

침수지반의 단계적 굴착해석

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF FLUID-SATURATED GROUND SYSTEM UNDER INCREMENTAL EXCAVATION

구정회* 홍순조** 김문겸*** 황학주****
Koo, Jeong-Hoi Hong, Soon-Jo Kim, Moon-Kyum Hwang, Hak-Joo

ABSTRACT

In the construction of underground structures, it is critical to accurately predict the ground deformations during excavation. In this paper, a finite element procedure for the computation of solid displacement and fluid pore pressure during incremental excavation is presented based on Biot's theory. The numerical formulation is done using the virtual work principle. The proposed procedure is applied to some example problems with different excavation rates and permeabilities.

1. 서론

최근 도시지역에 건설되고 있는 많은 고층건물과 지하철의 시공 등 지반굴착으로 인한 인접 지반과 기존 구조물에 미치는 영향을 사전에 예상하는 것은 매우 중요한 문제이다. 지하굴착시 굴착부분 주위지반의 변형은 물리적 특성, 굴착방법 및 보강, 함수정도 등의 다양한 요소에 영향을 받게 된다. 고체/유체 혼합체로 생각할 수 있는 침수지반의 거동해석을 위한 이론적 발전은 Terzaghi^[1]의 1차원 압밀이론과 지반은 선형탄성체이고 유체의 흐름은 Darcy의 법칙을 따른다는 가정 하에 유도된 Biot^[2]의 3차원 압밀이론으로부터 규명되기 시작되었다. Schiffman 등^[3]과 Gibson 등^[4]은 외부하중에 의한 2차원 압밀현상에 대한 해석해를 제시하였고, Christian^[5]과 Sandhu 등^[6]은 Biot의 이론을 근거로 하여 유한요소법을 적용한 수치해석방법을 연구하였다. 이들은 고체의 평형방정식과 유체흐름의 연속방정식을 조합하여 시간 종속적으로 해석하였다. 본 연구의 중간단계로 구정회 등^[7]은 침수지반거동해석을 위한 유한요소프로그램을 개발하여 앞의 연구결과들^[5,6]과 비교하였다. 그러나 이러한 연구결과와 굴착과정 등을 고려하지 않은 것이었다.

실제의 지하구조물은 굴착과 보강을 포함하는 몇 단계의 시공과정을 가지므로 단계적 굴착해석이 요구된다. 단계적 시공에 대한 유한요소해석은 임시공을 위한 성토문제에 대하여 Clough 등^[8]에 의하여 시도되었다. 이와는 별도로 지반굴착에 대한 유한요소해석은 굴착경계면에 발생하는 등가절점하중을 계산하는 방법에 따라 많은 연구가 발표되었다^[9, 10, 11, 12, 13].

특히 지반이 공극수를 포함하고 있는 다공성 침수지반(fluid-saturated porous solid)인 경우에는 굴착에 의한 고체입자의 변형은 물론 응력해제(stress relief)로 인한 과잉공극수압의 발생과 소산(dissipate)과정에 대한 것이 고려되어야 한다^[14, 15]. 본 연구에서는 침수지반의 굴착해석을 위한 굴착시 탄성지반에서 발생하는 변위와 과잉공극수압을 단계적 굴착과정에 따라 해석하는 방법을 제시하고 몇가지 예에 관한 해석결과를 분석하였다.

2. 유한요소방정식

영역 R과 경계 S($S=S_D+S_T+S_P+S_I$)로 이루어진 고체/유체 혼합체를 생각하자(그림 1). 여기서 경계 S_D 는 변위벡터 성분 u_i 가 규정된 기하학적 경계, 경계 S_T 는 표면력벡터성분 T_i 가 규정된 역학적 경계이다. 또한 경계 S_P 는 공극수압 π 가 규정된 기하학적 경계, 경계 S_I 는 유출률이 규정된 역학적 경계이다. 이때 평형방정식과 흐름의 연속방정식은 다음과 같이 정의된다^[6, 7].

