

자동차의 구조 전달 소음 해석에 사용되는 현존 기법의 통합 관련 일반 개념 및 이론

• 이 삼 열* • 이 세 재**

General Concepts and Theories for the development and Integration
of an advanced Unified Approach to Structure borne Noise Analysis

A B S T R A C T

With increasing technology, requirement to car noise and related dynamics are getting competitive keypoint. Unfortunately, vibro - acoustic behavior of a car is nowadays only possible after development of prototypes. But, obviously, in the Area of Research, many of Industrials, Universities and research centers try to codevelop the design tools to predict the vibro-acoustic behaviors. At this stage, It is more realistic to represent the existing technologies in order for the engineer to get their own know-how to design and to Integrate exisiting techniques, to setup their test facility, and to develope some tools with which they can successfully predict noise levels of car in the design phase. Moreover, most of the theories which will be represented in this paper can be used in the design phase. At any way, finding the cause of trouble shooting is more urgent than the design of a car to the test engineer. In this paper, transfer path analysis, noise source identification, and the key test method of modal analysis is introduced. Later, If I get the opportunity to present in KSNVE, the approach method of finding characteristics of joint and welding part will be introduced. Most parts of this paper was quoted from the papers of LMS.

1. 머리말

기술 수준의 눈부신 향상과 더불어, 날로 치열해지고 있는 국제 기술 경쟁력 우위를 점하기 위해서는 차량의 안락도 및 동적 해석 관련 기술은 필수적으로 정복해야 할 기술로 대두되었다.

차량의 실내 소음은 매우 많은 독립적 인자로 구성되어 있으므로 소음 감소 해석 기술의 도구화는 매우 어려운 실정이며, 이러한 복합적 인자로부터 기인되는 진동/소음 특성 해석을 위한 현실적 접근방법은 원형 개발 후에 이루어진다.

그러나, 연구 분야에서는 차량의 실내 소음을 저렴한 비용으로 신속하게 예측하기 위해 신학연 험동 연구과제로 예측기법 연구가 진행되고 있으며, 또한 설계 단계에서 사용 가능한 실내 소음 예측 기법은 국부적 일지라도 성공적으로 개발되어 있다.

이들 기법의 대표적 사례로는 경계 요소법(BEM)이다. 저주파 영역에서, 차의 몸체는 애진, 중력선 그리고 타이어의 현가계를 통해 전달되는 힘에 의해 기진된다. (이외에도 공기 역학적인 기진력 등은 있음). 이러한 기진에 의한 차 몸체의 진동은 객실내의 음파와 상호 작용을 하여 차 내부의 소음을 발생시킨다. 그러므로 내부 소음의 예측은 몸체에 전달되는 기진력, 차 몸체의 동적 거동, 차 내부 공통의 음향 특성 묘사 및 실내 표면 소재에 대한 정확한 모델링이 요구된다.

여기서 동적 거동의 모델링은 초기 설계 단계에서는 유한 요소법(FEM)에 의해, 초기 원형 설계 단계

에서는 실험 모드 해석기법(EMA)에 의해 구현된다. 음향 특성 묘사를 위해서는 실내의 방사 표면에 대한 정보와 경계 요소법(BEM)을 사용하고 있다. 이 두기법의 결합인 진동 / 소음의 모델링은, 고유 진동 모드나 구조물의 임피던스 행렬을 사용하여, Flexible 구조를 에워싼 물체에 연성시키므로써 성취된다. 이를 기법을 좀더 효율적이고 광범위하게 사용하기 위해서는, 승용차에서 사용되는 음향 재질의 특성에 대한 좀더 정확한 묘사 및 FEM, EMA, BEM과 Substructuring 및 현존하는 기법에 대한 좀더 전략적이며 모듈러한 접근 방식이 요구되며, 이를 기법의 개발은 차세대 자동차의 개발을 위한 필수적 단계라 사료된다.

현시점에서는, 엔지니어가 설계를 위한 Know-how의 습득과 자신의 실험시설의 설치 및 현존 기법의 통합을 더욱 수월하게 하기 위해, 현존 기법을 소개하는 것이 더욱 현실적 방법으로 사료된다.

또한 본문에 소개되는 대부분의 이론은 설계 단계에서 유용하게 사용될 수 있을 것이다. 아울든, 시험 엔지니어에게는 결합진단의 원인을 밝히는 기법은 차량 설계기법보다 더욱 긴박한 요구사항이다.

본 논문에서는 결합 진단의 원인 규명을 위해 사용되는 전달 경로 해석법, 소음원 규명법, 모드 해석을 위한 주 시험기법(Stepped Sine, Normal mode)들이 소개 되어 있다.

특히, 본 논문은 LMS사가 참여하고 있는 국제연구 계획 "DIANA"에서 수행되고 있는 기법을 중심으로 하

* 서진고역
** 서진고역

여 작성되었다.

DIANA 연구 계획의 목적은

- 1> 구조 소음 해석에 사용되는 기법들의 신뢰도와 정장, 단점 탐구 후 결합 진단 과정의 도구화
- 2> 소음 연구에 소요되는 시간을 단축하기 위한 새로운 기법의 개발에 있다.

참고로 DIANA 연구 계획에 참여하고 있는 각 산학연의 역할 분담은 다음과 같다.

LMS사의 역할 : ① 계획 총괄책임.

- ② 새로운 기법 개발.

- Indirect force identification
- High quality acoustic transfer function measurement by means of reciprocal excitation.
- A time domain principal component analysis method for application with transient signal(engine run-up)

Keller(France) : the analysis of the techniques on test models.

CRF-FIAT(Italy): fine tuning based on car measurement.

The Technical University of Bielefeld(Germany) and MIRA(UK): testing method for mount dynamic complex stiffness.

Matra Automobiles(France) : Project sponsors and provide suitable test vehicles.

자동차의 실내 소음은 일반적으로 공기 전달음과 구조 전달음으로 분류된다. 동력 전달계와 차륜에서 기인된 공기 전달음은 방음 시설시의 누수 현상이나 틈새와 밀접하게 관련되어 있는 반면, 구조전달소음은 차동차의 동력학적 구조에 의해 지배된다. 이 두 분야는 매우 독립적으로 연구된다. 모든 기법과 접근 방식에 대한 전반적 관찰은 매우 많은 자료를 요구하므로, 본 논문은 구조 전파 소음 해석 시 사용되는 기법에 한정하겠으며, 또한 승용차의 내부 소음을 감소를 목적으로 한 소음 및 진동 해석의 통합 기법에 초점을 맞춘다.

