

## 2 열 원주 그루브 급기 원추형 공기베어링의 해석

김성균\*, 박상신\*, 김우정\*, 한동철\*\*

\* 서울대학교 대학원 기계설계학과

\*\* 서울대학교 기계설계학과

### Analysis of the Conical Air Bearings with two Circumferential Grooves

Sung Gyun Kim\*, Sang Shin Park \*, Woo Jung Kim\*, Dong Chul Han\*\*

\* Department Mech Design & Production Eng., Graduate School of Seoul National Univ.

\*\* Department Mech Design & Production Eng., Seoul National Univ.

#### ABSTARCT

The conical bearing can be used to support the radial and thrust load simultaneously. Two circumferential grooves with discrete hole restrictions are made on the bearing surface in order to increase stiffness. In this paper, the dynamic characteristics of this type of bearings are calculated such as stiffness and damping coefficients. As a results of theoretical analysis, it is verified that there exist the groove depth and distance between two grooves which produce the maximum stiffness at the given bearing dimensions.

#### 1. 서 론

HDTV용 비구면 렌즈, 레이저 프린터용 다면경, 캠코더용 렌즈 등의 고부가가치제품을 만들어내는 초정밀 가공기계의 성능을 좌우하는 핵심 요소로서 주축계를 들 수 있으며, 비교적 소형 경량의 공작물을 가공하는 기계의 주축용 베어링으로는 볼 베어링이나 오일 베어링을 대신하여 공기베어링이 점차 널리 사용되고 있다.

일반적으로 주축으로 사용되는 베어링은 원통형 레이디얼 베어링과 원판형 스러스트 베어링이 결합된 형식이 주류를 이룬다. 이러한 베어링은 가공하기는 쉬우나 스러스트 판과 축의 직각도 가공 오차가 존재하기 때문에 회전시에 이의 영향에 의해 회전 정밀도 유지가 어렵다는 단점을 지니고 있다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 사용되는 베어링에는 원추형 (conical) 베어링과 구면형 (spherical) 베어링이 있다. 원추형 베어링과 구면형 베어링은 가공오차를 베어링과 축의 현합 연마로써 없애줄 수 있으며 베어링이 축방향 하중과 경방향 하중을 동시에 지지하여 줌으로써 기계 전체의 부피를 줄이고 회전 정밀도를 향상시켜 주는 것으로 알려져 있다. 그러나 구면의 베어링 간극

을 정확히 가공하기는 어려운 단점이 있어 축과 베어링을 현합연마하여 가공한 후에 두부품을 중 심선상에서 분리 시킴으로써 요구되는 간극을 얻을 수 있는 원추형 베어링이 많이 쓰이고 있다.

한편 초정밀 가공품의 형상 정밀도 요구수준이 매우 높아짐에 따라 극히 우수한 회전 정밀도의 주축이 요구되고 있으며 따라서 주축 베어링의 고강성화가 필요하게 되었다. 일반적으로 점접기 상태에서는 급기 공기의 원주 방향 이산이 존재하며 이를 억제함으로써 고강성의 베어링을 얻을 수 있다는 것이 알려져 있다. 베어링면에 원주방향 그루브(groove)를 갖는 베어링은 그루브가 스텝 보상 작용(step compensation)을 하기 때문에 베어링 강성을 높게 하고 공기의 소모도 줄이는 효과가 있다.

