

단조 증가 및 반복 하중을 받는 철근 콘크리트 구조물의 탄소성 거동에 대한 해석적 연구

(An Analytical Study on the Elasto-Plastic Behavior of
Reinforced Concrete Structure under Monotonic & Cyclic Load)

김 화중* 박 정민** 마 은희***
Kim, Wha-Jung Park, Jung-Min Ma, Eun-Heui

ABSTRACT

To analysis mechanical behavior for RC frame under monotonic & Cyclic load, it is needed to investigate elasto-plastic behavior for steel & concrete.

Therefore, in this study, we idealized material model(steel and concrete) to take into account elasto-plastic, limit state, and developed structural analysis program that consider complex non-linearity. We investigated simple beam and portal frame under cyclic & monotonic loading, so we confirmed the propriety.

1. 서론

최근 도시의 밀집화로 인해서 건축물의 고층화가 급속히 이루어지고 있으며, 지진력과 같은 반복하중을 받는 구조물에 대한 내진설계법이 국내에 도입됨에 따라 구조물의 거동 성상을 보다 명확히 파악하기 위한 구조물 해석법이 요구되고 있다. 이와 같이 구조물의 거동 성상을 명확히 하기 위해서는 구조물 전체에서 탄성, 소성, 극한 영역에 대한 전체 응력 상태를 모두 고려해야 한다. 선진 외국의 경우, 70년대를 거치면서 많은 이론 해석과 실험을 수행하여 극한강도설계로 방향을 바꾸어 갔으나, 우리의 경우 이러한 극한 상태에 대한 실험적, 해석적 연구가 아직 충분하지 못한 실정이다.

철근콘크리트 구조물은 철과 콘크리트라는 상이한 특성을 가진 두 개의 재료로 이루어져 있고 변형 연화, 인장균열 등에 좌우되는 콘크리트의 비선형성과 골재와 콘크리트, 철과 콘크리트와의 결합 등의 문제로 크게 복잡해진다. 따라서, 철근콘크리트 구조물을 이상화시켜 힘과 변형(Force-Deformation)의 관계로 해석 할 때, 재료적 특성이 고려되지 않은 모멘트-곡률 관계를 사용하여 유한요소법에 의한 해석을 할 경우 요소의 크기에 따라 해석 결과의 변동이 심하지만, 해석상의 간편성으로 널리 사용되고 있다. 그러나, 모멘트-곡률 관계 모델을 사용할 경우 부재 실험이 요구되므로 많은 비용과 시간이 소요된다. 이에 반해 재료모델을 사용하는 경우 많은 비용과 노력이 절감되면서도 부재의 정확한 거동을 살필 수 있는 잇점이 있다.

* 경북대학교 건축공학과 조교수
** 경북대학교 건축공학과 박사과정
*** 경북대학교 건축공학과 석사과정

따라서, 본 연구에서는 요소를 철과 콘크리트로 나누어 각각에 대해 가상의 개별 층상(Layer)으로 고려하고, 기하학적 비선형과 아울러 콘크리트와 철의 재료적 비선형을 고려한 응력-변형도 관계를 사용한다. 또한, 조합상태에서 포텐셜에너지의 에너지 정유원리를 이용하여 단조하중 및 반복하중을 받는 구조물의 탄소성 해석을 위한 수치해석 프로그램을 개발하고, 단조하중 및 반복하중을 받는 골조의 탄소성 거동에 대하여 검토하여, 극한 강도설계법의 기초 자료를 제시하는 것을 목적으로 한다.

2. 해석상의 가정

2.1 가정 사항

해석상의 기본적인 가정은 다음과 같다.

