

## 다공형 소음기의 음향 모드와 공동음에 관한 연구

### A study on the Acoustic Mode and Cavity-Tone in a Perforated Tube Muffler

권영필(숭실대)                      오승환(현대자동차)                      이동훈(생산기술연구원)  
 Y.P.Kwon(SoongSil Univ.)    S.H.Oh(Hyundai Motor Co.)    D.H.Lee(KAITECH)

#### ABSTRACT

The acoustic mode of a perforated tube muffler was investigated both theoretically and experimentally to explain the cavity-tones induced by through-flow. The cutoff frequencies for the axisymmetric modes were obtained and confirmed experimentally. It was found that the cutoff frequencies are decreased significantly by the perforated tube. The onset frequencies of the cavity-tones were compared with the cutoff frequencies of the acoustic mode and it was found that the cavity-tones are induced by the radial acoustic modes and their frequency stages are coincident with the discrete cutoff frequencies.

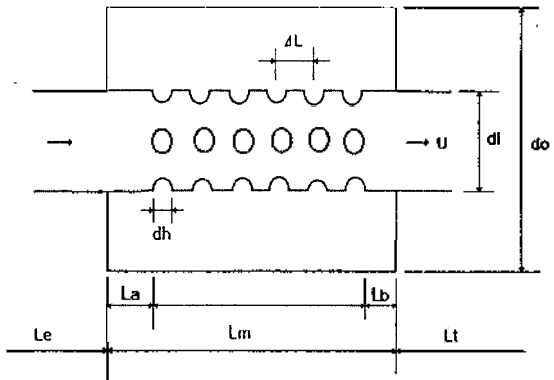
#### I. 서    론

배기소음의 대책으로 배압이 낮으면서 소음성능이 좋은 다공형소음기가 널리 사용되고 있으며 이러한 배기소음기의 성능은 소음기를 통과하는 기류의 유동특성에 큰 영향을 받게 된다. 즉, 유동상태가 소음기의 음향적인 성능에 영향을 미칠뿐만 아니라 유동소음을 발생함으로써 말미암아 소음기의 성능을 크게 저하시킬 수 있다. 다공형소음기에서는 단순평창형소음기에 비하여 광대역의 자생소음은 저하되나 순음성의 휘파람소리(whistling sound)인 공동음(cavity tone)이 발생하기 쉽기 때문에 이에 관한 연구가 필요하다.

Green 등<sup>(1)</sup>과 Fukuda 등<sup>(2)</sup>은 실험적인 연구를 통하여 휘파람소리와 구멍을 통과하는 유동특성사이에 강한 상관관계가 있다는 것을 밝혔으나 그 발생조건은 구하지 못했다. 최근에 이<sup>(3)</sup>는 실험적으로 휘파람소리는 다공관의 두께와 구멍지름, 구멍수, 구멍분포, 구멍의 열간격 및 공동의 치수와 같은 소음기 설계변수의 변화에 영향을 받으며 특히, 통과유속에 따라 주파수는 불연속적인 계단(stage)모양의 특성을 갖는 것과 주파수를 관중양의 유속과 다공관의 구멍지름으로 무차원한 Strouhal수로 표시하면  $0.2 < St < 0.4$  사이에 있다는 것을 보여주었다. 다공관을 갖는 사각 덕트의 경우에 발생하는 휘파람소리에 관하여서는 Tsui와 Flandro<sup>(4)</sup>에 의하여 그 발생조건이 얻어졌다. 이들은 음향모우드를 측정하여 덕트를 전파하는 음장이 교차모우드로 될 때부터 공동음이 발생하게 되는 것을 알았다. 그러나 다공형 소음기의 경우에는 공동음의 발생조건에 관한 이론이 정립되어 있지 못하고 있다.

