

개선된 콤포넨트 모드법을 이용한 거대구조물의 동적해석 Dynamic analysis for complex structures using the improved component mode method

심 재 수*
Shim, Jae-Soo

박 명 균**
Park, Myung-Gyun

ABSTRACT

There are a lot of linear dynamic analysis methods for complex structures. Each method has advantages and shortcomings. Method of dynamic analysis for complex structure is selected considering characteristics of dynamic loading, computer facility available, number of degree of freedom and accuracy of results. It is a main point of view to get economical results rather than accurate ones for analysis of general complex structures. Mode superposition method and direct integration method are generally used. However, the characteristics of load is not considered in mode superposition method, the personal computer cannot be used in direct integration methods. To overcome these shortcomings, the component mode method incorporating Ritz algorithm updated is proposed to solve economically dynamic behavior of the structures.

The purpose of study is a formulation of algorithm, and computer programing suitable for dynamic analysis of the complex structure in personal computer environment.

1. 서 론

구조물의 정확한 동적해석을 위한 해법들이 많이 있다. 구조물의 자유도수가 많아지면 정확한 엄밀해 보다 적정 수준의 정확도를 갖는 근사해를 경제적으로 구하는 해석법이 필요하다. 기존의 동적 해석법들은 많으나 경제적인 해석법으로는 콤포넨트 모드법과 Ritz Vector 방법들이 있다.

콤포넨트 모드법에서는 구조물을 부분구조물로 나누어 처리하여 System의 크기를 적게 변환시키는데 각 부분구조물내에서 Eigen 해석을 하므로 소형 컴퓨터를 이용할 수 있는 경제적인 방법이나 부분구조물내에서 Master 자유도(Boundary D.O.F.), Slave 자유도(Interior D.O.F.) 및 Normalized 자유도의 선택에 따라 해의 정도에 변화가 있다.

Ritz Vector 방법은 하중의 특성을 고려한 벡터를 Eigen Vector 대신 경제적으로 구하여 이용하는 방법으로 거대구조물의 경우 System의 크기를 그대로 두고 계산하므로 소형 컴퓨터의 이용이 어렵다. 이런 약점들을 해결하며 보다 경제적이고 해의 정확도를 높이기 위하여 Ritz Vector 방법을 콤포넨트 모드법에 결합한 개선된 콤포넨트 모드법의 이론을 정립하고 검증함이 본 연구의 목적이다.

* 경희대학교 토목공학과 교수

** 경희대학교 토목공학과 박사과정

2. 콤포넨트 모우드법을 개선한 이론의 형성

거대 구조물을 부분구조물로 나눈다. 부분구조물(r)에 대한 자유도를 a 개의 남기는 Master Degree of Freedom (Boundary D.O.F.) 와 b 개의 소거하는 Slave Degree of Freedom (Interior D.O.F.)으로 구분하여 비감쇄 운동방정식을 작성하고, a 와 b의 합이 부분구조물 (r)의 자유도수 이다.

$$\begin{bmatrix} \underline{M}_{ss} & \underline{M}_{sm} \\ \underline{M}_{ms} & \underline{M}_{mm} \end{bmatrix}^{(r)} \begin{Bmatrix} \underline{Z}_s \\ \underline{Z}_m \end{Bmatrix}^{(r)} + \begin{bmatrix} \underline{K}_{ss} & \underline{K}_{sm} \\ \underline{K}_{ms} & \underline{K}_{mm} \end{bmatrix}^{(r)} \begin{Bmatrix} \underline{Z}_s \\ \underline{Z}_m \end{Bmatrix}^{(r)} = \begin{Bmatrix} \underline{F}_s \\ \underline{F}_m \end{Bmatrix} \quad (1)$$

부분구조물(r)에서 Eigen해석을 하는 대신 Ritz Vector방법을 적용하여 Slave D.O.F.를 대체하는 c 개 (c ≤ b)의 Ritz Vector를 구하여 정규화한다.

