 外力項(External mode)은 水平方向 運動方程式과 連續方程式의 差分式으로부터 얻은 Poisson형태의 橢圓型 差分方程式을 Point-SOR법에 의하여 解析하였다. 이와 같은 방법은 計算時間間隔이 表面重力波를 陽解法에 의하여 解析하는 경우의 數值安定條件인 CFL條件에 의한 制約을 받지 않아 計算時間의 效率性을 도모할 수 있다. 模型은 1차원 水路에서 吹送流의 鉛直分布와 水面傾斜에 대한 解析解와의 比較, 正方形 湖水에서 吹送流 計算, Pande와 Rajaratnam (1977)의 溫排水 擴散實驗結果와의 比較에 의하여 模型의 信賴性을 검토하였다. 또한, 溫排水 擴散計算時 여러형태의 鉛直擴散係數(安定函數)를 적용하여, 이에 따른 計算流速 및 水溫의 分布特性을 調査하였다.

2. 數值模型

2.1 基本方程式

本 模型은 直交座標에서 3次元 連續方程式, 運動方程式을 鉛直變換座標를 使用하여 變換하고, 無次元 變數를 도입하여 無次元化한 후에 有限差分法을 使用하여 數值解析하였다.

沿岸海域의 3次元 海水流動을 표현할 수 있는 Reynolds 平均된 非壓縮性 流體에 대한 3次元 連續方程式, 運動方程式, 質量傳達式은 直交座標係(x, y, z가 각각 北向, 東向, 海底바닥 방향으로 增加하는 座標)에서 다음과 같다. 鉛直方向의 運動方程式은 鉛直加速度와 Reynolds 응력항이 重力加速度에 비하여 작다는 假定下에 靜水壓假定을 취하였으며, 密度差가 重力加速度에 拮抗되는 경우를 제외하고는 無視하는 Boussinesq 假定이 사용되었다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} + fv = & -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (A_H \frac{\partial u}{\partial x}) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} (A_H \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_V \frac{\partial u}{\partial z}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} - fu = & -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (A_H \frac{\partial v}{\partial x}) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} (A_H \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_V \frac{\partial v}{\partial z}) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} + \frac{\partial wT}{\partial z} = & \frac{\partial}{\partial x} (B_H \frac{\partial T}{\partial x}) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} (B_H \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (B_V \frac{\partial T}{\partial z}) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial uS}{\partial x} + \frac{\partial vS}{\partial y} + \frac{\partial wS}{\partial z} = & \frac{\partial}{\partial x} (B_H \frac{\partial S}{\partial x}) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} (B_H \frac{\partial S}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (B_V \frac{\partial S}{\partial z}) \end{aligned} \quad (6)$$

* 韓國海洋研究所 海洋環境工學室 (Ocean Environmental Engineering Lab., Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan P.O.Box 29, 425-600, Korea)

** 서울大學校 工科大學 土木工學科 (Department of Civil Eng., Seoul National University, Seoul 151-742, Korea)

여기서, $(u, v, w) = (x, y, z)$ 방향의流速, $f = \text{Coriolis 상수}$, $\rho = \text{海水의 密度 (Eckart, 1958)}$, $\rho_0 = \text{海水의 基準密度}$, $p = \text{壓力}$, $(A_H, A_V) = \text{水平 및 鉛直 運動量擴散係數}$, $(B_H, B_V) = \text{水平 및 鉛直 質量擴散係數}$, $T = \text{水溫}$, $S = \text{鹽分}$.

水深 z 에서의 壓力은 다음과 같다.

$$p = p_a + \int_{-h}^z \rho g dz \quad (7)$$

식 (7)을 식 (2)-(3)에 대입하고, 식 (1)-(3), (5), (6)을 Phillips (1957)에 의해 소개된 후 Freeman 등 (1972)에 의하여 海水流動 研究에 사용된 σ -座標에서 無次元 變數를 사용하여 變換하면, 새로운 座標 (x^*, y^*, σ^*) 에서 다음과 같이 된다(정태성, 1993). 아래식에서 편의상 *표시를 생략하였다.