구조물의 구조 소음 문제는 동학 중을 받을 때의 진동/소음 또는 음력 응답으로 제시되며, 이들 문제의 완전한 해결을 위해서는

- 운항 중의 동적 입력 하중에 대한 특성
- 시스템의 동특성 및
- 응답 특성에 대한 해석이 필수적으로 수행되어야 한다.

운항 중 입력되는 동적 하중은 주로 엔진-동력 전달 장치- 배기계(이하 동력 전달계)와 바퀴로부터 기인한다. 시스템의 동특성으로는 승용차의 몸체와 내부 공동에 대한 질량, 강성 및 감쇠 특성을 들 수 있으며, 응답 특성으로는 운전자와 승객이 감지하는 개별의 소음 수준이다.

운항 중 입력되는 동적 하중 특성을 살펴보기 위한 기법으로서는 크게 전달 경로 해석법과 주요 성분 해석법이 있다.

각 차륜 연결부를 통해 몸체로 전달되는 동적 하중 신호는 서로 비연성되어 있으므로 부분 기여도 합수(Partial coherence)나 주요 성분 해석(Principal Component Analysis)과 같은 통계적 기법에 의해 처리되는 반면, 동력 전달계로부터 마운트를 통해 몸체에 전달되는 동적 하중은 서로 연성되어 있으므로 전달 경로 해석법에 의해 해석된다.

시스템의 동특성을 규명하기 위한 방법으로는 해석적 또는 실험적 방법에 의해 수행될 수 있다. 실험적 접근 방식은 원형이 요구되는 단점이 있으나, 장점으로서는 경계 조건, 환경 조건, 선형성에 대한 편차 등을 정확하게 재현 시켜 정확한 자료를 얻을 수 있다. 반면, 해석적 접근 방식은 모델링 시 여러 가지의 가능성을 취한다. 연결 부위와 요소의 상호 작용에 대한 정확한 해석적 모델 선정은

매우 어려우나, 설계 변경 효과의 산정 시 매우 정확한 결과를 산출 할 수 있다. 두 가지의 접근 방법은 실제 상호 보완적이며, 실험 측정은 결합원인 규명과 원형의 검증을 위해 필수적인 반면, 실험과 연관성 해석 단계를 통하여 새로운 개선된 FEA 모델은 설계 변경 효과를 산정하는데 요구되며, 특히 결합 부위의 특성 규명을 위해서는 이들의 연관성 해석은 필수적인 단계이다.

본고에서는 운항 중 입력되는 동학 중 특성 규명을 위한 주요 성분 해석법(Principal Component Analysis)과 전달 경로 해석법 및 승용차의 실험 모드 해석을 위해 사용되는 다점 가진법(Stepped Sine, Normal mode test)에 대해 논하고자 한다.

2. 현황 기술에 대한 이론 및 개념

2.1 전달 경로 해석(Transfer path Analysis)

전달 경로 해석의 목적은 자동차 실내의 총 음 압을 국부 음 압으로 분리하는 것이며, 각각의 국부 음 압은 진동원과 차체를 연결하는 연결통로(예를 들면 엔진 마운트, 현가 장치, 충격 완충 장치, 배기관 행거, etc)의 기여도와 관련된다.

전달 경로 해석 과정은 엔진 run up 시 모든 마운트 상에서 진동 또는 가진력의 측정과, 각 마운트 위의 진동신호와 실내부 소음 사이의 주파수 전달 합수 측정으로 구성된다.

실내 총 음 압은, 구동계와 차실내부 사이의 특정 경로를 통해 기인되는 국부 음 압의 합산으로 표시될 수 있으며, 국부 음 압은 각 연결 통로 상의 입력(force)과 해당 음향 전달 합수의 곱으로서 표시된다.

$$P = \sum P_i$$

$$= \sum (P_i / F_i) \cdot F_i = \sum FRF_{ac} \cdot F_i \quad (1)$$

여기서 FRF_{ac} : 음향 전달 합수.

(1)의 식을 좀 더 상세히 표시하면 (2)식으로 표현된다.

$$P_{kj} = H_{kj}^a F_i \quad (2)$$

여기서 k : 차실내 k 위치

j : 연결통로상의 차체 부위 j 위치

H_{kj}^a : 가진 위치 j 와 응답 위치(차 실내) k 사이의 몸체의 음향 전달 합수

계의 선형성을 가정하면, 차실내 총 음 압은 모든 전달 경로의 기여도의 선형 결합으로 표시된다.

$$P_k = \sum P_{kj} = \sum H_{kj}^a F_j \quad (3)$$

여기서 P_k 는 복소수이며, 복소수 가감 계산에 의해 계산된다.

상기 (3)의 수식에서 음향 전달 합수 H_{kj}^a 는 실험실에서 측정되며, 가진력(F_j)은 운항 중 엔진 run up 시 측정된다. 전달 경로 해석법은 상기 (1)식에서 살펴 수 있는 바와 같이 음향 전달 합수의 측정과 운항 중 가진력 기법으로 분리된다.

2.1.1 음향 전달 합수의 측정

음향 전달 합수(H_{kj}^a)의 측정은, 단순히 j 위치의 가진 신호(임팩트 힘 or 가진기를 사용)와 k 위치의 응답신호(마이크로폰을 사용) 사이의 주파수 전달 합수를 측정하면 된다.

그러나 이러한 단순성에도 불구하고 측정 시 경계 조건에 대한 상당한 주의를 요한다. 이론적으로는, 전달 합수의 측정 시에는 승용차 몸체로부터 가진력을 유발시키는 부위 (powertrain - wheel -

suspension - subframe) 가 제거 되어야 하며, 이들이 부착되어 있을 경우에는 연결 부위에 부가되는 추가 coupling 효과에 의해 측정되는 FRF에 에러가 발생한다.

그러나, 동력 전달계는 매우 낮은 주파수 영역에서 동적 uncouple 되기 때문에, 음향 주파수 구간에는 영향을 거의 미치지 않는다고 논쟁할 수도 있다. 다른 한편으로는, 동력 전달계의 요소가 제거될 경우, 몸체의 특정 부위에 부가되는 정하중 (preload) 이 변하게 되므로써 에러를 발생시킨다.

일반적으로 실제 측정시에는 측정시 소요되는 시간을 줄이기 위해 동력 전달계의 각 요소를 몸체에 부착한 상태에서 측정하며, 각 연결 부위에서 3축 방향에 대한 음향 전달 함수를 측정된다.