- 1) 부재는 전부 線材로 취급한다.
- 2) 단면은 변형 후에도 평면을 유지하는 것으로 한다.
- 3) 축방향 변형 및 휨 변형을 고려하고 전단변형은 무시한다.
- 4) 재료의 응력-변형도 관계는 그림 1. 및 그림 2.에 나타난 것을 사용한다.
- 5) 단면내의 응력도, 변형도에 대해서는 단면을 층상(Layer)으로 세밀하게 나누고, 각각의 층상(Layer)에 대해서는 일정한 것으로 한다.
- 6) 철과 콘크리트 사이의 결합은 완전한 것으로 가정한다.

2.2 응력-변형도 관계

2.2.1 콘크리트의 응력-변형도

반복하중을 받는 콘크리트의 응력-변형도 관계는 포락곡선과 제하곡선, 재재하곡선의 3가지로 나누어 이상화할 수 있다. 포락곡선은 POPOVICS 가 제안한 아래의 식 1)을 사용하고, 제하곡선과 재재하곡선은 각각 2차곡선과 직선으로 제안한 참고문헌[2]의 제안식을 사용하였다. 응력-변형도의 관계를 나타내는 각 계수들은 실험에 의해 회귀분석한 결과를 사용하였다.

$$\text{(포락곡선)} \quad \sigma_E = E \cdot \epsilon \cdot (n-1) / (n-1 + (\epsilon/\epsilon_0)^n)$$

$$\text{(제하곡선)} \quad \sigma_u = ax^2 + bx + c$$

$$\text{(재재하곡선)} \quad \sigma_r = dx + f$$

이 때 실험상수 n은 강도의 함수로 나타낼 수 있으며, 계수 a, b, c, d, f는 실험곡선에서의 E1-E2, E1-E3, E1-θ 관계에서 구할 수 있었으며, 그 관계는 표 1과 같다.

	관 계 식		관 계 식
E1-E2	$E2 = 0.94 \cdot E1$	E1-θ	$\theta = 2770.65 \cdot \exp(E1 \cdot (-6.909))$
E1-E3	$E3 = 0.604 \cdot E1^{2.127}$	f _c - n	$n = -0.001159 \cdot f_c + 2.013$

표 1. 각 변수에 대한 관계식

2.2.2 철의 응력-변형도

철근콘크리트 구조물이 반복하중을 받을 경우 부재 거동이 철에 의해 많은 영향을 받으므로 철의 응력-변형 거동의 모델을 명확하게 규명하는 것이 요구된다. 기존에 연구된 대표적인 모델로는 Ramberg-Osgood의 모델, Menegotto-Pinto의 모델, Ralph.M.Richrad의 모델 등이 있으며, 본 연구에서는 그림 2.의 모델 3)을 사용하였다.