$$\frac{1}{H} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{K}{H} \left(\frac{\partial Hu}{\partial x} + \frac{\partial Hv}{\partial y} \right) + K \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma} = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{H} \frac{\partial Hu}{\partial t} + R_e \left(\frac{1}{H} \frac{\partial Huu}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial Huv}{\partial y} + \frac{\partial \Omega u}{\partial \sigma} \right) + R_0 v = \\ - \frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{R_e}{F_r^2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(H \int_0^\sigma \rho d\sigma \right) - \sigma \frac{\partial H}{\partial x} \rho \right] \\ + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} \left(H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} \left(H \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{b_0}{h_0} \right)^2 \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\gamma \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{H} \frac{\partial Hv}{\partial t} + R_e \left(\frac{1}{H} \frac{\partial Huv}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial Hvv}{\partial y} + \frac{\partial \Omega v}{\partial \sigma} \right) - R_0 u = \\ - \frac{\partial p_a}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{R_e}{F_r^2} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(H \int_0^\sigma \rho d\sigma \right) - \sigma \frac{\partial H}{\partial y} \rho \right] \\ + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} \left(H \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} \left(H \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{b_0}{h_0} \right)^2 \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\gamma \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} P_r \left[\frac{1}{H} \frac{\partial HT}{\partial t} + R_e \left(\frac{1}{H} \frac{\partial HuT}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial HvT}{\partial y} + \frac{\partial \Omega T}{\partial \sigma} \right) \right] = \\ \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} \left(H \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} \left(H \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \left(\frac{b_0}{h_0} \right)^2 \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\beta \frac{\partial T}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} P_r \left[\frac{1}{H} \frac{\partial HS}{\partial t} + R_e \left(\frac{1}{H} \frac{\partial HuS}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial HvS}{\partial y} + \frac{\partial \Omega S}{\partial \sigma} \right) \right] = \\ \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} \left(H \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} \left(H \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \left(\frac{b_0}{h_0} \right)^2 \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\beta \frac{\partial S}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, *표시가 省略되지 않은 變數의 直角座標에서의 變數와의 關係는 $(u^*, v^*, \Omega^*) = (u, v, \Omega b_0) / u_0$, $t^* = t/t_0$, $(x^*, y^*, \sigma^*) = (x, y, \sigma b_0) / b_0$, $t_0 = b_0^2 / A_H$, $H^* = H/h_0$, $R_e = u_0 b_0 / A_H$, $R_0 = f b_0^2 / A_H$, $F_r^2 = u_0^2 / g h_0$, $\gamma = A_V / A_H$, $\beta = B_V / B_H$, $\eta^* = \eta / (A_H u_0 / g b_0)$, $p_a^* = p_a R_e / (\rho_0 u_0^2)$, $K = g b_0^2 h_0 / A_H^2$, $b_0 = \text{基準距離}$, $h_0 = \text{基準水深}$, $u_0 = \text{基準流速}$, $P_r = A_H / B_H$, $\Omega = \frac{d\sigma}{dt}$, $\sigma = \frac{\eta + z}{H}$, $H = h + \eta$.

連續方程式 (8)을 水深積分하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \int_0^1 K \left(\frac{\partial Hu}{\partial x} + \frac{\partial Hv}{\partial y} \right) d\sigma = 0 \quad (13)$$

식 (8)을 $\sigma = \sigma$ 에서 $\sigma = 1$ 까지 積分하고 식 (13)을 이용하여 整理하면, 鉛直方向流速은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \Omega_0 &= \frac{1}{KH} \int_0^1 \frac{\partial \eta}{\partial t} d\sigma + \frac{1}{H} \int_0^1 ADV d\sigma \\ &= \frac{(\sigma - 1)}{H} \int_0^1 ADV d\sigma + \frac{1}{H} \int_0^1 ADV d\sigma \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, $ADV = \frac{\partial Hu}{\partial x} + \frac{\partial Hv}{\partial y}$.

식 (8)-(10)에서 水面變位 η 는 식 (8)-(10)의 差分式으로부터 얻은 水面變位에 대한 Poisson 方程式으로부터 구하였다(정태성, 1993).