(b × c)의 정규화된 Ritz Vector ($\underline{\Phi}_N^{(r)}$) 를 이용하여 Slave D.O.F.에 대한 변위 벡터 \underline{Z}_s 를 나타낸다.

$$\underline{K}_{ss} \underline{U}_1 = \underline{F} \quad (2)$$

$$\underline{K}_{ss} \underline{X}_1 = \underline{M}_{ss} \underline{U}_1 \quad (3)$$

$$\underline{X}_1 = \underline{X}_1 / \|\underline{X}_1\|_{\text{MASS}} \quad (4)$$

$$\underline{U}_i = \underline{U}_{i-1} - \underline{X}_{i-1} (\underline{X}_{i-1}^T \underline{M}_{ss} \underline{U}_{i-1}) \quad (5)$$

i = 2, 3, ..., c (c ≤ b)

$$\underline{K}_{ss} \underline{X}_i = \underline{M}_{ss} \underline{U}_i \quad (6)$$

$$C_j = \underline{X}_j^T \underline{M}_{ss} \underline{X}_j \quad (7)$$

$$j = 1, 2, \dots, i-1$$

$$\underline{X}_i^{(j+1)} = \underline{X}_i^{(j)} - \sum C_j \underline{X}_j \quad (8)$$

$$\underline{X}_i = \underline{X}_i / \|\underline{X}_i\|_{\text{MASS}} \quad (9)$$

Ritz Vector 는 Mass 에 대한 직교화가 성립되고,

$$\underline{\Phi}_N^{(r)} = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_c] \quad (10)$$

$$\underline{Z}_s^{(r)} = \underline{\Phi}_N^{(r)} \underline{Z}_N^{(r)} \quad (11)$$

여기에 Guyan 의 Dynamic Reduction 개념을 도입하면,

$$\underline{Z}_s^{(r)} = \underline{\Phi}_N^{(r)} \underline{Z}_N^{(r)} + \underline{T}_{sm}^{(r)} \underline{Z}_m^{(r)} \quad (12)$$

$$\underline{T}_{sm}^{(r)} = - \underline{K}_{ss}^{(r)} \underline{K}_{sm}^{(r)} \quad (13)$$

여기서 부분구조물 (r)의 변환행렬 (T^(r))을 이용하면 (a + b)개인 자유도수가 이보다 적은 (a + c)개의 자유도수로 감소된다.

$$\underline{T}^{(r)} = \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_N^{(r)} & \underline{I}_{sm}^{(r)} \\ \underline{0} & \underline{I}_{mm}^{(r)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서 $\underline{\Phi}_N^{(r)}$, $\underline{T}_{sm}^{(r)}$ 은 각각 (b × c), (b × a)인 행렬이고, $\underline{0}$, $\underline{I}_{mm}^{(r)}$ 은 각각 (a × c), (a × a)인 행렬이다.

$$\underline{Z}^{(r)} = \begin{Bmatrix} \underline{Z}_s^{(r)} \\ \underline{Z}_m^{(r)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_N & \underline{T}_{sm} \\ \underline{0} & \underline{I}_{mm} \end{bmatrix}^{(r)} \begin{Bmatrix} \underline{Z}_N^{(r)} \\ \underline{Z}_m^{(r)} \end{Bmatrix} = \underline{T}^{(r)} \bar{\underline{Z}}^{(r)} \quad (15)$$

그러므로 부분구조물 (r)의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\underline{M}^{(r)} \ddot{\underline{Z}}^{(r)} + \underline{K}^{(r)} \underline{Z}^{(r)} = \underline{F}^{(r)} \quad (16)$$

$$\text{여기서, } \underline{M}^{(r)} = \underline{T}^{(r)T} \underline{M}^{(r)} \underline{T}^{(r)} \quad (17)$$

$$\underline{K}^{(r)} = \underline{T}^{(r)T} \underline{K}^{(r)} \underline{T}^{(r)}$$

$$\underline{F}^{(r)} = \underline{T}^{(r)T} \underline{F}^{(r)}$$

감소된 구조물의 운동방정식은 부분구조물들의 식 (16)을 바꿔 조립하면 다음과 같다.