최근까지 원추형 베어링의 연구는 D. Faddy<sup>[1]</sup>와 Xia Heug Qing<sup>[2]</sup> 등에 의해서 행해졌으나 Faddy 는 그루브를 갖는 동압 공기 베어링에 대한 연구이며 Xia heug Qing 은 포켓을 갖는 오일 베어링에 대한 연구였다. 저자<sup>[3]</sup>들은 그루브없이 단순히 자성형 급기공만을 갖는 원추형 공기베어링에 관한 해석을 시도한 바 있다. 그루브를 갖는

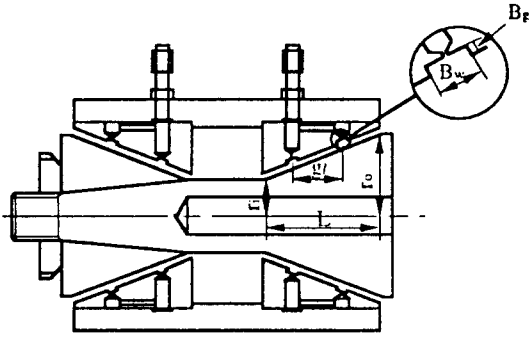


Fig. 1 System Configuration of Conical bearing

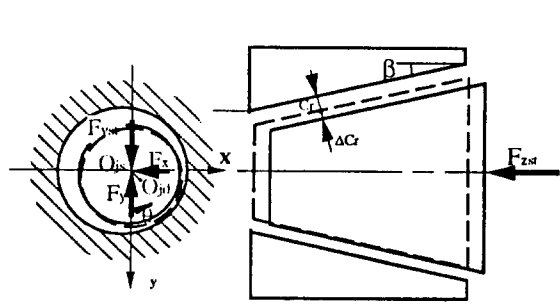


Fig. 2 Schematic diagram of the bearing

베어링에 관해서는 Ono<sup>[4]</sup>의 연구가 있으나 이는 2열 급기 진원형 베어링에 대한 것이었다. 따라서 그루브를 갖는 외부 가압 원추형 공기 베어링을 이론적으로 해석하여 설계 자료를 얻는 것이 필요하게 되었다.

본 연구에서는 2열로 급기되며 원주 방향 그루브를 갖는 원추형 베어링의 특성을 해석하였다. 급기공은 자성형 급기공으로 베어링 면에 일정한 간격으로 놓여져 있다. 이러한 급기공을 갖는 베어링의 해석에서는 각 급기공으로 공급되는 유량 사이의 영향계수를 이용하는 방식<sup>[5]</sup>과 급기에 의한 유동의 영향을 차분화된 지배 방정식에 대입하는 방식<sup>[6]</sup>등이 있으나 본 연구에서는 윤활 틈새 내의 질량 유동의 연속을 이용하여 압력분포를 계산하는 직접 수치 해법 (direct numerical method)<sup>[7]</sup>을 사용하였다. 공기 베어링 문제에 있어 직접 수치 해법은 가장 효율적인 방법으로, 최근에는 극소 공기막을 갖는 윤활 문제에 주로 적용되었다.<sup>[8,9]</sup> 베어링의 동적인 특성, 즉 강성과 감쇠를 얻기 위하여 섭동 레이놀즈 방정식을 풀었고 압축성 유체에 대한 등엔트로피 가정을 통하여 얻어진 섭동 유량을 급기공에서의 경계조건으로 사용하였다. 원추형 베어링에서는 진원형 베어링과는 달리 반경방향과 스러스트 방향 사이에 연성된 항들이 존재하므로 9개의 강성과 감쇠항을 각각 구했다. 이를 바탕으로 베어링의 특성을 설계 단계에서 예측하고자 한다.

## 2. 이론적 해석

Fig. 1 은 원추형 베어링을 사용한 주축계의

그림이다. 그림에서 알 수 있듯이 베어링 면에 압력이 작용하면 반경 방향의 분력과 축방향의 분력이 생겨 축방향 하중과 경방향 하중을 동시에 지지하게 된다.

여기서  $r_i$  는 최소반경이고  $r_o$  은 최대반경을 나타내고  $L$  은 베어링의 길이를 나타낸다. 급기공의 직경은  $2r_s$  이고 베어링의 길이 방향으로 정해진 위치에 놓여져 있는 2 열 급기 형태이다. 또한 그루브는 깊이가  $b_g$ , 폭이  $b_w$  로  $g_i$  의 거리만큼 떨어져 베어링면에 2열로 파여있다.