따라서, 본 연구에서는 다공형 소음기의 경우에 다공관의 음향모우드와 공동음의 관계에 관하여 연구한 것이다. 먼저 간단한 원관에 동축으로 다공관을 갖는 관의 음향모우드를 이론적으로 구하고 교차모우드의 차단주파수를 Fig.1에 도시한 바와 같은 다공형 소음기에

관하여 실험하고 이론과 비교하여 고찰하였다. 다음은 다공관 소음기에 일정한 통과유속이 있을 때 발생하는 공동음의 주파수특성 및 음향모우드와 이론적인 차단주파수를 비교하여 그 관계를 구하고 고찰하였다.



Dimensions (mm)	
$do = 120$ , $L_m = 200$ , $L_t = 840$ , $L_e = 2180$	
$di = 20$ , $dh = 4$ , $N = 40$ , $\Delta L = 20$ , $t = 1$	$La = Lb = 10$

Fig.1 Reference muffler and its dimensions

#### · II. 다공관의 음향 모우드

다공관에서 최대칭인 전파모우드의 음파는 다음식으로 나타낼 수 있다.

다공형 소음기의 음향모우드와 공동음에 관한 연구

$$P(r, z, t) = R(r)e^{j(\omega t - kz)} \quad (1)$$

식에서  $\omega$ 는 각진동수,  $k_z$ 는 축방향의 파수 (wave number)를 뜻한다. 위의 식을 파동방정식에 대입하면 다음과 같은 Helmholtz방정식을 얻는다<sup>(5)</sup>.

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + (k_0^2 - k_z^2)R = 0 \quad (2)$$

식에서 파수  $k_0$ 는 음속을  $a_0$ 라 할때 다음과 같다.

$$k_0 = \frac{\omega}{a_0} \quad (3)$$

Fig.1 에서와 같이 반지름  $r_0$ 인 관에 동축으로 반지름  $r_1$ 인 다공관이 존재하게 되면 반경방향의 파수  $k_r = \sqrt{k_0^2 - k_z^2}$ 을 이용하여 다음식으로 해를 나타낼 수 있다.

$$R = J_0(k_r r), \quad 0 \leq r \leq r_1 \quad (4)$$

$$R = C_1 J_0(k_r r) + C_2 N_0(k_r r), \quad r_1 \leq r \leq r_0 \quad (5)$$

$r=r_1$ 에서 연속조건  $u(r_1^-) = u(r_1^+)$ 로부터 다음식을 얻을 수 있다.

$$J_1(k_r r) = C_1 J_1(k_r r_1) + C_2 N_1(k_r r_1) \quad (6)$$

또한, 다공관의 임피던스  $Z$ 에 의하여 다음과 같은 압력조건을 얻을 수 있다.

$$p(r_1^-) - p(r_1^+) = Z u(r_1) \quad (7)$$

식(4), 식(5) 및 운동량방정식을 이용하여 식(7)을 나타내면 다음과 같다.

$$C_1 J_0(k_r r_1) + C_2 N_0(k_r r_1) = J_0(k_r r_1) - \frac{Zk_r}{j\omega\rho_0} J_1(k_r r_1) \quad (8)$$

또한,  $r=r_0$ 에서 단단한 벽조건을 적용하면 다음과 같다.

$$C_1 J_1(k_r r_0) + C_2 N_1(k_r r_0) = 0 \quad (9)$$

식(6)과 식(9)에서 계수  $C_1$ 와  $C_2$ 를 구하면 다음과 같다.

$$C_1 = \frac{J_1(k_r r_1)N_1(k_r r_0)}{J_1(k_r r_1)N_1(k_r r_0) - N_1(k_r r_1)J_1(k_r r_0)} \quad (10)$$

$$C_2 = \frac{-J_1(k_r r_1)J_1(k_r r_0)}{J_1(k_r r_1)N_1(k_r r_0) - N_1(k_r r_1)J_1(k_r r_0)} \quad (11)$$

식(10)과 식(11)을 식(8)에 대입하고  $k_r = k_0$ 를 대입하면 다음과 같은 고차모우드의 차단(cutoff)파수  $k_c$ 에 관한 특성방정식을 얻는다.