$$\bar{\underline{M}} \ddot{\bar{\underline{Z}}} + \bar{\underline{K}} \bar{\underline{Z}} = \bar{\underline{F}} \quad (18)$$

$$\text{여기서, } \bar{\underline{M}} = \sum_{r=1}^p \underline{M}^{(r)} \quad (19)$$

$$\bar{\underline{K}} = \sum_{r=1}^p \underline{K}^{(r)} \quad (20)$$

$$\bar{\underline{F}} = \sum_{r=1}^p \underline{F}^{(r)} \quad (21)$$

감소된 구조물의 운동방정식은 부분구조물들의 식 (16)을 바꿔 조립하면 다음과 같다.

$$\bar{\underline{M}} \ddot{\bar{\underline{Z}}} + \bar{\underline{K}} \bar{\underline{Z}} = \bar{\underline{F}} \quad (22)$$

3. 예제 계산

본 연구의 검증을 위하여 예제 1에서 자유도가 20인 트러스에 대해 자유 진동해석을 하여 고유 진동수와 계산시간을 비교하였으며 예제 2에서 자유도가 13인 트러스에 대하여 강제 진동 해석을 하여 절점에서의 변위를 비교하였다.

1) 예제 1

예제인 트러스 구조물은 자유도가 20이며 그림(1)에 있다. 그림(2)는 두개로 나누어진 부분구조물들이다. 부분구조물 (1)은 자유도가 15이며 M.D.O.F., S.D.O.F. 및 N.D.O.F.는 각각 5, 10, 및 3로 하였으며 부분구조물 (2)는 자유도가 9인데 M.D.O.F., S.D.O.F. 및 N.D.O.F.는 각각 4, 5, 및 1로 하였다. 동적 해석을 하여 3개의 고유진동수까지 비교하였다. 첫번째해석은 전체구조물의 Eigen 해석을 하였으며 고유진동수는 0.02449, 0.04039 및 0.05077 이었다 (표1). 계산시간은 PC 386 으로 16초 이었다. 두번째 해석은 전체구조물을 부분구조물로 하고 M.D.O.F., S.D.O.F., 및 N.D.O.F.는 5, 15, 및 4 인 9차 자유도로 감소시켜 Eigen 해석을 하여 결과인 고유진동수는 0.02465, 0.04079 및 0.05116 이었으며 계산시간은 6초 이었다. 세번째해석은 두개의 부분구조물로 나누어 콤팩트 모드법으로 해석하였는데 부분구조물 (1)에서 M.D.O.F., S.D.O.F., 및 N.D.O.F.는 5, 10 및 3로 하였으며 부분구조물 (2)에서 M.D.O.F., S.D.O.F., 및 N.D.O.F.는 4, 5 및 1로 하였다. 감소된 시스템의 고유진동수는 0.02495, 0.04057 및 0.05222 였으며 계산시간은 5초 이었다.

네번째해석은 세번째해석과 같은 모델이며, 본 논문에서 제안된 이론으로 해석하였고, 고유진동수는 0.02541, 0.0404 및 0.05105 이었으며 계산시간은 3초 이었다.

본 연구에서는 부분구조물에서 Ritz Vector 를 구하기위해 가상힘을 적용하였으며 가상하중의 변화에 따라 결과가 약간 씩 변화함을 알 수 있었으나 Ritz Vector 들의 형상은 거의 같고 고유 진동수의 값들도 비슷하였다.