베어링 내의 압력분포를 구하기 위하여, 공기막 틈새의 미소체적 요소의 관성력, 압력, 마찰력 그리고 외부의 힘장 사이의 힘의 균형에서부터 유도된 Navier-Stokes 방정식으로 부터 압축성 유체에 관한 레이놀즈 방정식을 유도하여 무차원화 하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( PH^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right) = \Lambda(\zeta) \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + 2\Lambda_c \frac{\partial}{\partial \tau} (PH) \quad (1)$$

여기에 사용된 무차원 변수들은 다음과 같다.

$$\theta = x/r_o, \quad \zeta = z/r_o, \quad H = h/C, \quad P = p/p_o, \quad \tau = \omega t$$

$$\Lambda(\zeta) = \frac{6\mu\omega r(\zeta)r_o}{p_o C^2}, \quad \Lambda_c = \frac{6\mu\omega r_o^2}{p_o C^2} \quad (2)$$

Fig. 2 는 동특성 해석을 위한 좌표계를 나타내는 그림이다. 축의 중심이 윤활막의 동적작용에 의해 정적위치  $O_\mu$  에서  $O_p$  로 바뀐다면 정적힘과 동적힘에 의한 전체 공기막에 의한 반력은 다음과 같다.

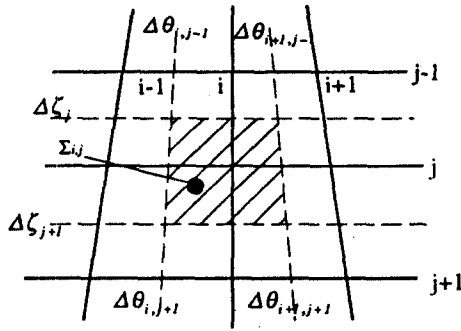


Fig. 3 Mesh for analysis

$$\begin{aligned}\bar{F}_x &= 0 + \Delta \bar{F}_x(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \\ \bar{F}_y &= \bar{F}_{ym} + \Delta \bar{F}_y(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \\ \bar{F}_z &= \bar{F}_{zm} + \Delta \bar{F}_z(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})\end{aligned}\quad (3)$$

여기서  $x = \Delta \varepsilon \sin \Delta \theta$ ,  $y = \Delta \varepsilon \cos \Delta \theta$ ,  $z = \Delta \varepsilon$ , 이며 미분항  $\cdot$  는  $\frac{\partial}{\partial \tau}$  를 나타낸다.  $\Delta \bar{F}$  를 테일러 급수로 변환시켜 1차항 까지 취하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Delta \bar{F}_k &= \left( \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial x} \right)_n \cdot \dot{x} + \left( \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial y} \right)_n \cdot \dot{y} + \left( \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial z} \right)_n \cdot \dot{z} \\ &+ \left( \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial \dot{x}} \right)_n \cdot \dot{\dot{x}} + \left( \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial \dot{y}} \right)_n \cdot \dot{\dot{y}} + \left( \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial \dot{z}} \right)_n \cdot \dot{\dot{z}} \\ &= K_k \dot{x} + C_k \dot{y} + L_k \dot{z}, \quad k = x, y, z\end{aligned}\quad (4)$$

$K_k$  와  $C_k$  는 각각 윤활막의 선형화된 강성계수와 감쇠계수를 나타낸다. 이 강성계수와 감쇠계수를 구하기 위해 틈새함수  $H$  와 압력함수  $P$  를 다음의 변수를 이용하여 섭동시킨다.

$$\begin{aligned}H &= H_0 + H_1 x + H_2 y + H_3 z \\ P &= P_0 + P_1 x + P_2 y + P_3 z\end{aligned}\quad (5)$$