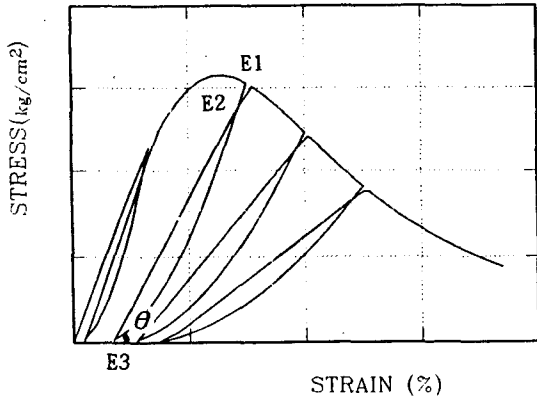


그림 1. 콘크리트의 응력-변형도 관계 모델

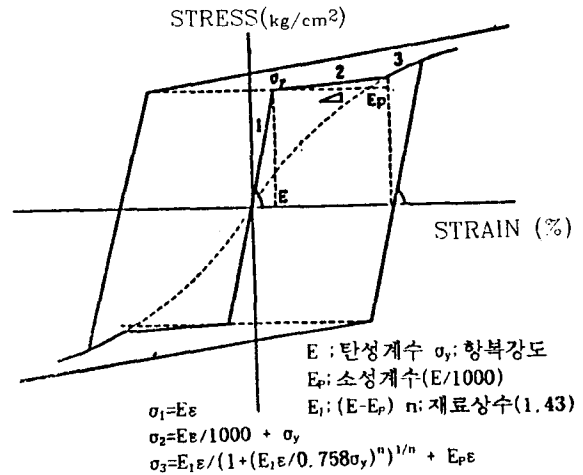


그림 2. 철의 응력-변형도 관계 모델

3. 수치 해석법

3.1 강성 매트릭스와 변형중분

본 해석에서는 각 하중의 증감에 따른 변형도 증감을 정확하게 산정하기 위해 부재를 5-20개 정도의 요소로 분할 해석하고, 축방향에 대해서는 1차식을 축과 직각인 방향에 대해서는 3차식을 사용하였다.

요소내의 축방향 변형중분($\Delta \epsilon_x$)은 "평면 유지의 가정"에 의해 다음과 같이 유도되어진다. 여기에서 $\Delta \epsilon_o$ 는 중심축 변형 중분을 말하고 $\Delta \Phi$ 는 곡률중분, y 는 중심축에서의 거리이다.

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_x &= \Delta \epsilon_o - \Delta \Phi \cdot y \\ &= \frac{d \Delta U}{dx} + \frac{1}{2} \left[\frac{d \Delta V}{dx} \right]^2 - \frac{d^2 \Delta V}{dx^2} y \end{aligned} \quad (1)$$

반복 수행을 하는데 있어서 1개의 요소에 누적되는 $\Delta_m U$ 는 초기 응력에 대한 항(mU_1)과 응력도의 증분에 의한 항(mU_2)의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta_m U &= mU_1 + mU_2 \\ &= \iiint_V \sigma_x \Delta \epsilon_x \, dx dy dz + \iiint_V 1/2 E (\Delta \epsilon_x)^2 \, dx dy dz \end{aligned} \quad (2)$$

이것을 가정 5에 의해 적분하면, 요소가 저장하고 있는 변형 에너지 mU 는

$$mU = \Delta_m U^T m_{fin} - 1/2 \Delta_m U^T m_k \Delta_m U \quad (3)$$

이 되고, m_{fin} 는 요소 m 의 내부 응력 조합을 위해 필요한 국부 좌표에 있어서 절점의

내력 벡터이다. 그러므로, 전체 구조체에 저장되는 변형에너지 TU 는

$$\Delta_m U = mL^{-1T} \Delta_m U_G^T \quad (4)$$

$$TU = \sum_{m=1}^n U = \Delta U_G^T \text{mf in} + 1/2 \Delta U_G^T k \Delta U_G \quad (5)$$

여기서, mL^{-1} 는 좌표변환 매트릭스이고, ΔU_G 는 전 구조체의 전체 좌표계에서 중분변위 벡터이다. 따라서 강성매트릭스는 다음과 같이 유도된다.

$$k = \begin{bmatrix} K11 & K12 & K13 & K14 & K15 & K16 \\ & K22 & K23 & K24 & K25 & K26 \\ & & K33 & K34 & K35 & K36 \\ & & & K44 & K45 & K46 \\ \text{sym.} & & & & K55 & K56 \\ & & & & & K66 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} K11 &= (EA_j + EA_i)/2L & K22 &= 0.6L(P_j + P_i) + 6 \cdot (EI_j + EI_i)/L^3 \\ K12 &= (EG_j - EG_i)/L^2 & K23 &= 0.1P_j + 2 \cdot (EI_j + EI_i)/L^2 \\ K13 &= EG_i/L & K24 &= -K12 & K25 &= -K22 \\ K14 &= -K11 & K15 &= -K12 & K26 &= 0.1P_i + 2 \cdot (2 \cdot EI_j + EI_i)/L^2 \\ K16 &= EG_j/L & K33 &= L(P_j + 3P_i)/30 + (EI_j + 3EI_i)/L \\ K34 &= -K13 & K44 &= -K14 \\ K35 &= -0.1P_i - 2 \cdot (EI_j + EI_i)/L^2 & K45 &= -K15 \\ K36 &= -L((P_j + P_i)/60 + (EI_j + EI_i)/L) & K46 &= -K16 \\ K66 &= L(3P_j + P_i)/30 + (3EI_j + EI_i)/L & K55 &= -K25 & K56 &= -K26 \end{aligned}$$