"DIANA" 계획에서는 음향 전달 함수의 신뢰도와 측정시 소요되는 시간과 노력에 대한 관점에서 각기 다른 경계 조건의 영향을 평가하고 있다.

음향 전달 함수를 측정하기 위한 또 다른 접근법은 상반정리에 기초를 두고 있다.

상반정리란 연결 부위의 단위 가진력을 대한 응답 음압은 실내의 마이크로폰 설치 위치에서의 단위 체적 속도에 대한 속도 응답과 같다는 것이다.

이의 측정은 매우 양질의 음향 속도 source를 요구한다. 특수하게 고안된 양질의 소음원 (acoustic source)이 "DIANA"에서 개발되고 있으며, 상반정리의 유용성이 매우 자세하게 탐구되고 있다.

2.1.2 운항 중 가진력의 측정

운항중에 가진력을 직접 측정하는 것은 거의 불가능하며, 가속도 측정치로부터 유도된다. 가속도 측정치로부터의 가진력을 측정하는 방법으로서는

- a) 마운트 양쪽면에서의 가속도 측정과 마운트의 복소 탄성 계수로 부터 가진력을 산출하는 법

$$F = K^* (\ddot{X}_1 - \ddot{X}_2) / (j\omega)^2 \quad (4)$$

F : 몸체에 가해지는 가진력

K^* : 마운트의 복소 탄성 계수

X_1, X_2 : 마운트의 양쪽 면에서 측정된 가속도

- b) 마운트의 복소 탄성 계수가 미지인 경우, 마운트의 몸체쪽에서 측정된 가속도와 차체의 진동 전달 함수를 사용하여 가진력을 간접적으로 산정하는 법이 있다.

2.1.2.1 마운트 복소 탄성 계수 측정시 주의점

(4)의 수식에서 마운트의 복소 탄성 계수 측정시 주의 사항으로는 온도 효과, Preload, cross axis interaction 등의 경계 조건에 세심한 주의를 기울여야 하며, 때때로 회전 자유도를 무시할 때에 생기는 에러등이 있다.

2.1.2.2 진동 전달 함수를 사용한 가진력 계산법

진동 전달 함수를 사용한 가진력 계산법의 첫단계는 측정된 진동 신호로부터 가진력을 구하는 것이며, 이들의 관계는 다음 식과 같다.

$$x_{ij} = H_{ij}^y F_j \quad (5)$$

여기서 x_{ij} : j에서의 가진력에 의한 i위치의 진동 신호

H_{ij}^y : 가진력과 출력 i 사이 차체의 진동 전달 함수

계의 선형성을 가정하면, 모든 기진 입력에 의해 야기되는 일정 위치에서의 전체 진동은 선형 결합에 의해 다음과 같이 표시된다.

$$x_i = \sum_{j=1}^n H_{ij}^y F_j \quad (6)$$

여기서 $i, j = 1 \dots n$

= 3 x 일정 위치 수 (3축 센서 사용)

상기 수식을 행렬로 표시하면 $\{x\} = [H^y][F]$ 와 같다.

음향 전달함수와 마찬가지로 진동 전달함수는 자체만의 특성으로서 일정적인 가진력을 가해 주파수 전달 함수를 측정 하므로써 결정된다. 이론적으로 가진력 F_j 는 $[H^y]$ 의 역변환에 의해 결정된다.

$$\{F\} = [H^y]^{-1}\{x\} \quad (7)$$

전달경로는 다음 수식으로 표시 될 수 있다.

$$\{P\} = [H^a][H^y]^{-1}\{x\} \quad (8)$$

실제적 적용사례에서는, 상기 행렬 $[H^y]$ 의 역변환은 수치 잡음으로 되기 쉽다.

그러므로 역변환 시 먼저 적절한 엔지니어의 판단하에 상기 행렬이 세밀하게 조사되어야 하며 중요성이 덜한 항은 삭제시킨다. 결과적으로 중요하지 않은 항은 삭제된다. 삭제 후에도 행렬의 역변환은 심각한 문제를 야기시킬 경우 대각 요소에 비해 크기가 작은 비대각 항을 모두 삭제하면, 상기 역변환은 다음 식으로 표현된다.

$$\{F\} = [1/H_{ii}^y]\{x\} \quad (9)$$

$$\{P\} = [H^a][1/H_{ii}^y]\{x\} \quad (10)$$

$$= [H_{P/X}]\{x\}$$

여기서 $H_{P/X}$ 는 마운트 차체쪽 위치의 진동신호와 차내부 음압신호 사이의 전달함수.

상기 공식은 이론적으로 정확하지 않으나, 완전한 Flexibility 행렬에서 비대각 항이 삭제될 수 있을 경우에 사용 될 수 있다. 현실적으로 같은 점에서 한쪽 방향의 가진력을 대한 전달 함수와 다른 방향의 응답에 대한 전달 함수는 거의 같은 차원을 갖으므로, 실제적 문제에 상기 수식의 적용은 매우 어려우나, LMS에서 수행한 사례 연구를 통해 현실적 방법으로 검증 되었다.

전달 경로 해석법을 위해서는 아래사항이 요구된다.

- 전달함수 ($H^a, H^y, H_{P/X}$)의 측정 (반무향설에서)
- 마운트 위치에서의 응답측정(이측정은 샤시 대이나 모터상에서 run-up시 수행됨)

해석시 주의사항 (Critical Element)은 다음과 같다.

- 특히 위상과 관련된 운행중 측정된 신호의 재현성
- 복소 동탄성 계수의 정확성
- 정적 Preload 와 온도에 관련된 동탄성 계수의 변화
- 행렬의 역변환과 관련된 안정성(Stability)
- 엔진에 의한 몸체 하중 영향과 동적 Coupling에 대한 전달함수의 존성
- 정확한 측정 위치와 온도 변화 효과에 대한 전달함수의 존성

2.2 주요 성분 해석 (Principal Component Analysis)

자동차의 소음감소를 위한 설계 기법의 주요 단계는 차의 실내 소음에 기여하는 각 소음원의 기여

도를 규명하는 작업이며, 이의 해석을 위해서는 다중 입출력 문제를 처리해야만 된다. 다중 입출력 문제의 고전적인 접근 방법은 장시간의 실험과 신호 사이의 비연성화 기법(decoupling method)의 적용, 그리고 실제 구동상황에 대한 가정을 내포하고 있다. 이러한 고전적 기법의 제약점으로 인하여, 차의 경상적 기능과 조립된 상태에서 제약 받지 않는 새로운 규명 기법에 대한 요구가 있었다.