境界條件은 다음과 같다.

$$\text{水面境界條件: } \gamma \left(\frac{\partial u}{\partial \sigma}, \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) = \gamma_1 H (\tau_x, \tau_y), \quad \beta \frac{\partial T}{\partial \sigma} = \frac{K_T h_0}{\rho_0 C_p B_H} H (T - T_e), \quad \frac{\partial S}{\partial \sigma} = 0$$

여기서, $\tau_x, \tau_y = x, y$ 방향의 바람 摩擦應力, $K_T =$ 海水面 熱交換係數, $T_e =$ 海水의 平衡溫度, $\gamma_1 =$ 水面에서의 γ , $C_p =$ 定壓比熱.

$$\text{바다境界條件: } u=v=\Omega=0; \quad \frac{\partial T}{\partial \sigma} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial \sigma} = 0 \quad (19)$$

기타: 模型境界內로 流量의 流入이 있는 곳에서는 流速(水溫, 鹽分)을 指定하였으며, 陸地境界에서는 no-slip條件($u=v=0$), 開境界에서는 水面變位, 水溫, 鹽分을 指定하거나 內部點의 값(流速, 水溫, 鹽分)을 外插하였다.

2.2 有限差分式

식 (9)와 (10)을 時間微分項, 水平方向 移流項과 擴散項을 FTCS(forward time and centered space)법, 鉛直擴散項, Coriolis항, 水面傾斜項은 陰解法을 사용하여 差分化하였으며, 식 (8)은 Leap-frog법에 의하여 差分化하였다. 水溫과 鹽分 擴散方程式은 運動方程式의 差分化와 같은 方法으로 差分化하였다. 水面變位는 水平方向 運動方程式과 連續方程式의 差分式으로 부터 유도한 Poisson형태의 式을 Point-SOR(successive-over-relaxation)방법을 사용하여 解析하였다.

3. 模型의 適用

위와 같은 方法에 의해 樹立된 數值模型의 信賴度를 評價하기 위하여 1次元 水路에서의 吹送流, 正方形 湖水에서의 吹送流, 靜止水域으로의 溫排水 擴散에 適用하였다.

길이 20km, 幅 5km, 水深 10m인 水路에서 水平格子間隔으로 1km, $A_v = 50 \text{ cm}^2/\text{sec}$, 計算時間間隔 100초, $F_s = 1 \text{ dyne/cm}^2$, $\rho = 1.0 \text{ g/cm}^3$ 을 사용하여 計算을 수행하였다. 10개의 鉛直層으로 分割하여 計算한 수로의 中央에서의 計算結果와 解析解를 Fig. 1에 나타내었다. 計算된 水平流速의 鉛直分布와 水面變位가 解析解(Cooper and Pearce, 1977)와 잘 일치하였다.

한변의 길이 100km인 水深 20m의 正方形 湖水에서 바람마찰應력이 水面에 1 dyne/cm^2 로 Fig. 2(海水面에서의 流速分布)의 上端에서 下端으로 作用하는 境遇에 대하여 吹送流를 計算하고 水面傾斜, Coriolis항, 鉛直擴散項을 완전陰解法, Crank-Nicolson法, 陽解法으로 解析하는 경우에 대하여 模型의 安定性을 檢討하였다. 計算時間間隔은 1時間, 水平格子間隔은 10km, 鉛直格子間隔 2m, $A_H = 300 \text{ m}^2/\text{sec}$, $A_v = 20 \text{ cm}^2/\text{sec}$, $f = 0.0001/\text{sec}$ 가 사용되었다.

數值實驗에 의하면, 水面傾斜項과 鉛直擴散項을 陽解法으로 處理한 경우는 不安定하였으며, Coriolis項에 대해서는 모든 差分方法이 安定하였다. 또한, 水面變位에 대한 Poisson方程式 解析시 使用되는 SOR법의 加重值에 대한 敏感度 分析을 한 결과, 0.5-1.5사이에서의 값은 計算結果와 定常狀態 到達時間에 거의 影響을 미치지 않았으나, 이는 一定水深에서의 제한적인 研究結果로 이에 대한 持續的인 檢討가 요구된다고 하겠다.

Pande와 Rajaratnam(1977)은 靜止水域으로 水深 4.62cm, 幅(B_0) 4.91cm의 矩型 開水路를 통하여 周圍水 溫度(T_0) 13.5°C 보다 14°C 높은 27.5°C 의 溫水가 流入되는 경우에 대하여 水理實驗을 하였다. 放出溫水의 密度 Froude수 ($U_0/(gH_0\Delta\rho/\rho)^{1/2}$)는 2.56이었다. U_0 , H_0 는 각각 溫水 放出口에서의 放出流速과 放出水深이다.