여기서,

$$EA = \int_A E \, dA \quad EG = \int_A E y \, dA \quad EI = \int_A E y^2 \, dA \quad P = \int_A \sigma_x \, dA \quad L: \text{요소의 길이}$$

3.2 변형도 중분의 계산

변형도 중분은 (1)식의 도함수를 구하여 계산하면

$$\Delta \epsilon_x = \alpha_2 + 1/2(\alpha_4 + 2x\alpha_5 + 3x^2\alpha_6)^2 - (2\alpha_5 + 6x\alpha_6)y \quad (7)$$

이고, 요소의 양단에 대해서 구하면

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_x = -L/2 &= (\Delta U_j - \Delta U_i)/L + (\Delta \theta_i^2)/2 \\ &\quad - y(6/L^2 \cdot (\Delta V_j - \Delta V_i) - 4/L \cdot \Delta \theta_i - 2/L \cdot \Delta \theta_j) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_x = L/2 &= (\Delta U_j - \Delta U_i)/L + (\Delta \theta_j^2)/2 \\ &\quad + y(6/L^2 \cdot (\Delta V_j - \Delta V_i) - 4/L \cdot \Delta \theta_j - 2/L \cdot \Delta \theta_i) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, i, j 는 요소의 양단을 나타내고, $\Delta U_i, \Delta V_i, \Delta \theta_i$ 는 요소 i 단의 절점 변위중분량을, y 는 각 요소의 좌표값을 나타낸다.

3.3 수렴계산

외력이 하는 일은

$$W = \Delta U_G^T \cdot F \quad (10)$$

단, ΔU_G : 구조체 전체 중분 변위

F : ΔU_G^T 에 대응하는 벡터에서의 전체 외력

포텐셜에너지가 상태 s 에서 Π^s 의 위치에 있는 것으로 하면 상태 $s+1$ 에서는 W 만큼의 일

을 하고 U_T 만이 변형에너지로 누적된다. 따라서, 상태 $s+1$ 의 포텐셜에너지는

$$\begin{aligned} \Pi^{s+1} &= \Pi^s - W + U_T \\ &= \Pi^s + \Delta_m U_m^T f_{in} + 1/2 \Delta_m U_m^T k \Delta_m U - \Delta U_G^T \cdot F \end{aligned} \quad (11)$$

가 된다.

최소 포텐셜 에너지의 법칙에 의하면 정적인 경계조건이 변화할 때 증분 변위 ΔU_G 는 포텐셜 에너지의 정유원리에 의해 결정된다.

즉, $\delta \Delta U_G$ 에 대하여 $\delta \Pi^{s+1} = 0$ 이 된다. 따라서,

$$k \Delta U_G = f_{ex} - f_{in} = 0 \quad (12)$$

이므로, 연립 방정식을 풀면, ΔU_G 가 구하여지고, 이것을 각각 x, y 방향에 대해 증분시켜 요소의 양단의 응력을 수정하면 1단계의 계산이 종료된다.

이때, $s+1$ 상태에서는 내부 응력에서 구한 절점력은 전 외력과 같아야 하지만, 재료의 변화된 상태에서의 진행, 증분변위에 의한 기하학적 형태의 변동 등에 의해 완전히 만족시킬 수 없으므로 본 해석에서는 $(f_{ex} - f_{in})^2 / f_{in}^2 \leq 10^{-7}$ 의 범위에서 수렴하도록 하였다.

전체 프로그램에 대한 흐름도(Flowchart)는 그림 3.과 같다.