* 선경건설 연구소 연구원, 연세대학교 토목공학과 박사과정
** 선경건설 연구소 부장, 공학박사
*** 연세대학교 토목공학과 부교수
**** 연세대학교 토목공학과 교수

$$\sigma_{ij,j} - \delta_{ij}\pi_{,j} - F_i = 0 \quad (1)$$

$$\dot{u}_{i,i} = -\dot{\epsilon}_{i,i} \quad (2)$$

$$u_i = u_i^p \quad \text{on } S_D \quad (3)$$

$$T_i = \sigma_{ij}n_j = T_i^p \quad \text{on } S_T \quad (4)$$

$$\pi = 0 \quad \text{on } S_p \quad (5)$$

$$n_i \dot{u}_i = 0 \quad \text{on } S_I \quad (6)$$

여기서 σ_{ij} '는 유효응력텐서, F_i 는 물체력벡터성분, δ_{ij} 는 Kronecker's delta, $\epsilon_{i,i}$ 는 고체입자의 체적변형률, n_i 는 경계에서 외부로 향하는 단위법선벡터성분, u_i^p , T_i^p 는 각각 기지인 경계에서의 변위 및 표면력벡터성분, $\dot{(\cdot)}$ 는 시간미분항을 나타낸다.

식(1)과 (2)에 가상일의 원리를 적용면 다음과 같은 유한요소방정식이 유도된다.

$$[K_S]\{\bar{u}\} + [C]\{\bar{\pi}\} = \{f\} \quad (7)$$

$$[C]^T\{\dot{\bar{u}}\} + [H]\{\bar{\pi}\} = 0 \quad (8)$$

여기서 $[K_S]$ 는 강성행렬, $[C]$ 는 조합행렬, $[H]$ 는 흐름행렬, $\{f\}$ 는 물체력과 표면력에 의한 절점하중벡터, $\bar{(\cdot)}$ 는 각각 절점에서의 변위와 과잉공극수압을 나타내며, 각 항에 대한 정의는 구정회 등[7]을 참고하기 바란다.

유도된 유한요소방정식[식(7)과 (8)]은 시간에 대한 미분형식으로 되어있으므로 시간력 해석(time stepping analysis)이 필요하다. 시간 t_{n-1} 과 $t_n(=t_{n-1}+\Delta t)$ 사이에서 적분은 다음과 같이 근사화될 수 있다[5].

$$\int_{t_{n-1}}^{t_n} P(t)dt = \alpha \Delta t P(t_n) + (1-\alpha)\Delta t P(t_{n-1}) \quad (9)$$

여기서 α 는 정의된 함수 $P(t)$ 에 의하여 $0 \leq \alpha \leq 1$ 사이에서 결정된다. Booker 등[16]은 $\alpha \geq 1/2$ 일 때 임의의 $P(t)$ 에 대하여 무조건 안정(unconditionally stable)이라는 것을 증명하였다. 식(9)를 이용하여 식(7), (8)을 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[K_S]\{\bar{u}(t_n)\} + [C]\{\bar{\pi}(t_n)\} = \{f(t_n)\} \quad (10)$$

$$[C]^T\{\bar{u}(t_n)\} + \alpha[H]\Delta t\{\bar{\pi}(t_n)\} = [C]^T\{\bar{u}(t_{n-1})\} - (1-\alpha)[H]\Delta t\{\bar{\pi}(t_{n-1})\} \quad (11)$$

3. 굴착 시뮬레이션

유한요소망으로부터 요소를 제거하면 굴착경계면에 불명형하중(out-of-balance force)이 발생하게 된다. 따라서 유한요소법에 의한 굴착 시뮬레이션은 해석영역에서 응력해제에 의한 굴착경계면에서의 등가표면력(equivalent traction)을 계산하여 응력명형을 이룰 수 있도록 작용시키는 과정이다. 이러한 등가표면력을 계산하는 방법이 많이 연구되어 왔다. Dunlop 등[8]은 굴착경계면에 인접한 요소들에서의 평균응력에 의하여 표면력을 구하였다. Christian 등[10]은 응력외삽기법(stress extrapolation technique)을 이용한 굴착경계면에서의 표면력계산방법이 굴착 각 단계에서 오차를 일으키므로 굴착단계의 수를 최소화할 것을 제안하였다. Clough 등[11]은 굴착된 요소의 응력으로부터 다음과 같이 표면력을 계산하였다.

$$\{f\} = \sum_{n=1}^m \int_R [B]^T(\sigma) dR \quad (12)$$

여기서 $\{f\}$ 는 굴착표면력벡터, $[B]$ 는 변위-변형률행렬, $\{\sigma\}$ 는 전응력벡터, m 은 굴착경계면을 형성하고 있는 요소의 수이다. 그러나 이 방법은 지반자중에 의한 물체력의 영향을 무시하였기 때문에 올바른 결과를 줄 수가 없다 [12,13]. Ghaboussi 등[12]과 Brown 등[13]은 유한요소망에서 굴착이나 성토에 의하여 제거되거나 추가되는 요소

에 의한 하중을 정확하게 계산할 수 있는 일반적인 방법을 제시하였다.