$$J_1(k, r_0) [N(k, r_1)J_0(k, r_1) - J_1(k, r_1)N_0(k, r_1)] = \frac{Z}{j\rho_0 a_0} J_1(k, r_1) [J_1(k, r_1)N_1(k, r_0) - N_1(k, r_1)J_1(k, r_0)] \quad (12)$$

다공관의 임피던스는 실수부인 저항(resistance)과 허수부인 리액턴스(reactance)를 갖으며 저항값은 유동장의 영향을 받고 리액턴스는 주파수의 영향을 받는다. 그런데, 일반적으로 저항값은 리액턴스에 비하여 작을 뿐 아니라 특성 방정식에 미치는 영향이 작으므로 리액턴스만 대입하면 위의 특성방정식의 해를 쉽게 구할 수 있다.

다공관의 임피던스  $\zeta = Z/\rho_0 a_0$ 는 Sullivan<sup>(6)</sup> 등에 의하여 통과유속이 없는 경우에 다음식이 제시되었다.

$$\zeta = \frac{[6 \times 10^{-3} + jk_0(t + 0.75d_h)]}{\sigma} \quad (13)$$

한편, 관을 통과하는 기류의 마하수가  $M$ 인 경우에 Rao<sup>(7)</sup> 등은 다음과 같은 실험식을 제시하였다.

$$\zeta = \frac{[7.3378 \times 10^{-3}(1 + 72.23M) + j2.2245 \times 10^{-5}(1 + 51t)(1 + 204d_h/f)]}{\sigma} \quad (14)$$

식에서  $t$ 는 관의 두께,  $d_h$ 는 구멍의 지름,  $\sigma$ 는 공극율을 나타낸다.

임피던스  $\zeta$ 의 리액턴스를  $x$ 로 표시하여 식(12)를 다

시 정리하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$2J_1(k, r_0) + \pi x k r_1 J_1(k, r_1) \times [J_1(k, r_1)Y_1(k, r_1) - J_1(k, r_1)Y_1(k, r_0)] = 0 \quad (15)$$

위의 식으로부터 특성치  $k_c$ 를 구할 수 있으며 Fig.1과 같이  $r_1=10\text{mm}$ ,  $r_0=60\text{mm}$ ,  $t=1\text{mm}$ ,  $d=4\text{mm}$ 인 다공형 소음기의 공극율  $\sigma$ 의 변화에 따른 고차모우드의 차단주파수를 계산한 결과는 Fig.2와 같다. 다공관이 없는 ( $\sigma = 100\%$ ) 단순관의 경우에 차단주파수를 계산하면  $f_1=3456\text{Hz}$ ,  $f_2=6334\text{Hz}$ ,  $f_3=9179\text{Hz}$ 와 같다. 따라서 Fig.2로부터 다공관의 차단주파수는 단순관에 비하여 크게 감소하는 것을 알 수 있다. 유공률  $\sigma=0\%$ 인 경우는 구멍이 없는 환상관에 해당하며 그 때의 1차 모우드는 차단주파수가 3717Hz로 다공관의 2차 모우드의 점근값임을 알 수 있다. 또한, 임피던스 모델에 따라서 차단주파수에 다소간의 차이가 나타나는 것을 알 수 있다.

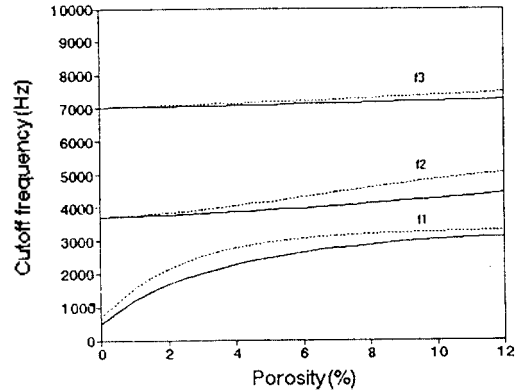


Fig.2 Cutoff frequency vs. porosity of the perforated tube with  $r_1=1\text{cm}$ ,  $r_0=6\text{cm}$ ,  $t=1\text{mm}$  and  $d_h=4\text{mm}$  for the impedance model by Sullivan et al. (—) and Rao et al. (---)