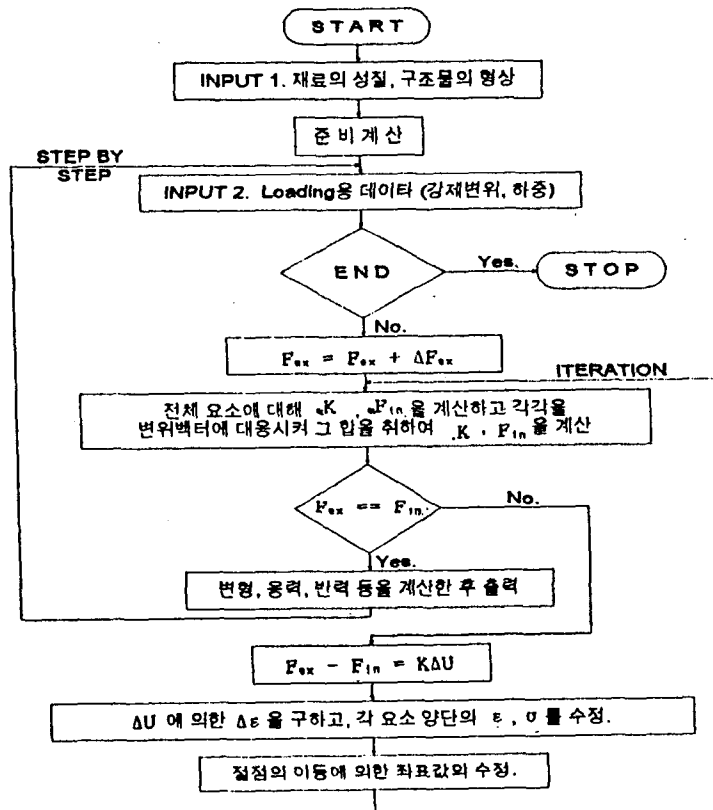


그림 3. 프로그램의 흐름도

4. 해석 및 고찰.

4.1 해석에 1. - 단조 수직 하중을 받는 철근 콘크리트 단순보

본 연구에서 사용한 해석모델은 참고문헌 [5]에 있는 복근 단순보의 실험 데이터를 비교 대상으로 삼았다. 재료적 성질은 표 2.와 같고, 부재를 10개의 요소로 나누어 가운데에 가력을 한 결과를 그림 4.의 P-δ곡선에 나타내었다.

15.8ton부근에서 변형의 구배가 낮아지는 것은 인장측 철근이 항복점에 도달했기 때문임을 알 수 있었다. 18.0ton지점의 해석 곡선에서 강성이 다소 증가하는 것은 응력-변형도 곡선에서 인장철근이 변형경화역에 접어들었기 때문으로 보여진다. 극한 파괴하중에 있어서 실험곡선과 해석곡선과의 차이는 불과 0.6%이므로 극한 파괴하중을 잘 예측하는 것으로 여겨지지만, 변형에 있어서는 다소의 차이가 있다. 이것은 해석 모델에서의 인장측 콘크리트의 강성이 실제 실험보다 다소 높았기 때문인 것으로 사료된다.

4.2 해석예 2. - 반복되는 수직하중을 받는 단순보

이 예제는 예제 1의 단순보를 반복하중을 가하여 힘(Force)과 변형(Deformation)의 관계를 살폈다. 재료적 성질은 예제 1의 경우와 같이 표 2.에 나타내었고, 부재는 6개의 요소로 분할하였다. 점선구배가 감소하기 시작하는 16.9ton부근에서 철의 항복이 관찰되었으며, 부재의 극한하중은 철의 항복강도에 영향을 받기 때문인 것으로 사료된다. 재하시의 극한 하중은 9%정도의 차이를 재하시의 극한하중은 7.13%의 차이를 보이고 있다. P-δ곡선을 살펴보면, 곡선의 형상은 잘 예측하고 있지만, 재하시 점선구배에서 다소의 차이가 있다. 이것은 실험시(참고문헌[5])의 압축 콘크리트의 탄성계수가 해석시 탄성계수보다 좀 더 작게 평가되었기 때문인 것으로 생각된다.[그림 5]

