

## 연속 냉간 압연시스템을 위한 루프형성 LQ 제어기 설계

김종식\*, 김철민\*, 이원호\*\*, 박재호\*\*

\*부산대학교 기계설계공학과, \*\*산업과학기술연구소

### Loop-shaping LQ Controller Design for Tandem Cold Mills

Jong Shik Kim\*, Cheol Min Kim\*, Won Ho Lee\*\*, Jae Ho Kwak\*\*

\*Pusan National, \*\*RIST

#### Abstract

A loop-shaping LQ controller is synthesized for tandem cold mills. And a new loop-shaping technique is suggested for LQ controller design. The suggested loop-shaping LQ control system is compared with the standard loop-shaping LQ control system. The simulation results show that the thickness and interstand tension control accuracy of tandem cold mills can be improved by the compensated loop-shaping LQ controller.

#### 1. 서론

연속 압연 제어시스템의 주요한 목적은 모든 압연 스탠드를 허용 범위내에서 운전시키면서 압연기 출측의 판두께, 형상 그리고 표면 상태를 일정하게 유지시키는 데 있다. 각 압연스탠드의 압하율과 스탠드간의 장력의 공칭값이 최적 압연 조건으로 선정되었을 때 압연제어 문제는 각 압연 스탠드간의 장력과 각 압연 스탠드의 출측 판두께를 일정하게 유지시키는 문제로 된다.

초기의 연속 압연 제어시스템에서는 일부의 압연 스탠드에서 판두께 제어를 수행하고 압연기 입측 혹은 출측에서 판속도를 제어하는 방식으로 구성되었다.<sup>(1)</sup> 그러나 판두께 제어를 발생하는 스탠드 간 장력 변동에 의해 인접 압연 스탠드의 출측 판두께가 영향을 받게 되므로 효과적인 판두께 제어 성능을 기대할 수는 없었다. 그리고 이러한 압연 스탠드 간의 간섭 효과를 제거하기 위해 두께 제어를 발생하는 장력 변동을 롤 속도를 사용한 장력 제어으로써 보상하는 블록화 비간섭 제어(blocked-noninteracting control)<sup>(2)</sup>가 도입되어 판두께 제어 성능이 다소 향상되었다. 또한 블록화 비간섭 제어는 각 압연 스탠드를 독립된 하나의 블록(block), 즉 부시스템(subsystem)으로 취급하여 각각의 블록에 대해 두께와 장력을 제어할 수 있는 근거를 마련하여 대규모 시스템인 연속 압연시스템의 설계를 용이하게 하였다. 그러나 대부분의 기존 압연 제어시스템에서는 압연 현상의 고유한 특성에 기인하는 판두께와 장력간의 강한 연성효과를 고려하지 않고 단일입출력 제어이론에 근거하

여, 판두께와 장력에 대해 개별적으로 설계되어 왔으므로 큰 성능 향상을 기대하기는 어렵고 특히 블록화 비간섭 제어가 제대로 수행되지 않을 경우에는 좋은 성능을 보장할 수 없다는 문제점이 있다. 또한 수학적 모델의 불확실성에 대한 안정도-강인성(stability-robustness)<sup>(3)</sup>을 충분히 고려할 수 없다는 문제점도 가지고 있다.

본 논문에서는 연속 압연시스템의 다변수 특성과 안정도-강인성 문제를 고려하여 각 압연스탠드에 대해 루프형성(loop-shaping) 기법<sup>(4)</sup>에 의해 판두께와 장력을 제어하는 LQ 제어기를 설계하기로 한다. 비록 블록화 비간섭 제어가 완전히 수행된다는 가정하에 각 압연 스탠드에 대한 압연 제어를 설계하고 있지만 실제의 압연시스템에서 비간섭 제어가 제대로 수행되지 않을 경우에도 압연 제어시스템의 성능을 어느 정도 보장할 수 있기 위해서는 판두께 뿐만 아니라 압연 스탠드간의 간섭을 유발하는 변수인 장력에 대해서도 우수한 특성이 요구된다. 그렇지만 연속 압연시스템의 특성상 판두께와 장력을 동시에 일정하게 유지시키는 것은 매우 힘든 일이다. 따라서 이러한 특성을 감안하여 루프형성 LQ 제어기를 설계할 때 설계 파라미터를 보정할 것을 제안한다. 압연 모재의 판두께 변동과 압연스탠드에서 롤갭의 변동을 가정하여 압연기 출측의 판두께 변동에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하여 새로운 압연 제어시스템의 외란제거 성능을 검토하기로 한다.