이를 數值模型에 의하여 模擬하기 위하여, 320cm x 157.12 cm의 計算領域을 설정하고, 計算格子를 x方向에 대해 20cm, y方向에 대해 4.91 cm, 總水深 9.24cm, 水深方向에 대해 10개층으로 分割하여 총수심의 半(4.62cm)으로 溫水가 流入토록 하였으며, 水溫分布의 初期條件은 水理實驗과 同一하다. 計算時間間隔은 0.1초로 定常狀態의 解를 얻기 위하여 총 200초간 計算을 수행하였으며, $A_H = B_H = 0.617 \text{ cm}^2/\text{sec}$, 鉛直擴散係數는 다음과 같다.

成層時 鉛直擴散係數는 일반적으로 Richardson 수 ($Ri = g(\partial\rho/\partial z)/(\rho(\partial u/\partial z)^2)$)와 밀접한 關係를 갖고 있어 Ri수가 커질수록 鉛直擴散은 억제되며, 다음과 같이 表現된다.

$$A_v = A_{v0} f(R_i), \quad B_v = B_{v0} g(R_i) \quad (15)$$

여기서, A_{v0} 와 B_{v0} 는 成層化되지 않은 中立狀態에서의 鉛直擴散係數이다.

식 (15)에서 $f(R_i)$ 와 $g(R_i)$ 는 運動量과 水溫에 대한 安定函數(stability function)로 5가지의 函數에 대하여 檢討한 후에 Munk와 Anderson(1948)의 $f(R_i) = (1+10R_i)^{-0.5}$, $g(R_i) = (1+3.33R_i)^{-1.5}$ 를 사용하였다.

Fig. 3과 4는 計算한 噴트 中心軸方向의 一定地點($x/A_0=6.4, 12.81, 25.61, 44.82, A_0=\sqrt{BH_0}$)에서의 表面流速과 水溫의 橫方向分布(a)와 鉛直分布(b)의 比較圖로 點선은 Mc Guick와 Rodi(1979)가 k- ϵ 亂流模型에 의하여 計算한 結果이다.

流速의 境遇, 橫方向分布는 本模型에 의한 結果가 k- ϵ 模型에 비하여 分布形態은 噴트 중심축과 放出口 附近에서 實驗值(Pande and Rajaratnam, 1977)에 더욱 近接하게 算定되었 으며, 鉛直分布는 水深에서 的 깊은 k- ϵ 模型에 비하여 實驗值에 더욱 近접하나 實驗值와 k- ϵ 模型에 비하여 水深方向으로 緩慢하게 變化하였다.

水溫의 경우, 本模型이 k- ϵ 模型에 비하여 噴트로부터 멀리 떨어진 지점을 제외하고는 橫方向, 鉛直方向分布가 모두 實驗值에 더욱 一致하는 結果를 算定하였다.

따라서, 本模型에 의한 溫排水 噴트에 대한 流速 및 水溫 計算值가 流速의 鉛直分布를 完만하게 推定한 것을 除外하고는 대체로 k- ϵ 模型에 비하여 實驗值에 近접하는 計算結果를 보여 表面溫排水 擴散에 대한 模型의 再現性이 良好하였다.

4. 結論

自由水面과 成層效果를 고려한 3次元 海水流動模型을 개발하여, 吹送流의 鉛直分布, 正 方形 湖水에서의 吹送流, Pande와 Rajaratnam(1977)의 溫排水 擴散實驗에 대하여 模型의 檢 證을 수행한 결과, 本模型은 1次元 吹送流에 대한 水面變位과 流速의 鉛直分布를 正確히 再現하였으며, 正方形 湖水에서의 吹送流는 Ekman의 解析解와 일치하는 傾向을 보였고, 溫 排水 擴散實驗에 대해서는 流速分布와 水溫分布를 比較적 正確히 模擬하여 模型의 吹送流와 成層流에 대한 再現性이 良好하였다.

溫排水 噴트에 대한 模擬時 安定函數에 따른 流速 및 水溫分布는 檢討된 5가지의 경우에 대하여 큰 차이를 보이지 않았으나 中立狀態에서 擴散係數의 選定에 따라 큰 차이를 보였 다. 특히 常數를 사용한 境遇는 水溫分布에 있어서 不安定한 모습을 보여 溫排水 擴散模擬 시에 鉛直擴散係數의 空間變化를 考慮해야 함을 確認할 수 있었다.

本 研究에서는 開發된 模型을 一定水深을 갖는 單純한 地形에 적용하여 模型의 正確性을 調查하였으며, 實際 海域에의 適用에 관한 研究가 현재 進行中에 있다.