본 연구에서는 Ghaboussi 등^[12]과 Brown 등^[13]에 의하여 제안된 굴착 해석방법을 사용한다. 즉, 단계적 굴착 문제에 대한 해는 다음 식을 만족하여야 한다.

$$\int_{R_i} [B]^T \{\sigma_i\} dR = \int_{R_i} [N]^T \{F\} dR + \int_{S_i} [N]^T \{T\} dS \quad (13)$$

여기서 하첨자 i 는 i 번째 굴착단계를 나타내고, R_i 와 S_i 는 각각 i 번째 굴착 후 남아있는 해석지반의 영역과 표면력이 재하되는 면이다. 식(13)에서 전응력 σ_i 는 유효응력 σ_i' 와 과잉공극수압 π_i 로 다음과 같이 표시된다.

$$\sigma_i = \sigma_i' + \pi_i \quad (14)$$

여기서 단계적 굴착을 고려하여 증분식으로 쓰면 $\sigma_i' = \sigma_{i-1}' + \Delta\sigma_i'$ 와 $\pi_i = \pi_{i-1} + \Delta\pi_i$ 이므로 식(14)는 다음과 같다.

$$\sigma_i = (\sigma_{i-1}' + \Delta\sigma_i') + (\pi_{i-1} + \Delta\pi_i) \quad (15)$$

식(15)를 식(13)에 대입하고 식(10)의 형태로 정리하면

$$[K_s]\{\Delta u_i\} + [C]^T\{\Delta \pi_i\} = \{\Delta f\} \quad (16)$$

가 되고 따라서 침수지반의 굴착에서 의한 증분등가절점하중벡터 $\{\Delta f\}$ 는 다음과 같다.

$$\{\Delta f\} = \int_{R_i} [B]^T \{\sigma_{j-1}'\} dR + [C]\{\pi_{j-1}\} - \int_{R_i} [N]^T \{F\} dR - \int_{S_i} [N]^T \{T\} dS \quad (17)$$

여기서 $[N]$ 은 형상함수이다. $\{\Delta f\}$ 는 전단계 ($i-1$) 굴착까지의 유효응력과 과잉공극수압에 의한 절점하중의 변화를 포함하고 있는 벡터이다. 이 $\{\Delta f\}$ 를 응력해제 효과를 고려하기 위하여 굴착경계면에 작용시킨다. 즉 i 번째 굴착단계에서는 전굴착단계 ($i-1$)에서의 유효응력과 과잉공극수압을 사용하여 굴착단계 i 의 나머지 해석영역에 대하여 적분하므로써 $\{\Delta f\}$ 를 계산한다.

4. 수치해석에

4.1. 단계적 해석방법의 검증

본 프로그램에서 사용한 굴착 해석방법을 검증하기 위하여 과잉공극수압의 발생을 무시하고 고체입자의 변형만을 고려하는 배수조건에의 1단계굴착과 5단계굴착에 의한 해석결과를 비교하였다. 검증을 위하여 그림 2의 유한요소망을 사용하였다. 사용한 지반의 물성은 탄성계수 700ton/m², Poisson비 0.3, 단위중량 1.92ton/m²이며 축압계수는 0.8로 가정하였다. 그림 3에는 해석결과로부터 구해진 변위를 도시하였다. 해석결과로부터 탄성지반에서 1단계(one-step)와 다단계(multi-step)굴착의 결과가 일치되어야 하는 조건이 만족되고 있음을 확인하였다. 따라서 제시된 굴착 해석방법이 오차를 발생하지 않는 것을 알 수 있다.