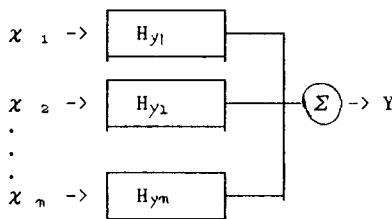
현재 소음원 규명을 위해 사용되고 있는 Partial과 multiple coherence 기법은 매우 강하게 연성되어 있는 신호에 적용시, 수치 해석과 광대한 데이터의 해독시 어려움을 접하게 된다.

본 기법은 "Eureka Project EU 27 NOISE IDENTIFICATION"에서 도구화 및 사례 연구를 통해 검증되었다. 상기 계획은 1986년 9월에 착수되어, 1990년 2월에 완료되었다. 본 계획에 참여한 산학연은 다음과 같다.

- LMS and Leuven University : extensive theoretical studies, a series of simulation, controlled laboratory test
- Porsche : 노면과 타이어의 상호 작용에 의한 실내 소음과 동적 거동 최적화 기법으로 본 기법 채택
- Bielefeld : combine harvest 객실 고소음의 원인이라는 주요 소음 전달 경로의 위치 추적에 성공

2.2.1 해석 절차

주요 성분 해석 기법은 Singular Value Decomposition을 사용한 Multivariate 통계 기법으로 분류될 수 있으며, 실내의 어느 한 응답 위치에서 측정된 총 음압에 대한 여러 기진원의 연성된 기여도를 추출하기 위한 기법이므로 Multiple input/single out-put 문제로 귀결된다. 이를 도시하면 다음과 같다.



여기서 x_i : 기준신호(또는 입력신호)
 Y : 응답 위치신호(응답신호 또는 출력신호)

그림 1) Multiple input/single output model

n개의 측정 pt에서 M번의 측정이 수행되고 각 수집된 신호가 프리에 변환되어 되었다 하면, 다음 (11)식과 같이 행렬로 표시될 수 있다.

$$[x] = [x_1, x_2, \dots, x_n] \quad (12)$$

여기서 $\{x\}_i$: 프리에 변환된 첫 번째 측정된 데이터 집단
 $\{x\}_j$: 프리에 변환된 j번째 측정된 데이터 집단
 $\{x\}_M$: 프리에 변환된 M번째 측정된 데이터 집단

$$= [x_{ij}] \quad (13)$$

여기서 x_{ij} : i번째 측정 pt에서 j번째 측정된

데이터

PCA는 통계 기법이므로, 측정 pt수(n)에 비해 측정 횟수(M)가 훨씬 크다. 이를 신호에 대한 오토 및 크로스 파워 행렬 $[S_{xx}]$ 는 (14)식으로 표시된다. 기본적으로 프리에 변환은 선형성이므로 이후의 모든 계산은 각각의 주파수에서 독립적으로 계산된다.

$$[S_{xx}] = [X][X]^h \quad (14)$$

여기서 다중 입출력 신호분석시 $S_{ij} = S_{ji}^*$ 이므로 상기 (14)식의 행렬은 hermitian 행렬이다.

상기 (14)의 행렬을 대각 행렬로 표시하면 (Singular Value Decomposition 기법 참조), (15)의 수식으로 표시된다.

$$[S_{xx}] = [U] [S'_{xx}] [U]^h \quad (15)$$

여기서 S'_{xx} 의 각 성분은 S_{xx} 의 고유치(λ_i)를 큰것부터 차례로 나열한 것이며, U는 해당 고유 벡터이며 복소수이다.

여기서 λ_i : S_{xx} 가 hermitian 이므로 실수이며, 0이상의 수이다.

$[U]$: $n \times n$ unitary 행렬

(15)식에서 구한 고유 벡터(U)를 사용하여, 측정된 데이터 행렬을 표시하면 (16)식과 같다.

$$[X] = [U][X'] \quad (16)$$

$$[x'] = [X][U] \quad (17)$$

상기 수식에서 $[X']$ 은 무연성된 신호이므로 이 신호의 크로스 파워 행렬 $[S'_{xx}]$ 은 대각 행렬이 된다.

$$[S'_{xx}] = [X'][X'] \quad (18)$$

$[S'_{xx}]$ 행렬의 k번째 요소는 k번째 주요 성분 X' 에 대한 오토 파워 스펙트로로 간주되며, 주요 성분은 서로 완전히 독립된 신호다. 주요 성분 해석의 주 용용성은, 주요 성분 산정시 계산되는 고유치(λ_i)가 0에 근접시 이를 성분을 삭제하므로써 데이터의 수를 감소시키는데 있다. 즉 0이 아닌 고유치의 수(N_s)는 S_{xx} 행렬의 rank를 나타내고, 또한 주요 성분 X_i 는 N 개의 무연성 신호의 선형 결합으로 표시되며, 이에 따른 N_s 개의 주요 성분이 검출된다.

$$[X] = [U]_{N_s} [X']_{N_s} \quad (19)$$

여기서 N_s : S_{xx} 의 고유치 해석시 0에 근접하지 않는 고유치(λ_i)의 수

$[U]_{N_s}$: 고유치(λ_i)가 큰것부터 순차적으로 나열한 N_s 개의 고유 벡터 행렬

$[X']_{N_s}$: N_s 개 고유 벡터의 선형 조합에 의해, 원 신호 집합을 표시하는 무연성 신호(주요 성분)의 최소 집합

$[X']$ 는 선형 조합에 의해 원 신호 집합 $[X]$ 을 표시하는 무연성 신호의 최소 집합이며, 주요 성분의 수(N_s)가 N 원 신호 측정 pt의 수보다 작을 경우 원 신호집합이 연성되었다는 것은 자명한 사실이다.

N_s (주요 성분의 수)는 미지의 독립 기진원의 수로 간주될 수 있으며, 또한 원 신호는 독립 기진원의 선형 조합에 의해 표시된다.

실제적 적용 사례에서는 측정된 주파수 표본 신호 X_{ij} 는 잡음이 섞여 있어 full rank를 갖는 행렬 이므로, 미지 기진원의 수 (N_s) 산정은 S_{xx} 의 고유치 감소량과 측정된 잡음에 대한 지식과 함께 엔지니어의 판단에 수행된다.

주요 성분의 오토 파워 스펙트라는 각 주파수에서 계산하며, 각 주파수에서 산정된 값을 도표상에 도시화 하므로써 주파수에 대한 합수로 표시된다.