#### 2. 연속 냉간 압연시스템의 모델링

압연공정은 Fig. 1에 표시된 바와 같이 다수의 롤로 구성된 압연스탠드 사이를 통과하는 재료의 두께를 감소시키는 생산공정이다. 롤갭과 롤속도를 적절히 조절하여 외란이 존재하더라도 스탠드 출측의 판두께가 일정하게 유지되도록 한다. 본 논문에서 다들 압연기는 위와 같은 압연스탠드가 연속적으로 배열되어 압연모재의 판두께를 순차적으로 감소시키는 연속 압연기이다. 연속 압연기의 경우에는 인접 스탠드의 압연인자들이 장력을 매개로 하여 서로 영향을 주고 받게 되므로 판두께뿐만 아니라 장력을 일정하게 유지시키는 것은 중요하다.

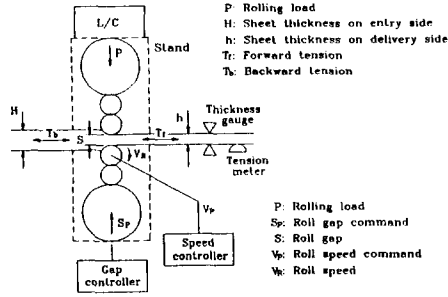


Fig. 1 Schematic diagram of the rolling process of a rolling stand

### Set-up 연산

Set-up 연산은 주어진 압연생산계획, 즉 압연될 모재의 판두께와 판폭, 압연기 출측에서 요구되는 판두께와 판속도에 대해 각 스탠드의 압하율을 결정하고 주어진 압하율에 의해 압연인자들의 작동점을 계산하는 과정이다. 주요한 압연인자인 선진율은 Bland & Ford의 선진율식<sup>(5)</sup>을 그리고 압연하중의 예측은 Hill의 압연하중 이론식<sup>(6)</sup>을 각각 이용하였다.

### 영향계수 연산

각 스탠드의 압연하중과 선진율은 입출측 판두께, 전후방 장력, 재료변형저항, 마찰계수 등의 함수이다. 각 스탠드의 압연하중  $P_{Ai}$ 와 선진율  $f_i$ 를 각각 출측 판두께  $h_i$ , 입측 판두께  $H_i$ , 후방장력  $T_{bi}$  그리고 전방장력  $T_{fi}$ 의 함수로 가정하였다.

$$\text{압연하중 식: } P_{Ai} = P_A(h_i, H_i, T_{bi}, T_{fi}) \quad (1)$$

$$\text{선진율 식: } f_i = f(h_i, H_i, T_{bi}, T_{fi}) \quad (2)$$

Set-up 연산에서 결정된 작동점으로부터 비선형적인 압연하중 식과 선진율 식의 선형화를 위하여 각 스탠드에서 입측두께, 출측두께, 전방장력, 후방장력들의 미소변동에 대한 영향계수들의 계산이 요구된다. 여기서 미소변동량은 각 독립변수들의 작동점 값의 0.1%로 선정하였다.

### 상태공간 모델식 설정

선진율과 압연하중 식 이외의 압연이론에 관한 기본식들은 다음과 같다.