4.2. 1차원 문제의 해석결과

침수지반에 대하여 1차원 해석을 실시하였다. 그림 4에 1차원 해석에 사용한 유한요소망이 주어져 있다. 그림 4의 해석모형은 Osaimi 등^[14]의 해석결과와 비교할 수 있도록 동일한 크기의 모형과 지반물성을 사용하였으며, 사용한 지반의 물성은 탄성계수 480ton/m², Poisson비 0.3, 단위중량 1.60ton/m², 투수계수는 0.013m/day이다. 침수지반에서 굴착으로 인한 부과잉공극수압의 발생과 소산정도를 파악하기 위하여 굴착속도를 3가지(0.03m/day, 0.3m/day, 3.0m/day)로 변화시키면서 각각에 대하여 상부에서부터 15m를 굴착하였다. 그림 5에 각 굴착속도별 굴착완료 시의 부과잉공극수압이 도시되어 있다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 굴착속도가 빠를수록 부과잉공극수압의 소산이 일어나지 않아 굴착완료후 많은 부과잉공극수압이 존재하고 있음을 알 수 있다.

4.3. 2차원 문제의 해석결과

침수지반에 대한 2차원 해석을 수직굴착과정에 대하여 실시하였다. 그림 2에 주어진 유한요소망을 이용하여 투수계수가 큰 경우(0.1m/day)와 작은 경우($0.1 \times 10^{-4}\text{m/day}$)에 대하여 동일한 굴착속도 0.15m/day (굴착완료 60일)로 5단계 굴착해석을 실시하였다. 그림 6과 7에 각 해석결과에 대한 변위를 도시하였다. 그림 6에서 알 수 있는 바와 같이 투수계수가 큰 지반에서는 굴착과정에서 부과잉공극수압의 소산이 대부분 일어나므로 배수조건에 의한 해석(그림 3)과 거의 같은 변위형태를 보임을 알 수 있다. 그러나 투수계수가 작은 지반인 경우에는 굴착저면에서 크게 발생하는 부과잉공극수압의 소산이 일어나지 않아 부과잉공극수압이 큰 영역으로 고체입자들의 이동이 일어나므로 전체적으로 하향으로의 변위가 크게 발생하고 따라서 굴착저면에서 발생하는 heaving현상은 작게 일어남을 알 수 있다. 그림 8에는 그림 2에 표시된 D, E, F, G 점에 대하여 투수계수가 큰 경우($0.1 \times 10^{-4}\text{m/day}$) 굴착완료 일(60일)과 굴착완료후 2500일까지의 과잉공극수압의 변화를 표시하였다.

5. 결론

본 연구에서는 고체/유체 혼합체인 침수지반이 완전 포화되었다고 가정하였을 경우 토질간극에 포함된 유체와 토질입자와의 상호작용을 고려하여 단계적 굴착해석이 가능한 탄성유한요소 해석프로그램을 개발하였다. 개발한 프로그램의 굴착 시뮬레이션이 옳은가에 대하여는 배수조건으로 가정하여 1단계와 다단계굴착결과를 비교함으로써 확인하였고, 1차원 침수지반에서는 굴착속도에 따른 과잉공극수압의 발생과 소산정도, 2차원 침수지반에 대하여는 투수계수가 큰 지반과 작은 지반에 대하여 단계적 굴착해석을 실시하여 응력해제로 인한 지반의 변형과 지반에 포함된 유체에 발생하는 과잉공극수압과 굴착속도에 따른 공극수압의 소산정도를 분석하였다. 본 유한요소 해석결과와 참고문헌[14]에서의 해석결과와 일치함을 보여주고 있다.