주요 성분의 오토 파워 스펙트라는 기준 신호 사이의 연성 현상에 대한 적절한 정보와 각 주파수에서 지배적인 무연성 기진원의 수에 대한 정보를 제공한다. 또한 N_s 개의 주요 성분에 대한 오토 파워 스펙트라를 보여주는 1개의 도표는 $n(n+1)/2$ 개의 coherence 와 Partial coherence 합수에 대한 도표와 같은 정보를 제공한다.

2.2.2 가상 기여도 합수 (Virtual Coherence)

가상 기여도 합수 $T_{ij}^1(f)$ 는 i 위치의 신호와 j번째 주요 성분 사이의 일반 기여도 합수로서 정의된다.

$$T_{ij}^1 = \frac{|S_{ij}'|^2}{S_{ii} S_{jj}} \quad (20)$$

여기서 S_{ij}' : i번째 위치의 신호와 j번째 가상 기진원 사이의 가상 크로스 파워 스펙트럼

상기 가상 기여도 합수는 입력 신호 (기준 신호)뿐만 아니라 기준 신호와 동시에 측정된 어떠한 신호 (응답 위치에서의 측정 신호)와도 계산이 된다.

2.2.3 기준 신호(입력)와 주요 성분 사이의 기여도 합수

측정된 기준 신호가 각 주요 성분에 기여하는 기여도를 확인하기 위해 사용된다. 가상 기여도 합수는 산정된 주요 성분의 가치 판단과 특정 위치의 음압에 기여하는 기진원의 수 산정 시 매우 유용한 도구로 증명되었다. 만일, 첫 N_s 개의 가상 코히어런스의 합이 1에 근사하면, 그 위치에서의 차수 (가상 기진원의 수)는 N_s 차수로 단정할 수 있다. 각 기준신호에 대한 모든 가상 코히어런스의 합은 1이 될 것이다.

2.2.4 주요 성분과 출력신호 사이의 가상 코히어런스

기준의 코히어런스 기법은 출력신호의 파워를 여러 기준 신호로 분할하기 위한 기법이며, 기준 기법에 의해 출력 오토 파워를 분할하기 위해서는 독립된 기준신호가 요구된다. 이러한 독립된 신호의 합은 주요 성분 해석에 의해 산정되며, 주요 성분과 출력신호에 대한 모든 가상 코히어런스의 합은 다중 코히어런스 (Multiple Coherence)의 값에 해당되며, 고려된 기준신호와 출력신호 사이의 연관성 정도를 나타낸다.

N 개의 의미있는 주요 성분이 있을 경우, 첫 번째 N 개 가상 코히어런스의 합은 다중 코히어런스 합수 산정에 충분한 자료일 것이다.

2.2.5 운행중의 변형형상 (Operational Deflection Shape)

운행중의 변형은, 특정한 경상가동 상태하의 특정 주파수에서 구조물이 진동하는 주기적 운동을 말한다. 운행중 현상 탐구를 위한 기준 방법은, 특정한 기준신호에 대한 Normalization 과정을 이용한다. 이 때 복소 Transmissibility ft (전달율 합수)는 주파수의 합수로서 2 위치 사이의 상대 변

형량을 제공한다. 이러한 고전적 기법의 값은 기준신호의 선정에 의존하며, 관성대상의 모든 운동은 기준 Transducer(센서)와 연관되어 있다는 가정을 사용한다.

이 가정은 각 기진원이 연성되어 있는 다중 기진원 환경에서는 적용되지 못한다.

구조물이 다중 기진력에 의해 기진시, 운행중의 거동은 하나의 벡터에 의해 묘사될 수 없다. Nr개의 잘 선택된 기준 신호가 선택되어져야 하며, 이 기준신호는 운행중의 거동을 충분히 나타낼 수 있는 N_s 개의 벡터로 분리되어야 한다. Nr개의 기준신호에 의해 벌쳐 있는 (Spanned) 부공간 (Subspace)은 해당 주요 성분을 갖는 고유 벡터에 의해 정의된다.

구조물 상에서 측정된 신호를 처리하여 구조물에 Mapping시, 가장 크로스파워 스펙트라는 가상 기진원에 의한 운행중의 변형양을 산정하기 위해 사용되며, 이때 앤이메이션은 모드 해석 s/w의 peak picking 기법을 사용하여 수행된다.

2.3. 모드 해석시 사용되는 다점 가진법

모드 해석시의 사용되는 가진법으로는 Impact hammer를 사용한 충격 기진법과 가진기를 사용한 Random(Broad band, Narrow band), Pseudo Random, Sine, Chirp Sine, Setp-Sine, Normal Mode, Spatial Sine 기법이 있으며, 이러한 기법을 약간 융용하여, 측정된 FRF의 leakage를 줄이기 위해 신호를 수집도중 가진기의 신호를 중단시키는 기법인 Burst Random, Burst Sine, Burst Chirp Sine 기법 등이 있다.

본 논문에서는 자동차의 구조 소음 문제의 해결을 위해 일반적으로 사용되는 다점 가진법으로 국한한다.

N 개의 기준신호 (가진기에서 측정된 신호) $\{F\}$ 와 M 개의 응답 신호 $\{X\}$ 사이의 주파수 전달 합수 $\{H\}$ 는 다음 (21)식으로 표시된다.

$$\{X\} = [H]\{F\} \quad (21)$$

여기서 $\{X\}$: 응답 신호 벡터 (M 차원 Column 벡터)

$\{F\}$: 기준(가진) 신호 벡터 (N 차원 Column 벡터)

$\{H\}$: 기준 신호와 응답 신호 사이의 주파수 전달 합수

$K(K \geq N)$ 번 측정 (Averaging을 위해 k 번 측정)을 수행하여 수집된 기준 신호 벡터와 응답 신호 벡터를 순차적으로 나열하여 행렬 형태로 표시하면 기준 신호 행렬과 응답신호 행렬은 (22)식으로 표시될 수 있다.

$$\{X\} = [\{X\}_1, \dots, \{X\}_j, \dots, \{X\}_K] \quad (22)$$

$$\{F\} = [\{F\}_1, \dots, \{F\}_j, \dots, \{F\}_k]$$

여기서 $\{X\}_1, \{X\}_j, \{X\}_K$ 는 각각 첫 번째, j 번째, K 번째 측정시 수집된 응답 신호 벡터

$\{F\}_1, \{F\}_j, \{F\}_K$ 는 각각 첫 번째, j 번째, K 번째 측정시 수집된 기준 신호 벡터

(22)식을 사용하여 (21)식에 대입하면 (23)식이 되며, (23)식의 양변에 공액 기준 신호 행렬을 곱하여, 역변환을 수행하면 (24)식이 된다.

$$\{X\} = [H]\{F\} \quad (23)$$

$$\{H\} = [S_{xF}][S_{FF}]^{-1} \quad (24)$$

여기서 $[S_{xF}]$: 기준 가진 신호와 응답 신호 사이의 크로스파워 행렬

$[S_{FF}]$: 기준(가진) 신호의 오토파워 행렬

다점 기진법에 대한 계속적인 이론 전개에 앞서 잠시, 다점 기진 신호 분석시 사용되는 용어를 살펴보자.