여기서  $H_0 = 1 - \cos(\theta - \phi) \cdot \cos \beta$ ,  $H_x = -\cos \beta \cos \theta$ ,  $H_y = -\cos \beta \sin \theta$ ,  $H_z = -\sin \beta$  이고 무차원 시간 미분에 관련된 압력항을 조화 함수로 가정하여 복소수 형태로  $P_1 = P_1^i + iP_1^r$ ,  $P_2 = P_2^i + iP_2^r$ ,  $P_3 = P_3^i + iP_3^r$  로 계산한다. 이 식 (5) 를 식 (1) 에 대입하면 0 차와 1 차의 교란 매개변수에 대한 4 개의 방정식을 얻게되고, 이를 벡터형으로 나타

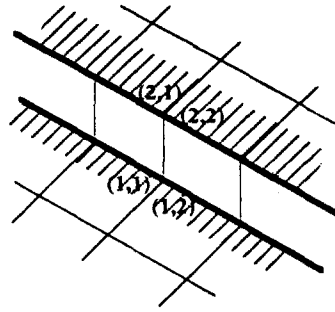


Fig. 4 Film thickness at one node

내면 다음과 같다.

$$\nabla \cdot (P_0 H_0^3 \nabla P_0 - \Delta(\zeta) P_0 H_0) = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (3P_0 H_0^2 H_k \nabla P_0 + P_0 H_0^3 \nabla P_0 + P_0 H_0^3 \nabla P_k \\ - \Delta(\zeta)(P_0 H_k + P_k H_0)) = i2\Lambda_c (P_0 H_k + P_k H_0)\end{aligned}\quad (7)$$

$k=1, 2, 3$

여기서  $\nabla = \frac{\partial}{\partial \theta} i + \frac{\partial}{\partial \zeta} k$ ,  $\Delta(\zeta) = \Lambda(\zeta) i$  이다.

식 (6) 과 (7) 을 Fig. 3 과 같은 공기 윤활이 이루어지는 검사체적에 대해 적분하고, 이식을 Gauss' divergence 정리를 사용하여 전개한후 중앙차분식에 따라 각 절점과 그 주변의 8 개의 절점을 이용한 대수방정식으로 만들어서 반복계산에 의해 각 방정식의 절점에서의 해를 구하였다.

자성형 급기공을 통과하는 질량유량은 압축성 유체의 동엔트로피 가정을 사용하여 구하였고, 이식을 무차원 한후, 지배방정식과 마찬가지로 섭동 유량방정식을 구하였다.

$$Q_s = Q_0 + Q_x x + Q_y y + Q_z z \quad (8)$$

그루부 경계선에서의 급격한 틈새변화를 다루기 위해서 Fig. 4 과 같이 한 절점에서 4 개의 불연속적인 값을 갖는 틈새함수를 사용하였다. 이는 검사표면 경계에서의 윤활 틈새는 평균계단 틈새함수<sup>[10]</sup> 라는 가정을 적용한 것이다.

위에서 설명한 지배방정식을 풀기 위해서는 다음과 같은 경계조건이 사용된다.

1) 베어링 양단의 대기압조건

$$P_0 = 1$$

$$P_k = 0$$

2) 원주방향의 주기성

$$P_o(\theta) = P_o(2\pi + \theta)$$

$$P_k(\theta) = P_k(2\pi + \theta)$$

베어링의 강성 및 감쇠계수는 섭동된 압력  $P_k$  를 각각 변위에 따라  $x, y, z$  성분을 적분하여 구하였다. 이를 무차원 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$K_k = \frac{k_k C}{\rho_a (r_i + r_o) L}, \quad j = x, y, \quad k = x, y, z$$

$$= \frac{k_k C}{\rho_a \pi (r_o^2 - r_i^2)}, \quad k = x, y, z \quad (9)$$

$$D_k = \frac{d_k \omega C}{\rho_a (r_i + r_o) L}, \quad j = x, y, \quad k = x, y, z$$

$$= \frac{d_k \omega C}{\rho_a \pi (r_o^2 - r_i^2)}, \quad k = x, y, z \quad (10)$$