### III. 실험

다공관 소음기의 공동음 및 음향모우드 측정을 위한 실험장치의 개략도는 Fig.3과 같다. 압축기에 의하여 소음기로 기류를 보내고 배기관 출구에 1/2인치 콘덴서형 마이크로폰을 설치하여 소음기에서 발생하는 유동소음을 측정하여 주파수 분석기에 의하여 순음성 소음인 공동음의 주파수 및 음압의 크기를 측정하였다. 공동음의 음향모우드는 지름 2mm의 관에 지름 1mm의 구멍 2개를 뚫은 탐침관을 마이크로폰에 부착하여 이송장치에 의하여 위치를 옮기면서 반경방향 및 축방향으로의 음압분포를 측정하여 모우드형상을 구하였다.

먼저 기류가 없는 상태에서 스피커를 음원으로 하여 순음을 가해주고 주파수 변화에 따른 음향모우드의 변화를 측정하여 고차모우드의 차단주파수 및 모우드 형상을 측정하였다. 다음은 기류를 가한 상태에서 공동음을 측정하고 그 때의 모우드형상을 측정하였다.

Fig.3 Schematic diagram of the experimental apparatus  
(그림 생략)

IV. 결과 및 고찰

먼저 지름이 120mm에 길이 200mm의 단순 평창관을 사용하여 측정한 결과를 Fig.4에 도시하였다. 주파수가 3425Hz에서는 단면에서 음압은 균일하게 나타나고 있으며 이것은 반경방향의 모우드(mode)가 없는 평면파인 것을 알 수 있다. 주파수가 3450Hz로 될 때 반경방향의 1차 모우드가 미약하게나마 나타나는 것을 알 수 있으며 주파수 3475Hz에서 뚜렷하게 1차 모우드가 나타나는 것을 알 수 있다. 이론적인<sup>15)</sup> 1차 모우드의 차단주파수가 3456Hz이므로 실험결과는 이론과 잘 일치한다고 할 수 있다.

Fig.5는 공극률이 8%인 경우에 1차 및 2차 모우드의 차단주파수를 구하기 위하여 모우드형상을 구한 실험결과를 도시한 것이다. 그림에서 1차 모우드의 차단주파수는 약 2850Hz, 2차 모우드의 차단주파수는 4075Hz인 것을 알 수 있다. Fig.2의 이론값과 비교하면 1차 모우드는 Sullivan의 임피던스모델로 구한 값에 가까운 것을 알 수 있다.

이상의 결과에서 축대칭모우드의 이론해석이 정확한 것을 알 수 있으며 다공관의 경우에 고차모우드의 차단주파수가 단순 원통에 비교하여 현저히 낮아지는 것을 확인할 수 있다.

Fig.6는 공극률 10%인 다공관소음기에서 통과유속의 관중양에서의 속도가 50m/s일 때 발생하는 주파수 3300Hz인 휘파람소리의 반경방향의 음압변화를 측정하여 도시한 것이다. 반경방향의 음향모우드는 1차 모우드인 것을 알 수 있다.

Fig.7은 공극률 4%인 다공관소음기에서 통과유속이 60m/s일 때 나타나는 4000Hz 공동음의 모우드형상을 구한 것을 도시한 것으로서 반경방향으로 2차 모우드를 나타내는 것을 알 수 있다.