표 1. 고유 진동수 및 계산 시간

		①	②	③	④	비 고
D.O.F 수		DOF =20 BDOF =20	DOF = 9 BDOF = 5 NDOF = 4	DOF = 9 BDOF = 5 NDOF = 4	DOF = 9 BDOF = 5 NDOF = 4	DOF = BDOF + NDOF
Substructure 수		1	1	2	2	
계 산 시 간		16 sec.	6 sec.	5 sec.	3 sec.	
Eigen- value	1 st	0.02449	0.02465	0.02495 (1.878%)	0.02541 (3.757%)	
	2 nd	0.04039	0.04079	0.0457 (0.444%)	0.0404 (0.0248%)	
	3 rd	0.05077	0.05116	0.0522 (2.865%)	0.05105 (0.552%)	
해 석 방 법		Eigen- solver	Eigen- solver in sub- space	Component Mode Method	본 연구	

※ () 안의 수치는 ①에 대한 오차율이다.

2) 예제 2

예제인 트러스 구조물은 자유도수가 13이며 (그림3)에 있다. 이 구조물의 동적 해석을 부분구조물로 나누어 처리하는 콤포넨트 모우드법을 이용하지 않고 전체구조물을 모우드 중첩법, 직접 적분법, 개선된 Ritz Vector 방법으로 각각 동적 해석한, 시간에 대한 Node 2의 수직 변위가 그림(5)에 그려져있다. 이 세 가지 해석방법에서 해석결과는 서로 거의 같으므로 이 컴퓨터 프로그램의 이상이 없음을 확인할 수 있다. 시간 증분 (Δt) 는 모든 해석의 경우 0.16초이다.

본 연구에서 제안한 개선된 콤포넨트 모드법을 검증하기 위하여 구조물을 두개의 부분 구조물로 나누었다 (그림4). 부분구조물 (1)은 4개의 M.D.O.F., 4개의 S.D.O.F. 및 2개의 N.D.O.F.로 선택하여 자유도수가 8에서 6으로 감소되었다. 부분구조물 (2)는 4개의 M.D.O.F., 5개의 S.D.O.F. 및 2개의 N.D.O.F.로 선택하여 자유도수가 9에서 6으로 감소되었다. 그림(6)과 그림(7)은 Node 2의 수직변위가 모두 그려져 있다. 변위 계산시점은 모두 같으며 시간증분도 같은 0.16초이다. 그림 제목에 먼저 나오는 C.M.M.과 I.C.M.M.은 부분구조물에 적용된 방법인 콤포넨트 모드법 및 개선된 콤포넨트 모드법의 약자이며, 자유도 수가 13인 구조물의 자유도수를 8로 감소하는데 적용하였다.

그림 제목의 문자 (&)뒤에 나오는 M.S.M, N.I.M., U.R.M.은 각각 모우드 중첩법, 직접 적분법(Newmark 방법)및 개선된 Ritz Vector 방법의 약자이며 감소된 전체구조물 (Reduced Assembled structure)의 해석 방법이다.

본 연구에서 제안한 개선된 콤포넨트 모드법을 사용하여 거대 구조물의 크기를 감소시켜 해석한 계산시간이 가장 적어 경제적임을 알수있다.

4. 결 론

본 연구에서는 거대 구조물의 동적해석을 효과적으로 해석하기 위해 개선된 Ritz Vector 방법을 사용하여 콤포넨트 모드법을 수행하였다. 자유도가 다른 트러스의 자유진동및 강제진동의 해석결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 개선된 Ritz Vector 방법을 사용하여 콤포넨트 모드법을 개선한 알고리즘을 정립하였다.
- 2) 감소된 구조물의 동적해석은 전체구조물의 동적해석의 결과와 부합된다.
- 3) 계산시간이 절약되어 경제적인 해석이 된다.
- 4) 전체구조물의 자유도를 적은 수의 자유도만으로 동적해석이 가능하므로 소형컴퓨터로 거대구조물의 해석이 가능하다.
- 5) 전체구조물의 D.O.F를 줄이거나 부분구조물의 수를 증가시킴에 따라 변환된 구조물이 강(stiff)해짐을 알수 있었다.