### 3. 해석결과 및 고찰

본 연구에서는 반경비  $r_i/r_o = 0.46$ , 베어링 길이비  $L/r_o = 1.14$ , 급기공은 원주를 따라 이열로 그루브의 중앙에 위치하도록 하였다. 지배방정식의 비선형성은 반복계산을 통해 없애는 단순반복법을 사용하였으며, 지배방정식의 차별화는 원주방향으로 등간격 36 개, 축방향으로는 그루브의 경계가 절점으로 포함되도록 부등간격으로 24 개씩 분할하였다. 급기구는 원주방향으로 4 개로 하였다.

Fig. 5 는 압축성계수  $\lambda$  가 1 인 경우에 그루브 깊이의 비  $b_g/C$  가 강성계수에 미치는 영향을 나타낸다. 원추형 공기베어링에서는  $x, y, z$  중 어느 한방향의 움직임이 세방향 모두에 영향을 미치기 때문에 강성 및 감쇠계수는 항상 9 개의 성분을 가지게 된다. 그러나 해석결과에서 알 수 있듯이 연성 강성계수  $K_{xy}, K_{yz}, K_{zx}, K_{yx}, K_{zy}, K_{xz}$  는 주 강성계수  $K_{xx}, K_{yy}, K_{zz}$  에 비하여 절대값이 작다. 또한 여기서 알 수 있는 것은 어느 주어진 베어링 형상에 대하여 강성이 최대값을 가지게 되는 그루브의 깊이가 존재한다는 것이다. 본 연구에서 사용된 베어링의 경우 최대강성을 나타내는 그루브의 깊이비는  $b_g/C = 2.0$  이다. 최대 강성값은

그루브가 없는 경우에 비해 약 1.8 배 정도로 증가한다.

Fig. 6 은 Fig. 5 와 같은 조건하에서 그루브 깊이가 감쇠계수에 미치는 영향을 나타낸다. 그루브의 깊이가 증가할수록 감쇠계수는 감소하는 경향을 나타낸다.

Fig. 7 과 Fig. 8 은 그루브 폭  $B_w$  을 2, 3, 4, 5mm 로 변화시켜 가면서 2 열의 그루브 사이의 거리가 베어링의 강성 및 감쇠계수에 미치는 영향을 계산한 결과이다. 그루브 폭이 커짐에 따라 베어링의 강성 및 감쇠계수 모두가 감소한다. 따라서 그루브의 폭이 넓으면 그루브와 베어링면에서 일어나는 보상작용이 줄어들음을 알 수 있다. 그루브 사이의 거리와 베어링 길이비  $g_i/L$  에 대해서는 0.8 근처에서 최대의 강성을 나타낸다. 그러나 감쇠계수의 경우 이 근처에서 최소값을 갖게 된다. 따라서 강성을 다소 손해를 보더라도 그루브 사이의 거리를 조금 줄이는 설계가 바람직하다.

Fig. 9 와 Fig. 10 은 축의 편심률에 따른 베어링의 강성 및 감쇠계수를 나타낸다. 강성계수는 편심률의 영향을 그다지 받지 않으나, 감쇠계수의 경우 편심률이 커지면 전체적으로 증가하는 경향을 나타낸다.

### 4. 결 론

2열 원주 그루브 급기 원추형 공기베어링의 이론적 해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 2열 원주 그루브를 베어링면에 첨가시킴으로써 베어링의 강성계수를 증가시킬 수 있으며 이때 최대의 강성을 나타내는 그루브의 깊이비가 존재한다. 하지만 감쇠계수는 반대로 그루브를 첨가함으로써 줄어들게 된다.

2) 그루브 폭은 넓지 않도록 설계하는 것이 바람직하다.

3) 강성계수를 최대로 하는 그루브 사이의 거리와 베어링의 길이비가 존재하며 이는  $g_i/L = 0.8$  정도이다. 그러나 감쇠의 경우는 이러한 설계시 최소값을 갖게 된다. 따라서 강성을 다소 손해보더라도 감쇠를 유지하도록 설계하는 것이 바람직하다.