참고문헌

1. Terzaghi, K., *Theoretical Soil Mechanics*, Wiley, New York, 1943.
2. Biot, M., 'General Theory of Three Dimensional Consolidation,' *Journal of Applied Physics*, Vol.12, 1941, pp.155-164.
3. Schiffman, R.L., Chen, A.T-F. and Jordan J.C., 'An Analysis of Consolidation Theories,' *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, Vol.95, NO. SMI, Jan. 1969, pp.285-312.
4. Gibson, R.E., Schiffman, R.L. and Pu, S.L., 'Plane Strain and Axially Symmetric Consolidation of Clay Layer on a Smooth Impervious Base,' *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Vol.16, 1970, pp.34-50.
5. Christian, J.T., 'Undrained Stress Distribution by Numerical Method,' *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, Vol.94, NO. S46, 1968, pp.1333-1345.
6. Sandhu, R.S. and Wilson, E.L., 'Finite Element Analysis of Seepage in Elastic Media,' *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol.95, NO. EM3, June, 1969, pp.641-652.
7. 구정희, 홍순조, 김문경, 황학주, '침수지반거동 해석을 위한 유한요소모델,' 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제5권 제2집, 1992, pp.168-173.
8. Clough, R.W. and Woodward, R.J., 'Analysis of embankment stresses and deformation,' *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, Vol.93, 1967, pp.529-549.
9. Dunlop, P., Duncan, J.M. and Seed, H.B., 'Finite Element Analyses of Slopes in Soil,' Report No. TE68-3, Office of Research Services, University of California, at Berkeley, 1968.
10. Christian, J.T. and Wong, I.H., 'Errors in Simulating Excavation in Elastic Media By Finite Element,' *Soils and Foundations*, Vol.13, 1973, pp.1-10.
11. Clough, G.W. and Mana, A.I., 'Lessons Learned in Finite Element Analyses of Temporary Excavations in Soft Clay,' *Proceedings of Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, Blacksburg, Vol.1, 1976, pp.496-510.
12. Ghaboussi, J. and Pecknold, D.A., 'Incremental Finite Element Analysis of Geometrically Altered Structures,' *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.20, 1984, pp.2051-2064.
13. Brown, P.T. and Booker, J.R., 'Finite Element Analysis of Excavation,' *Computers and Geotechnics*, Vol.1, 1985, pp.207-220.
14. Osaimi, A.E. and Clough, G.W., 'Pore-pressure Dissipation During Excavation,' *Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol.105, 1979, pp.481-498.
15. Hsi, J.P. and Small, J.C., 'Simulation of Excavation in a Poro-Elastic Material,' *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.16, 1992, pp.25-43.
16. Booker, J.R. and Small, J.C., 'An Investigation of the Stability of Numerical Solutions of Biot's Equations of Consolidation,' *International Journal of Solids and Structures*, Vol.11, 1975, pp.907-917.