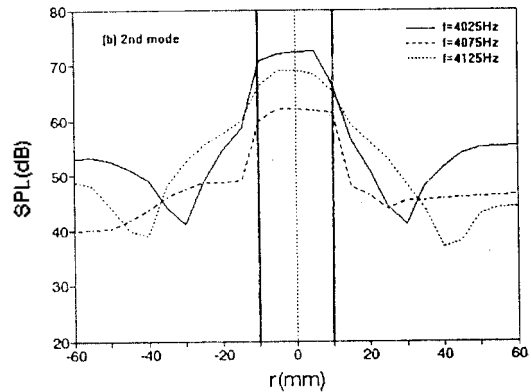
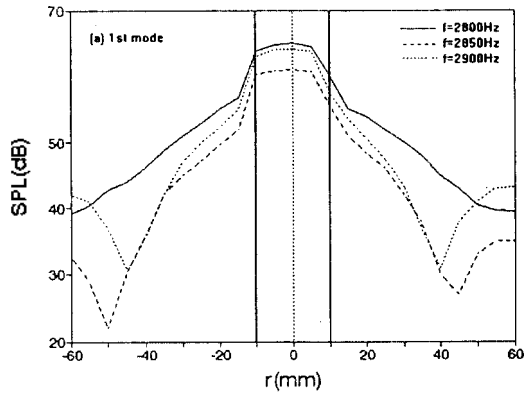


Fig.5 Mode shape of the perforated tube( $\sigma=8\%$ )

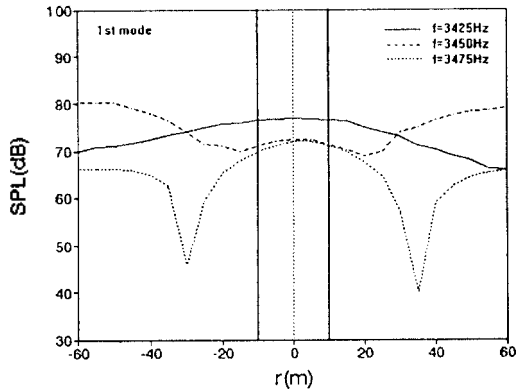


Fig.4 Mode shape of the simple circular tube

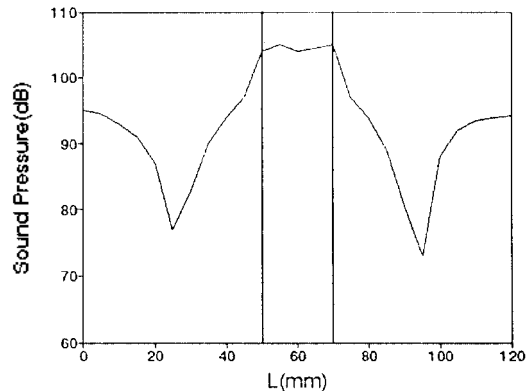


Fig.6 Mode shape of the cavity tone at 3300Hz in the perforated tube( $\sigma=10\%$ ) with through-flow of 50m/s

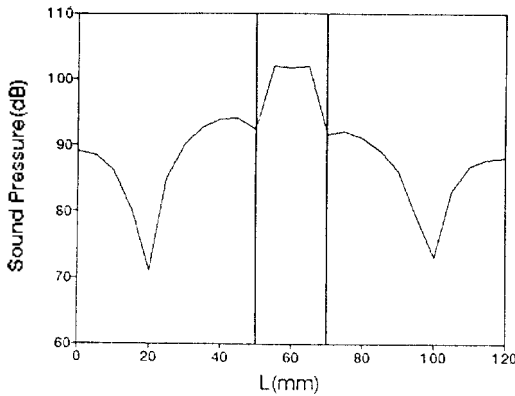


Fig. 7 Mode shape of the cavity tone at 4000Hz in the perforated tube ( $\sigma=4\%$ ) with through-flow of 60m/s

이상과 같이 공극률 2%, 4%, 8%, 10%로 변화시키면서 구한 공동음의 주파수 특성을 도시하면 Fig. 8과 같다<sup>(3)</sup>. 공동음은 반경방향의 축대칭 고차모드의 여기에 의한 것임을 알 수 있으며 계단상의 주파수특성은 단순히 고차모드로의 변화에 불과하며 발생기구의 차이에 의한 것이 아님을 알 수 있다.