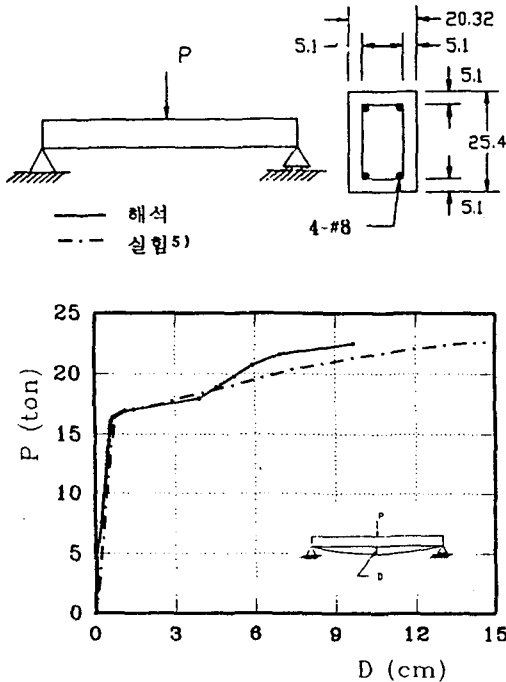


그림 4. 단순보의 하중-변위 관계(단조)

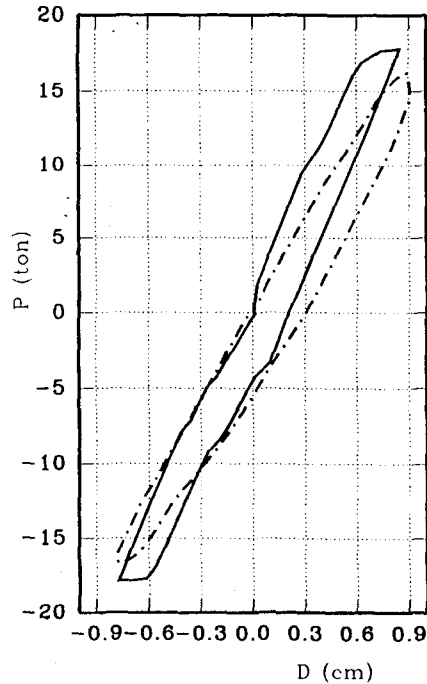


그림 5 단순보의 하중-변위 관계(반복)

4.3 해석예 3. - 축력과 수직하중을 받는 문형라멘

본 해석 모델에 의한 해석에는 참고문헌 [6]의 실험 데이터와 비교하였다. 부재는 보와

기둥이 같은 단면을 가지고 있으며 18개의 요소로 나누었다. 재료적 성질은 실험에서 사용한 데이터를 그대로 사용하였으며, 표 2.에 나타내었다. 해석 결과와 실험 결과의 P-δ곡선은 그림 6.에 나타내었다. 해석 곡선의 형상이 실험곡선과 대체로 일치하는 것을 볼 수 있으며, 극한파괴하중의 경우 11%의 차이를 보여주고 있으며, 계산이 중단된 것은 파괴된 단면이 많아져서 전체 강성의 저하로 인한 수축계산의 난점때문인 것으로 생각된다.