이상의 결과로부터 본 연구에서 제안한 방법이 거대구조물의 동적 해석을 경제적이고 적정한 정도를 갖는 적합하고도 타당한 해석법이라 할수 있다.

감사의 글

본 논문은 1992년도 한국과학재단 일반기초연구의 지원으로 이루어진 연구로서 감사의 뜻을 표합니다.

5. 참고 문헌

- 1) Bathe, K.J. , "Finite Element Procedures in Engineering Analysis",
Prentice Hall, Inc. (1982)
- 2) Arora , J.S., and Nguygn, D.T., "Eigen-Solution for Large Structural System with
Subsytructures:, Inter. Journal for Numerical Methods in Engr.,
Vol.15, pp. 333 - 341 (1980)
- 3) Hurty, W.C., "Dynamic Analysis of Structura System Using Component Modes",
AIAA Journal, Vol.3, No.4, pp.678-685 (1965)
- 4) Craig, R.R., Jr., and Bampton, M.C.C., "Coupling of Substructures for Dynamic
Analysis ", AIAA Journal Vol.6, pp.1313 -1319
- 5) Weaver, W. Jr., and Loh, C.L., "Dynamic of Trusses by Component Mode Method",
GASE, J. of Structural Engr., Vol.111, No.1, pp. 2526 - 2575 (1985)
- 6) Shim, j.s, Nguyen, D.T., Zhang, Y.X., "The Component-Mode Method in a Parallel
Computer Rnvironment", 29th Strutures, Structural Dynamics and Materials
Conferenc AIAA/ASME/ASCE/AHS, Virginia, 1705-1701 (1988)
- 7) R.S. Guyan, "Reduction of Stiffness and Mass Materieces.", AIAAJ., 3.380 (1965)
- 8) J.M. Dickens and E.L. Willson, "Numerical Method for Dynamic Substruture
Analysis" UBC/EERC-80/ (1980)
- 9) E.L. Willson, M.W. Yusan and J.M. Dickens, "Dynamic Anlysis by Direct Superposition
of Ritz Vectors', Earthquake eng. str. dyn. 10. 813-823 (1982)
- 10) E.L. Willson and E.P. Bayo, "Use of special Ritz Vectors, in Dynamic Substructure
Analysis ", J. of Str. Eng., ASCE, 112, 1944-1945 (1986)
- 11) R.R. Arnold and A.L. Citerley, " Application of Ritz vectors for Dynamic analysis
of large Structures" , Computer & Structures , 21, 901-907 (1985)
- 12) E.P. Bayo and E.L. Willson, "Use of Ritz vectors in wave propagation and
foundation response", Earthquake Engineering and Structural Dynamics,
12, 499-505 (1984)
- 13) K.J. Joo and E.L. Willson, 'Generation of Vectors for adaptive finite element
Dynamic Analysis ", Computer & Structures , 265-277, (1987)