- a) Ordinary Coherence (상 기여도 함수)
신호 X_i 와 X_j 사이의 상 기여도 함수는 (25)식으로 정의된다.

$$\gamma_{i,j}^2(k) = \frac{|S_{i,j}(k)|^2}{S_{i,i}(k)S_{j,j}(k)} \quad (25)$$

본 기여도 함수의 의미는 선형 시스템에서 X_i (일반적으로 출력 신호)의 총 에너지에 대한 X_i (일반적으로 가진 신호)에 의해 야기된 X_i 의 에너지 비를 의미하며, X_i 에 의해 야기된 X_i 의 에너지는 선형 최소 자승법 (linear least square)으로 산정한 값임.

- b) Multiple Coherence (다중 기여도 함수)
선형 시스템에서, 출력 신호 ($\hat{y}(t)$)의 총 에너지에 대한 다중 입력 신호 집단 ($X_1(t), X_2(t), \dots, X_m(t)$)에 의해 야기된 출력 신호 ($\hat{y}(t)$)의 에너지 비를 의미함.

$$\gamma_{m,j}^2 = \frac{S_{\hat{y},\hat{y}}}{S_{\hat{y},\hat{y}}} \quad (16)$$

여기서 $S_{\hat{y},\hat{y}} = \sum H_i^* H_j S_{i,j}$
: 선형계를 통해, 입력신호 집단에
의해 야기된 출력 신호 에너지
 $S_{\hat{y},\hat{y}}$: 출력신호 ($\hat{y}(t)$)의 총 에너지

- c) Partial Coherence (부분 기여도 함수)
부분 기여도 함수는 조건부 신호 (Conditioned Signals) 사이의 상 기여도 함수이다. 여기서 조건부 신호란, 쇠적 차승법으로 다른 신호에 미치는 영향을 순차적으로 제거한 신호이다.
부분 기여도 함수 정의를 위해, 신호집단 (X_1, X_2, \dots, X_n , X_i, \dots, X_n)을 정의한다. X_1, \dots, X_n 까지의 영향을 제거한 신호 X_i 와 X_j 사이의 부분 기여도 함수는 다음 (27)식으로 정의된다.

$$\gamma_{p,i,j}^2(k) = \frac{|S_{i,j,g}(k)|^2}{S_{i,i,g}(k)S_{j,j,g}(k)} \quad (27)$$

여기서 $S_{i,j,g}(k)$: 신호 X_1, \dots, X_n 까지의 영향을 제거한 X_i 번째 신호의 오토파우어
 $S_{j,j,g}(k)$: 신호 X_1, \dots, X_n 까지의 영향을 제거한 X_j 번째 신호의 오토파우어
 $S_{i,j,g}(k)$: 신호 X_1, \dots, X_n 까지의 영향을 제거한 신호 X_i 와 X_j 의 크로스 파우어

- d) 주파수 전달 함수
측정된 입출력 신호로부터, 주파수 전달 함수를 산출하기 위한 방법은 3가지로 분류된다.
• H_1 -estimator : 식 (24)에서 유도 되었음
• H_2 -estimator : (23)식의 양변에 $[X]$ 를 곱하여, 역행렬을 취하면 (28)식이 된다.

$$[H_2(k)] = [S_{FF}]^{-1}[S_{FX}] \quad (28)$$

여기서 주의점은 입력수와 출력수가 다를 경우, $[S_{FX}]^{-1}$ 가 존재하지 않으므로, 본 주산치는 사용 불가

- H_3 -estimator
• $[H_3(k)]$ 는 각 주파수에서 $[S_{XX}]$ 의 가장 작은 고유치에 해당되는 고유벡터로부터 구해진다.
 $[S_{XX}] = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \quad (29)$

- e) 주요 성분과 가상 기여도 함수 (Principal Component and Virtual Coherence)
- 2.2절 참조

상기 (15)식을 구현하기 위해 $[S_{FF}]$ 는 full rank 이어야만 역변환이 가능하다. 가진점의 자유도로

구성된 완전한 벡터 공간 상에 가진 벡터가 범위 (span) 있도록 하며, 이 벡터 공간상에서 가진될 수 있는 모든 모드가 적절하게 가진된다는 확신을 갖기 위해서는 가진신호 사이의 비연성화 (uncorrelation)가 요구된다. 실제적으로 이러한 벡터 공간은 가진기의 위치에 의해 결정된다.
각 가진 신호 사이에 비연성화는 Random 가진시와 Sine 가진시로 분류되어 설명될 수 있다.

2.3.1. Random 가진

Random 가진시, 가진신호 사이의 연성 관계는 각 장비에 부착된 신호 발생기 (Source, Generator)의 특성에 의존한다. 일반적으로, 가진 신호 사이의 비연성화는 독립된 신호 발생기를 사용하므로써 구현된다. 실제 측정시에는 다음의 과정을 거쳐 적절한 측정 장치의 Setup 상태를 점검한다.

- 주요 성분 해석 (Principal Component Analysis)에 의한 입력 신호 검증

- 입력 신호들에 대한 주요 성분 해석을 수행하므로써, 각 가진기가 독립된 신호를 발행시키는지 여부를 살펴본다. Averaging 횟수 산정시 유 효하게 사용된다.

- 주요 성분에 대한 가진 신호의 기여도를 살피므로써, 가진기의 malfunction을 살필 수 있다.

- 주요 성분 해석에 의한 입출력 신호의 검증

- 가진 신호와 출력신호를 사용하여 주요 성분 해석을 한다. 불필요한 잡음이 측정 신호에 섞여 있을 경우, 가진력 신호보다 많은 주요 성분이 검출된다.(특히 Free-Free 조건이 완전히 충족되지 않을 경우, 가진력 수보다 많은 주요 성분이 검출된다.)

- 부분 기여도 함수에 의한 검증
 n 개의 위치에서 가진시, n 개의 부분 기여도 함수의 합이 1에 근접할 경우 매우 양호한 측정 상태임을 살필 수 있다.