Fig. 9는 Fig. 8의 공동음이 발생하는 주파수와 이론으로 구한 차단주파수를 비교한 것이다. 공동음은 반경방향의 고차모드에서 발생하는 것을 알 수 있으므로 공동음의 주파수는 차단주파수 이상이 되어야 한다. Fig. 9에서 Rao의 impedance 모델을 사용하여 계산한 차단주파수는 공동음의 주파수보다 오히려 높으나 Sullivan의 impedance 모델에 의한 값이 공동음의 주파수와 잘 일치하는 것을 볼 때 Sullivan에 의하여 구한 impedance 모델이 더 정확한 것이라고 할 수 있다.

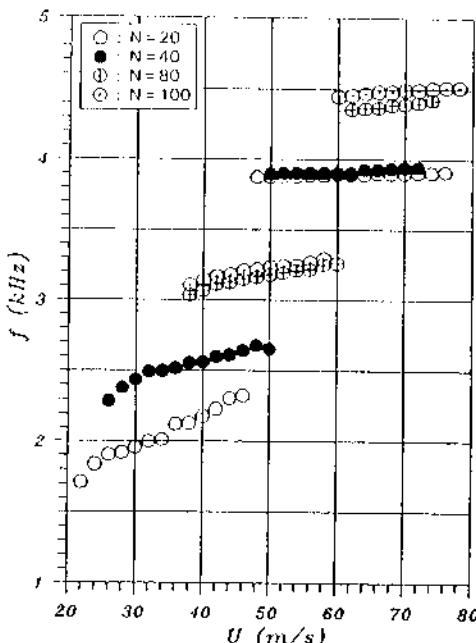


Fig. 8 Effect of the porosity on the cavity tone

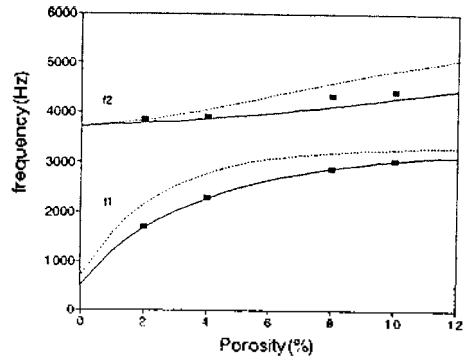


Fig. 9 Comparison of the onset measured frequency of the cavity tone (\*) with calculated cutoff frequency based on the impedance mode of Sullivan et al. (---) and Rao et al. (....)

## V. 결론

- (1) 다공질 소음기는 단순관에 비하여 고차모드로의 차단주파수가 현저히 낮아진다.
- (2) 통과유동에 의하여 발생하는 공동음은 반경방향고차모드의 여기에 의한 것이며 유속에 따른 계단상의 특성을 나타내는 것은 고차모드로의 천이에 의한 것이다.

## 참고문헌

1. A.J.Green and P.N.Smith, "Gas flow noise and pressure loss in heavy vehicle exhaust systems", I.Mech.E., C17/88, pp.47-54, 1988.
2. N.Kojima, Y.Nakamura, and M.Fukuda, "A Study on the correlation between fluctuating velocity in a muffler and air flow noise", JSME Jr., Vol.30, No.265, pp.1113-1120, 1987.
3. 이동훈, "다공질 배기소음기의 성능에 관한 연구", 숭실대학교 박사학위논문, 1993.
4. C.Y.Tsui and G.A.Flandro, "Self-induced sound generation by flow over perforated duct liners", J.Sound and Vib., Vol.50(3), pp.315-331, 1977.
5. M.L.Munjaj, Acoustics of Ducts and Mufflers, John Wiley & Sons, 1987.
6. K.W.Sullivan, "A method of modeling perforated tube muffler components. II : Applications", J.Acons. Soc. Am., 66, pp.779-788, 1979.
7. K.N.Rao and M.L.Munjaj, "Experimental evaluation of impedance of perforates with grazing flow", J.Sound and Vibration 108(2), pp.283-295, 1986.