參考文獻

- 정태성, 연직변환좌표에서 3차원 수치모형에 의한 표면온배수 확산의 수치해석, 한국해양연 구소 BSPE 00334-541-2, 1993.
- Cooper, C. and B.Pearce, "A three-dimensional numerical model to calculate currents in coastal waters utilizing a depth varying vertical eddy viscosity", J. of Phys. Oceano., Vol.12, pp.1071-1091, 1977.
- Eckart, C., "Properties of water, Part II. The equation of state of water and sea water at low temperatures and pressures", American J. of Science, Vol. 256, pp.225-240, 1958.
- Freeman, N.G., A.M.Hale, and M.B.Donard, "A modified sigma equations' approach to the numerical modeling of Great Lakes hydrodynamics", J. of Geophysical Res., Vol.77, No.6, pp.1050-1060, 1972.
- McGuick, J.J. and W.Rodi, "Mathematical modeling of three-dimensional heated surface jets", J. Fluid Mech, Vol. 95, pp.609-633, 1979.
- Munk, W.H. and E.R. Anderson, "Notes on the theory of the thermocline", J. of Marine Res., Vol.1, pp.276-295, 1948.
- Pande, B.B.L. and N.Rajaratnam, "An experimental study of bluff buoyant turbulent surface jets", J. Hyd. Res., 15, pp.261-275, 1977.
- Philips, N.A., "A coordinate systems having some special advantages for numerical forecasting", J. Meteor., Vol.14, pp.184-185, 1957.