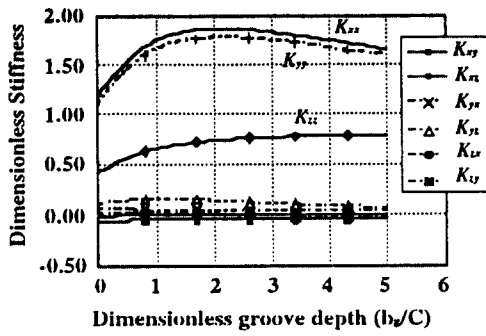


Fig.5 The influence of groove depth on the stiffness

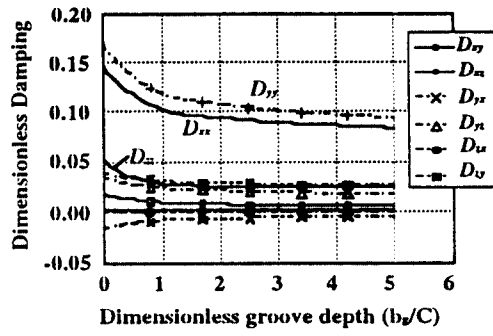


Fig.6 The influence of groove depth on the damping

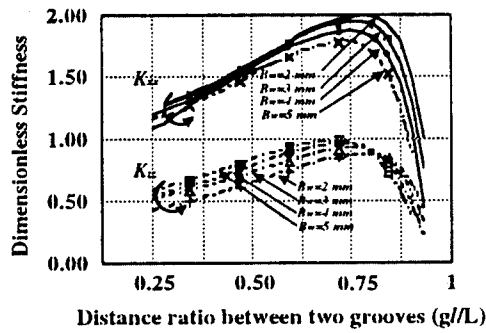


Fig.7 The influence of distance between two grooves on the stiffness

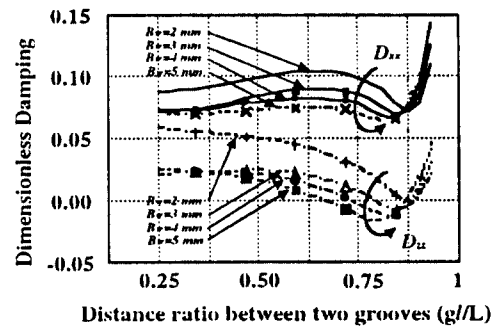


Fig.8 The influence of distance between two grooves on the damping

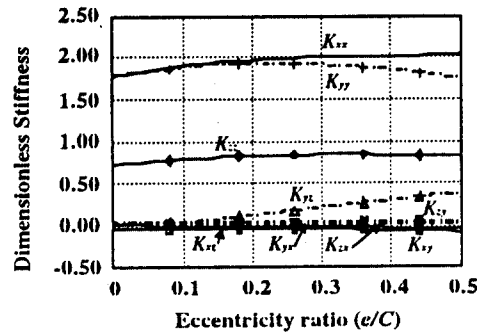


Fig.9 The influence of eccentricity ratio on the stiffness

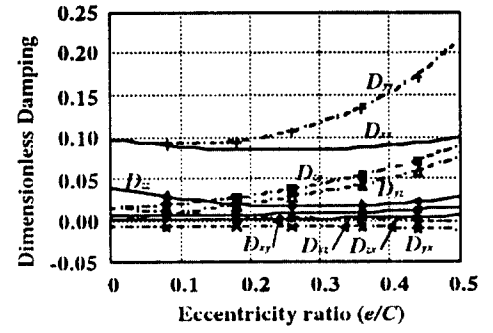


Fig.10 The influence of eccentricity ratio on the damping

## 참고 문헌

- [1] D.Faddy, " The Effect of Flow on the Journal and Thrust Performance of Statically Loaded Opposed Conical Bearings ", Proc., Gas Bearing Symposium, Univ. of Southampton, Paper 32, April, 1969.
- [2] Xia Heug Qing, Hua Shao Jie, Fang Xiao Li, Yu Yan Ping, " The Analysis of Static and Dynamic Characteristics in a Hybrid Conical Sliding Bearing with Shallow Pocket ", Proc. of the International Conference on Hydrodynamic Bearing-Rotor System Dynamics, September, 1990.
- [3] 박상신, 김우정, 한동철, " 외부가압 원추형 공기베어링의 동특성에 관한 연구 ", 한국윤활학회지, 제 8 권, 제 1 호, 1992.
- [4] K.Ono, JSME Int.Journal, Vol.27, No.223, 1984-1, pp.95.
- [5] Majumdar, B.C., " On the General Solution of Externally Pressurized Gas Journal Bearings ", J.Lub.Tech., Trans. ASME, Vol.94, No.4, 1972, pp.291-296.
- [6] Elrod, H.G. and Glanfield, G.A., " Computer Procedure for the Design of Flexibly Mounted Externally Pressurized Gas Lubricated Bearings ", Proc. 5th Gas Bearing Symposium, Univ. of Southampton, Paper 22, 1971.
- [7] Castelli, V. and Pirvics, J., " Review of Numerical Methods in Gas Bearing Film Analysis ", J.Lub.Tech., Trans. ASME, Vol.90, NO.4, 1968, pp.777-792.