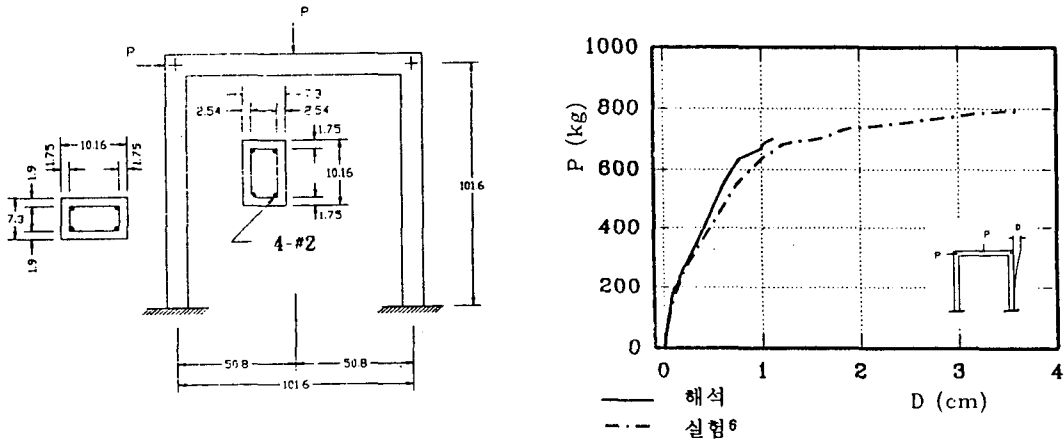


그림 6. 문형 라멘의 하중-변위 관계(단조)

	콘크리트의 압축강도	철의 항복강도	철의 탄성계수
해석 예 1, 2.	312.86 kg/cm ²	3262,226kg/cm ²	2038891.0 kg/cm ²
해석 예 3.	235.53 kg/cm ²	3388.77 kg/cm ²	2109197.7 kg/cm ²

표 2. 해석 모델의 재료적 성질

5. 결론

기하학적 비선형과 재료적 비선형을 고려한 철근 콘크리트 부재 및 골조 해석용 프로그램을 개발하여 해석을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 실험을 통하여 반복하중을 받는 콘크리트의 응력-변형도 관계 모델을 제시할 수 있었다.
- 2) 복합 비선형성을 고려한 단조 및 반복하중 하에서의 해석 프로그램을 C언어로 개발하여, 부재 및 골조의 해석을 수행한 결과 실험치와 대체적으로 일치하고 있음을 알 수 있었다.
- 3) 본 해석 프로그램을 사용하여 해석을 수행할 경우, 극한파괴하중을 잘 예측할 수 있었다.

본 해석에서는 수축계산을 위하여 Newton-Raphson법을 사용하였는데, 단면이 일정량이상 파괴되는 경우 전체적인 강성의 저하로 인하여 수축계산이 곤란해지는 경우가 발생하였다. 따라서 보다 정확하고 빠른 해석 결과를 얻기 위해서는 수축계산법의 개선이 요구되고 있다. 또한, 비교 모델로 잡은 실험 결과들은 본 해석에서 사용한 철과 콘크리트의 재료적 성질과는 다소의 차이가 있었으므로, 차후에 적절한 재료를 사용하여 부재 실험을 행하고, 그 결과를 해석결과와 비교하는 것이 바람직하리라 생각된다.

6. 참고 문헌

1. Sandor Popovics, "A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete", Cement and Concrete Research, Vol. 3, 1973. pp.583-599.
2. 金和中, "高溫度におけるコンクリートの力學的舉動に關する實驗的研究", 동경공업대학교 박사학위 논문, 1988.3.
3. 김화중, 권영환, 박정민, "반복하중을 받는 강구조 부재 및 골조의 탄소성 성상에 관한 해석적 연구", 한국 전산 구조 공학회 학술발표 논문집, 제5권 제2집, 1992.10, pp.52-57
4. 和田章外 3人, "筋違付鐵骨ラ-メンの彈塑性解析に關する研究", 일본건축학회 논문보고집, 제 209호, 1973.7, pp.41-51.
5. Burns, N. H., and Siess, C. P., "Repeated and Reversed Loading in Reinforced Concrete", ASCE, Vol. 92, No ST5, Proc. Paper 4932, Oct., 1966, pp.65-78.
6. Vitelmo V. Bertero and George McClure., "Behavior of Reinforced Concrete Frames Subjected to Repeated Reversible Loads", ACI, Vol. 61, No.10, 1964, pp.1305-1330.