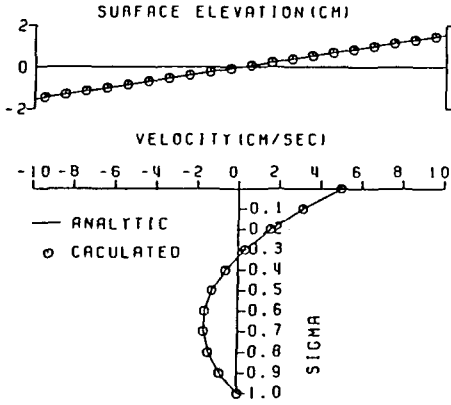


Fig. 1. Comparison of steady wind-driven velocity profiles

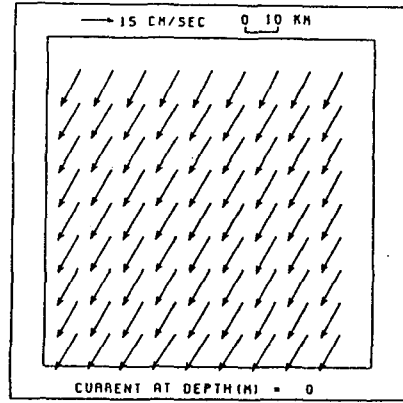


Fig. 2. Surface velocity distribution for square lake circulation

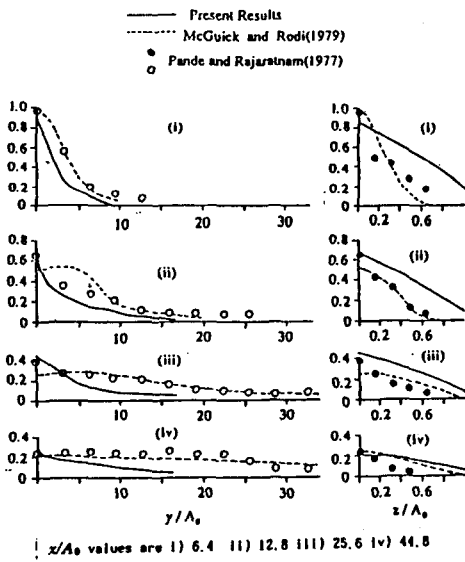


Fig. 3. Velocity profiles

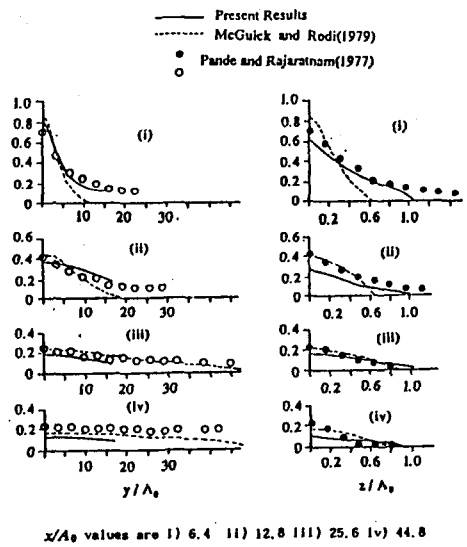


Fig. 4. Excess temperature profiles