2.3.2 Stepped - Sine

Stepped-Sine 가진법은, 컴퓨터의 발달과 더불어 Sine 가진법을 자동화한 기법으로서, 측정 주파수 구간의 각 주파수에서 가진한 해당 입출력 신호를 측정하여 주파수 전달 함수를 구성하는 방법이다. 본기법을 다중 가진법에 적용시, 고전적 위상 분리 기법 (Phase Separation Approach)을 수반한다.

또한 때때로 Stepped-Sine법을 위상 분리 시험 (Phase Separation Testing)이라 부르며, 이에 반해 다음 장에서 설명될 Normal Mode 가진법을 위상 공진 시험 (Phase resonance testing)이라 부른다. 측정된 시계열 신호의 FFT 변환에 의해 전 주파수 구간에서 동시에 주파수 전달 함수를 측정하는 broad-band Random 시험 기법에 비해, Stepped Sine 기법은 각 주파수에서 해당 가진 주파수 신호 성분으로부터 전달 함수가 측정된다.

전통적으로 이러한 기진의 주파수 성분에 대한 평균에 변환은 DFT 변환에 의해 행해져 있으며, 또한 Time Data 모델링을 사용하여 행해질 수 있다.

비록 Stepped Sine 기법은 broad band Random 기법에 비해 각 주파수별 측정이 수행되므로 많은 측정 시간이 많이 걸리는 단점이 있으나 다른 한편으로는 측정시의 잡음의 감소, FFT 과정상에 발생하는 leakage 방지와 측정 대상 계에 큰 에너지를 가할 수 있는 잊점이 있으며, 또한 가진시 가진력의 크기를 정해진 값으로 조절하므로써 비선형계 시스템의 해석에 이용될 수 있다.

다중 Stepped Sine 가진법을 구현시키기 위해서 아래에 제시된 2가지의 방법이 사용되고 있다.

- a) 모든 가진력에 대한 랜덤 위상값이 평균화시 적절하게 설정되어 (24)식에 제시된 $[S_{FF}]$ 행렬상의 비대각요소가 0이 되도록 만드는 것이다.

예 1) 2개의 가진기 사용시

가진기순번	가진횟수 (가진기위상)	2 (가진기위상)
1	(0)	(0)
2	(0)	(180)

예 2) 3개의 가진기 사용시

가진기순번	1 (가진기 위상)	2 (가진기 위상)	3 (가진기 위상)
1	0	0	0
2	0	120	240
3	0	240	120

b) 전자의 방법과 양자 택일의 방법은 Williams 와 Void에 의해 제안되었으며, 주어진 크기를 갖는 각 가진력 벡터는 하나의 기준점에 대해 정위상과 반대위상으로 반복되는 순서로 결정된다.
즉, N개의 가진력에 대해 2 번의 시험 조건이 요구된다.

예 3) 2개의 가진기 사용시

가진기순번	가진횟수	1	2
1	(0)	(0)	
2	(0)	(180)	

예 4) 3개의 가진기 사용시

가진기순번	가진횟수	1	2	3	4
1	(0)	(0)	(0)	(0)	
2	(0)	(0)	(180)	(180)	
	(0)	(180)	(0)	(180)	

상기 2가지 방법에 대한 평균화 작업은 각 개별 주파수에서 가진력 벡터의 위상을 한시 수행되거나, 가진력 벡터의 위상을 기준하여 측정 주파수 구간을 Sweep한 후 가진력 벡터의 위상을 변환하여 Sweep 시 수행될 수 있다. 일반적으로 측정시간 단축의 관점에서 후자의 방법이 선호되고 있다.
왜냐하면 가진 주파수의 순차적 변환시보다는 가진 벡터의 변환시에 발생되는 계의 과도 응답이 매우 심하기 때문이다. 이 경우 계의 과도 응답이 정지 시 까지 측정이 중지되며 또 한 힘 변환기와 가속도계 Amp 의 Gain 등을 신호의 크기에 따라 조절해 주어야 한다. (컴퓨터상에서 자동 조절됨)

2.3.3 Normal Mode Test

Normal Mode Test 또한 Stepped Sine 기법과 같이 Sine 시험기법에 속한다. 이 시험기법의 목적은 비 감쇠 고유 진동수들 중 특정 진동수에서 단순 위상(monophasic : 복소위상이 아닌 정위상과 반대 위상(180°)으로 구성된) 가진력 벡터를 구조물에 가하여, 구조물이 단순 실 모드로 가진 되도록 하는 것이다. 위상 분리 시험 기법(Phase Separation Technique : Stepped Sine Testing)과는 반대

로, 측정 도중 각 모드는 분리되며 1개의 모드만이 관찰된다.(Stepped Sine 기법은, 가진 DOF 공간상에 존재하는 모든 모드를 가진하기 위해 가진 신호 사이의 비연성화를 구현했음)

본 시험 기법의 배경은 C.de Veubeke가 묘사한 특성 위상 지연 이론 (Characteristic Phase lag theory)에 의거한다. 본 이론은 "N 자유도 시스템에서 N자유도에 가진력을 가할 경우, 응답 벡터가 단순 위상 지연 ($i=1, \dots, N$)를 갖는 N개의 단순 위상 가진력 벡터 (N mono phase excitation vector)가 어떠한 주파수에서도 존재한다"는 것이다.

단순 위상 가진력 벡터를 선형 시스템에 적용시 응답 또한 단순 위상을 얻을 수 있는지 살펴보는 것은 매우 중요하다.

먼저 가진력 벡터와 응답 벡터를 다음 식과 같이 놓자.

$$\begin{aligned} \{F\} &= \{\hat{F}\} e^{j\omega t} \\ \{X\} &= \{\hat{X}\} e^{j\omega t + \theta} \end{aligned} \quad (30)$$

여기서 $\{\hat{F}\}$: 실 계수 가진력 벡터
 $\{\hat{X}\}$: 실 계수 응답 벡터

상기 수식을 일반 N자유도 점성 감쇠 시스템(31)식에 대입하여, 실수부와 허수부로 분리하면 (31)식과 같다. 구조 감쇠 시스템에 대한 유도 과정도 점성 감쇠 시스템과 거의 같으므로 여기에서는 생략한다.

$$([K] + j\omega [C] - \omega^2 [M]) \{\hat{X}\} = \{\hat{F}\} \quad (31)$$

$$((-w^2[M]+[K]) \cos\theta + \omega[C]\sin\theta) \{\hat{X}\} = \{\hat{F}\} \quad (32)-a$$

$$((-w^2[M]+[K]) \sin\theta + \omega[C]\cos\theta) \{\hat{X}\} = \{0\} \quad (32)-b$$

(22)-b의 식은 θ 의 값에 따라 고유 벡터를 갖는 고유치 문제로 해석될 수 있으며, $\{\hat{X}\}$ 대신 (32)-b에서 구한 고유 벡터를 (32)-a에 대입하면 단순 가진력 벡터 (monophasic force vector) $\{F\}$ 가 구해진다.