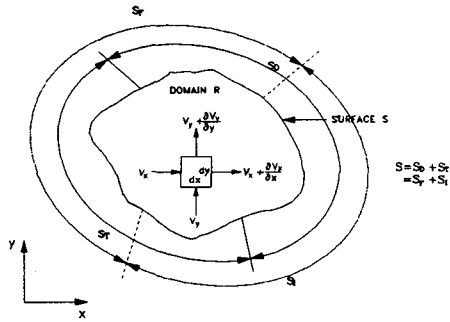


그림 1. 해석영역과 경계조건

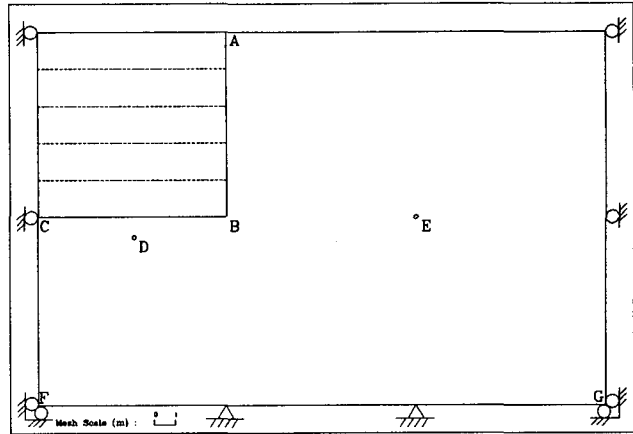


그림 2. 2차원 해석모형과 경계조건

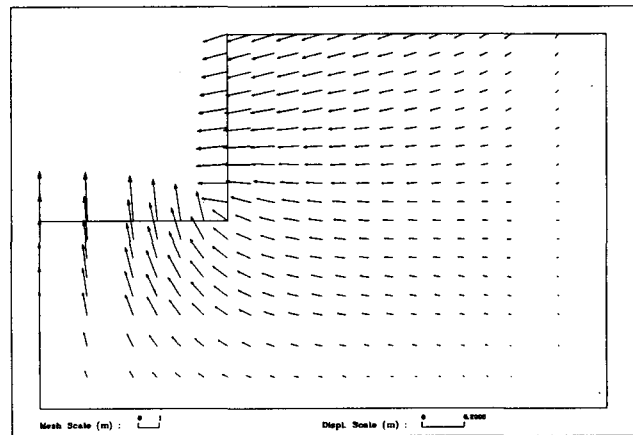


그림 3. 배수상태에서의 1단계와 다단계굴착해석결과

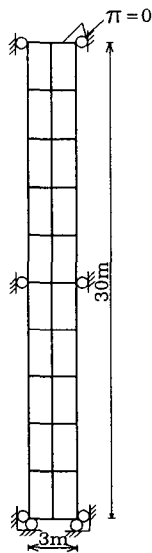


그림 4. 1차원 해석모형

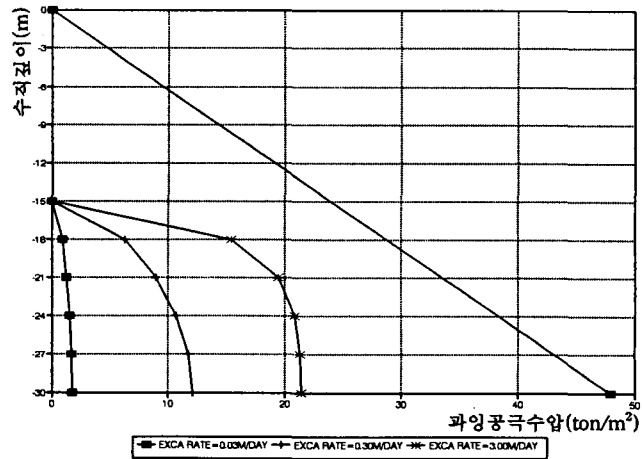


그림 5. 굴착속도에 따른 1차원 해석의 공극수압분포

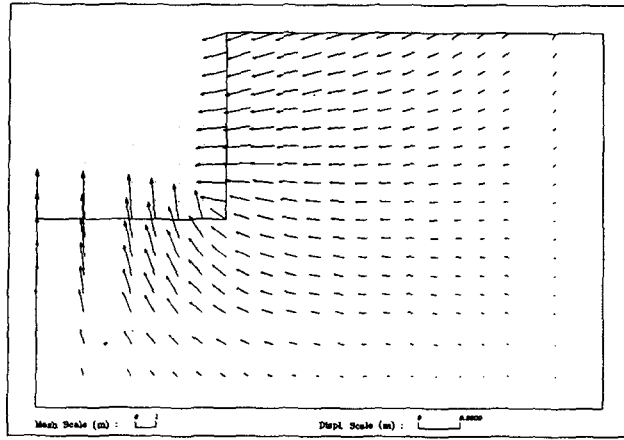


그림6. 굴착완료시 투수계수가 큰 지반의 변위형상

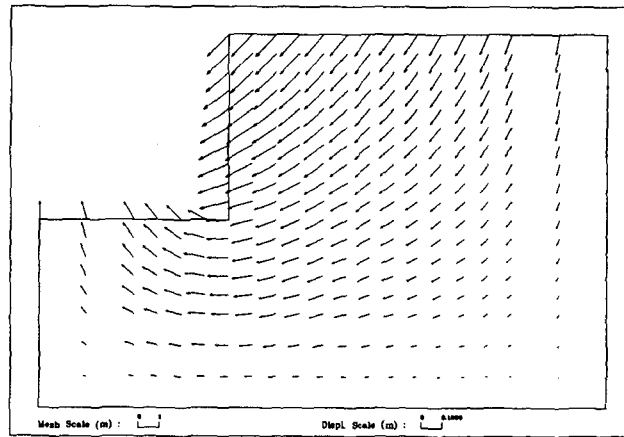


그림7. 굴착완료시 투수계수가 작은 지반의 변위형상

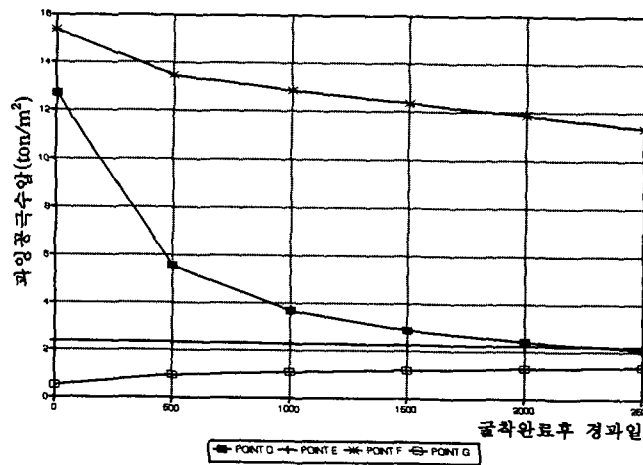


그림8. 굴착완료후 2500일까지 지반 내의 과잉수압변화