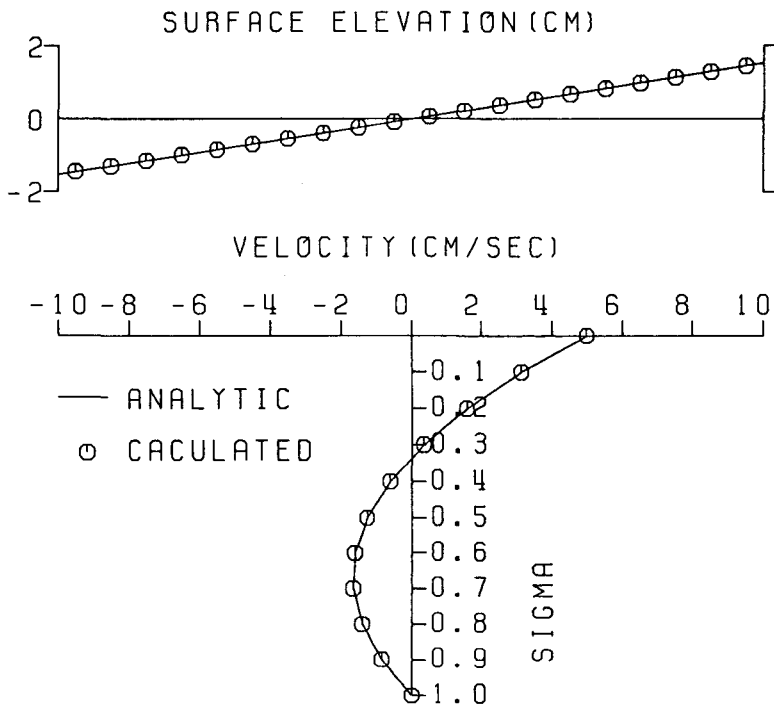


Fig. 1. Comparison of steady wind-driven velocity profiles

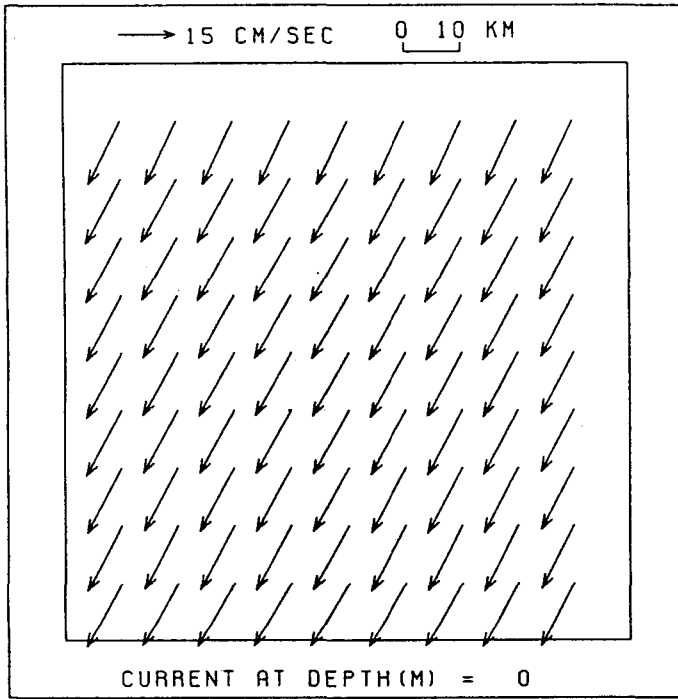


Fig. 2. Surface velocity distribution for square lake circulation

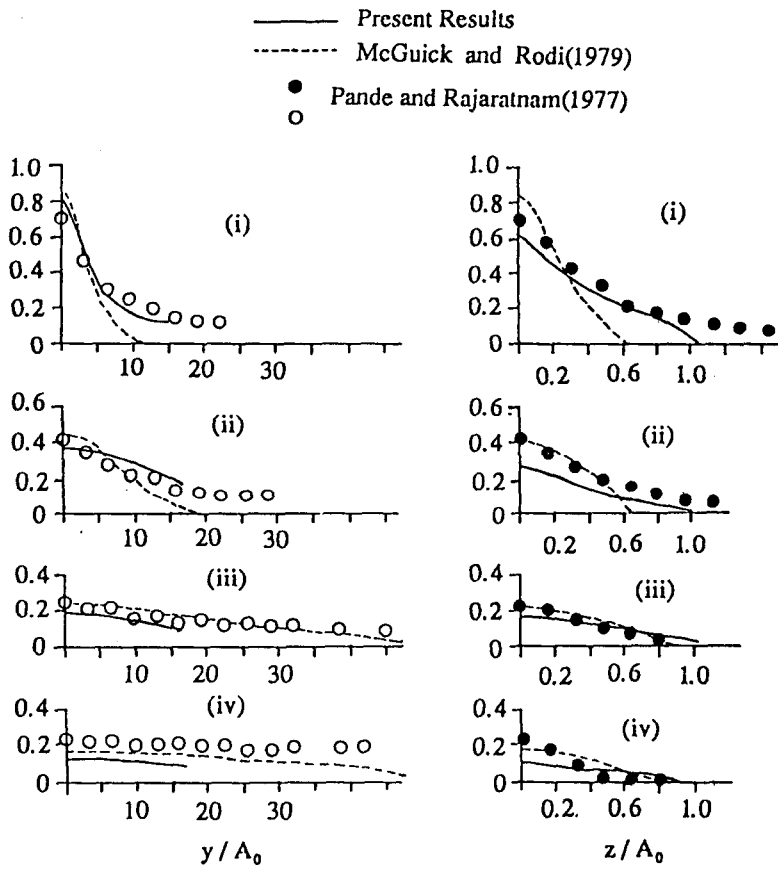


Fig. 4. Excess temperature profiles

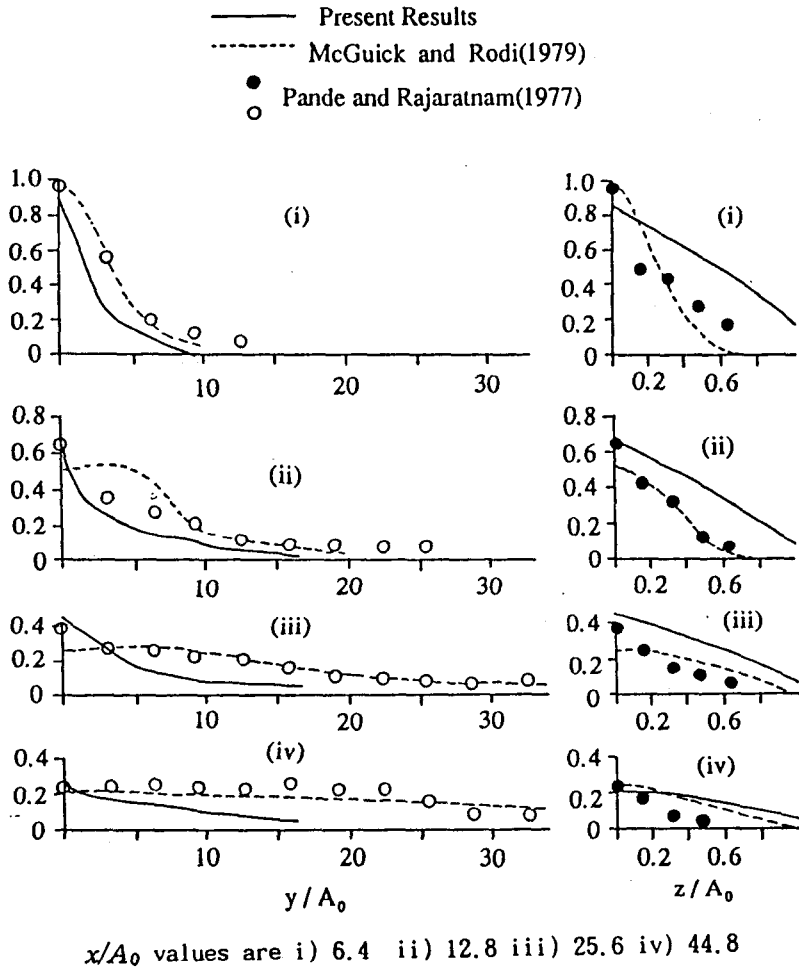


Fig. 3. Velocity profiles