즉, 단순 위상 응답 (monophasic response) 특성을 갖는 N set의 단순 위상 가진력 (monophasic force) 벡터가 존재함을 알 수 있다.

상기 (32)의 식은 만일 $\theta = 90^\circ$ 일 경우 매우 단순하게 표시되며, (33)식과 같다.

$$(-w^2[M]+[K])\{X\} = \{0\} \quad (33)-a$$

$$\omega[C]\{X\} = \{F\} \quad (33)-b$$

즉, monophasic 매개 변수인 가 정확하게 90° 의 위상차를 나타낼 경우에는, 감쇠계는 비감쇠계의 고유 주파수 및 모드 형상과 동일하게 거동한다는 사실이며, 비례 점성 감쇠계 가진력 벡터는 real normal mode와 비례하게 됨을 의미한다.

또한 완전한 실수 모드로 구조물을 가진시키기 위해서는 식 (33)-b에서 살펴볼 수 있는 바와 같이, 가진력과 감쇠력 사이에 완전한 평형상태가 이루어져야 한다는 것이다.

몇 개의 가진기를 갖고서 시험을 하는 실제 시험의 경우에는, 이러한 조건을 완전하게 충족 시킬 수는 없다. 즉, 모든 감쇠력이 가진력에 의해 보상될 수 없으며, real normal mode 외에 발생되는 complex 거동의 중요성은 다음 사항에 의존한다.

- 목적 모드와 근접 모드의 사이의 연성관계 (Coupling)

실제적으로 이들의 관계는 근접 모드와 목적 모드와의 주파수 구간에서 거리와 근접 모드의 감쇠량과 관계된다.

- 가진기의 위치

계의 모든 고유 모드에 대해, 적절한 가진력 벡

터를 사용하여 목적하지 않는 모드의 영향을 최소화 할 수 있는 최적 가진력의 위치가 존재한다. 실질적으로, 시스템의 조정성을 원활히 수행하기 위해서는 목적 모드의 Antinode와 나머지 모드의 node상에 가진기를 위치한다.

2.3.3.1 가진력 벡터의 구현 (Force Approximation)

Normal mode 시험법의 핵심은, 실제 구조물을 normal mode로 가진 시킬 수 있는 가진력 벡터의 추출하는 기법에 있다. 본고에서는 지면상의 연유로 인하여 간략하게 사용되는 방법만을 언급 하겠으며, 추후 발표 기회가 주어진다면 좀더 세밀하게 묘사도록 하겠다.

- 가진력 벡터를 구현하기 위한 방법으로는 FEA나 EMA에서 구한 가진력 벡터를 초기조건으로 설정하는 방법
- Asher Method 나 Extend Asher Method를 사용하는 방법(Asher Method는 driving point에서 측정된 FRF만으로 가진력 벡터를 구현하는 반면, Extended Asher Method는 driving point 이외의 모든 응답 신호에 대한 FRF를 사용하여 가진력 벡터를 구현함)
- Multivariate Mode Indicator Function을 사용하는 방법(총 응답 신호에 대한 Inphase 응답의 비를 최소화 시키므로써 구현) 등이 있다.

맺 음 말

본 논고에는 자동차의 내부소음 감소를 위해 LMS 사가 참여한 연구 계획(DIANA 와 EUREKA)을 중심으로 소개하였다.

이들 각각의 연구 계획에 사용된 이론은 이론적으로는 커다란 어려움이나 복잡성은 보이지 않고 있음을 살펴볼 수 있다. 그러나 그들이 사용하고 있는 기법들을 관찰할수록 다분히 경험에서 우러나온 기법임을 살필 수 있으며, 이러한 계획을 성공적으로 완수하기 위해서는 산학연 공동 연구의 필요성을 재삼 느낄 수 있었다.

참고로 DIANA 연구 계획에 참여한 단체를 살펴보면 LMS, Keller(France), CRF - FIAT(Italy), University of Bielefeld(Germany) and MIRA(UK) Ford (Germany), Matra Automobiles(France)등이다.

또한 Eureka 계획에는 LMS, Catholic University of Leuven, Porsche Entwicklungszentrum 과 Fachhochschule Bielefeld 등이 참여했다.

참 고 문 헌

- (1) D.De Vis/w. Hendricx, Development and integration of an advanced unified approach to structure borne analysis.
LMS International NV - Interleuvenlaan 65.
- (2) Structural borne noise analysis by transfer path classification.
LMS International NV - Interleuvenlaan 65.
- (3) J.S.BENDAT, Solution for the multiple input/multiple output problem. Journal of Sound and Vibration, Vol. 44/3, 311-325, 1976.
- (4) H.HOTELLING, Analysis of a complex of statistical variables into principal components. Journal of Educational Psychology, Vol. 24, 417-441 and 498-520.
- (5) J. LEURIDAN, D. ROESEMS, D. OTTE, Use of principal component analysis for correlation analysis between vibration and acoustical signals. Proceeding ISATA 87, Vol. 11, pp. 487-504, Florence, Italy, 1987.
- (6) S.PRICE, R.BERNARD, Virtual coherence : a digital signal processing technique for

incoherent source identification. Proceedings 4-th Int. Modal Analysis Conference, pp.1256-1262, Union College, Schenectady, USA, 1986.

- (7) J.LEURIDAN, D.OTTE, NOISE SOURCE IDENTIFICATION
- An overview of development in Eureka project Nr 27 -
- (8) Operational Reflection Shapes in Multi-source Environments ; D.Otte, P.Van de Ponseel, J.Leuridan, IMAC '90.
- (9) Structural testing and analysis in product design ; U.Vandeurzen ; KUL Seminar 1988
- (10) Structure Borne Noise Analysis cars ; D.De Vis, W.Hendricx ; ABAV 1990
- (11) H.Van der Auweraer, D.Otte, J.Leuridan, W. Bakkers Multiple excitation sine testing an integrated approach. ASME. Book No G064 4E-1991
- (12) D.Otte, H.Van der Auweraer. Enhanced Forced Vector approximation methods for normal mode testing.
- (13) K.Wyckaert. H.Van der Auweraer. Experimental analysis of nonlinear behaviour of an aerospace structure.