- [8] Kawabata, N., " Numerical Analysis of Reynolds Equation for Gas Lubrication in High  $\Lambda$  Region ", JSME Int.Journal, Vol.30, No.263, 1987, pp.836-842.
- [9] 황 평, 박 상신, 장 인배, 한 동철, " 극소 공기막을 갖는 공기 베어링의 직접 수치해법을 이용한 정적 해석 ", 대한기계학회 춘계학술대회, 1989.
- [10] Reizo, Kaneko, " Discretization Method for Numerical Solution on Hydrodynamic Lubrication ", 潤滑, Vol.29, No.9, 1984, PP.633-638.

## 후 기

본 연구는 1992 년도 대우중공업의 산학협동연구비에 의해 수행된 일부로 대우중공업 관계자 여러분께 감사드립니다.

## NOMENCLATURE

- $b_s$  : Groove depth  
 $b_w$  : Groove width  
 $C$  : Clearance  
 $D_s$  : Dimensionless damping coefficient  
 $e$  : Eccentricity  
 $F_x$  : Resultant of pressure in x direction  
 $F_y$  : Resultant of pressure in y direction  
 $F_z$  : Resultant of pressure in z direction  
 $g_i$  : Distance between grooves  
 $H$  : Dimensionless film thickness function  
 $K_s$  : Dimensionless stiffness coefficient  
 $L$  : Bearing length  
 $p$  : Film pressure  
 $P$  : Dimensionless film pressure  
 $p_a$  : Ambient pressure  
 $P_s$  : Dimensionless supplied pressure  
 $Q_s$  : Dimensionless mass flow supplied through feeding hole  
 $Q_x$  : Dimensionless mass flow supplied through feeding hole in x direction  
 $Q_y$  : Dimensionless mass flow supplied through feeding hole in y direction  
 $Q_z$  : Dimensionless mass flow supplied through feeding hole in z direction  
 $r_i$  : Minimum radius of bearing  
 $r_o$  : Maximum radius of bearing  
 $r_f$  : Radius of feeding hole  
 $\beta$  : Cone angle  
 $\Delta e_r$  : Dimensionless radial eccentricity ratio  
 $\Delta e_t$  : Dimensionless thrust eccentricity ratio  
 $\Lambda(\zeta)$  : Local compressibility number  
 $\Lambda_s$  : Compressibility number at maximum radius  
 $\mu$  : Viscosity  
 $\omega$  : Angular velocity of journal