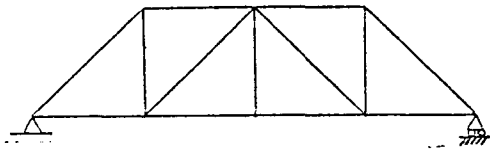


FIGURE.1

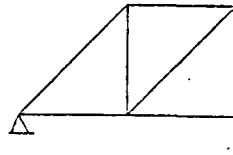


FIGURE.2

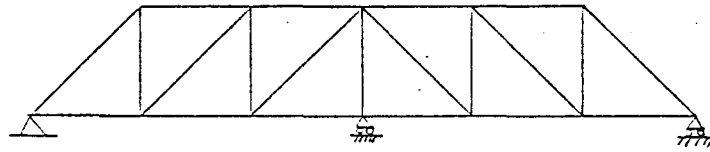


FIGURE.3

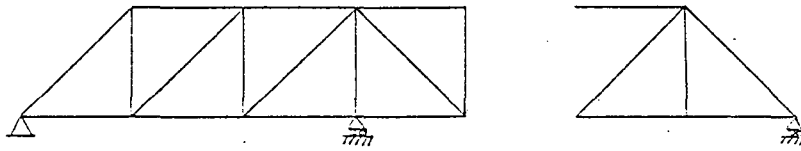


FIGURE.4

FIG.5 FULL SCALE ANALYSIS

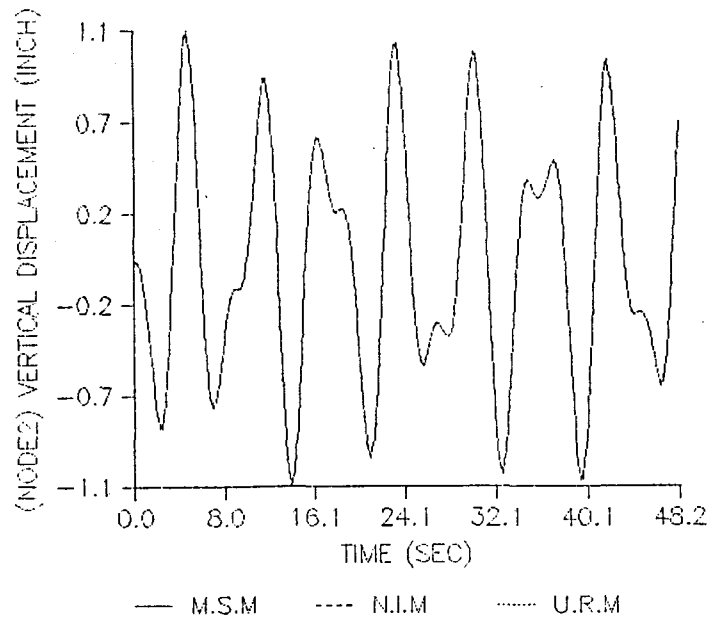


FIG.6 DYNAMIC ANALYSIS BY C.M.M

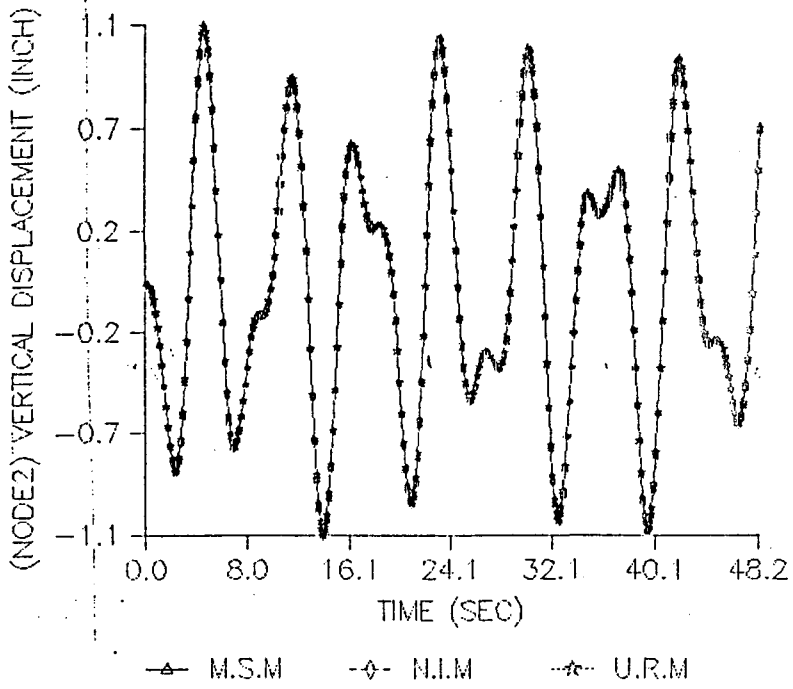


FIG.7 DYNAMIC ANALYSIS BY I.C.M.M