체적속도 일정식 : 연속 압연공정이 정상상태에서 수행되고 있는 경우 압연재의 체적속도는 전 스탠드를 통해 일정하다고 생각할 수 있다. 한편 전 스탠드에 걸쳐 판폭의 변동량이 매우 작기 때문에 판폭은 일정하다고 가정한다.

$$H_i V_{ei} = h_i V_{oi} \quad (3)$$

판속도 식 : 각 스탠드의 선진율  $f_i$ 는 롤속도  $V_{Ri}$  및 출측 판속도  $V_{oi}$ 와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$V_{oi} = (1 + f_i) V_{Ri} \quad (4)$$

스탠드 출측 판두께 식 : 각 스탠드 출측에서의 판두께  $h_i$ 는 무부하시 롤갭  $S_i$ , 압연하중에 의한 압연기의 탄성변형량  $P_i/K_i$  그리고 롤갭변동  $S_{ri}$ 의 합으로 표시된다. 여기서  $K_i$ 는 Mill 상수이다.

$$h_i = \frac{P_i}{K_i} + S_i + S_{ri} \quad (5)$$

장력 식 : 각 스탠드 사이에서 압연중인 판재에 작용하는 장력은 판속도의 차에 의해 결정된다.

$$\frac{dT_{bi+1}}{dt} = \frac{Eb h_i}{L} (V_{ei+1} - V_{oi}) \quad (6)$$

여기서  $E$ 는 Young 물이고  $b$ 와  $L$ 은 각각 판폭과 스탠드간의 거리이다.

압하계, 판속계 및 하우징 식 :

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{T_{si}} (-S_i + S_{pi}) \quad (7)$$

$$\frac{dV_{Ri}}{dt} = \frac{1}{T_{vi}} (-V_{Ri} + V_{pi}) \quad (8)$$

$$\frac{dP_i}{dt} = \frac{1}{T_{pi}} (-P_i + P_{Ai}) \quad (9)$$

여기서  $T_{si}$ ,  $T_{vi}$ ,  $T_{pi}$ 는 각각 압하계, 속도계, 하우징의 시정수이고  $S_{pi}$ 와  $V_{pi}$ 는 각각 롤갭과 롤속도 명령치이다. 그리고  $P_i$ 는 하우징에 의한 지연을 고려한 압연하중이다.

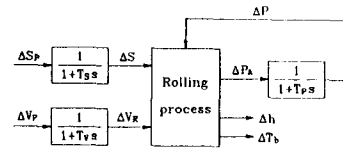


Fig. 2 Block diagram of the rolling process of a rolling stand

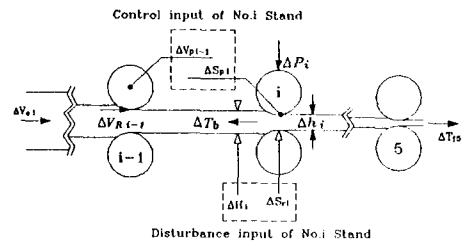


Fig. 3 Selection of state variables

Fig. 2에는 이와 같은 압연 현상의 압출력 관계<sup>(7)</sup>가 표시되어 있다. 그리고 Fig. 3에는 각 압연 스탠드에 대한 상태변수, 제어 입력변수 및 외란변수들이 표시되어 있다. 연속 압연이론의 기본식과 영향계수로부터 각 압연 스탠드에 대한 미분방정식은 다음과 같이 유도된다. ( $i = 1 \sim 5$ )

$$\frac{dx_{11}}{dt} = \left[ \frac{\partial \Delta P_{M1}}{\partial \Delta h_i} \frac{1}{T_{\mu K_i}} - \frac{1}{T_{\mu}} \cdot \frac{-1}{T_{\mu K_i}} + \frac{1}{T_{\mu K_i}}, 0, \frac{\partial \Delta P_{M1}}{\partial \Delta T_{M1}} \frac{1}{T_{\mu K_i}} \right] x_1$$

$$+ \left[ 0, 0, 0, \frac{\partial \Delta P_{M1}}{\partial \Delta T_{\mu}} \frac{1}{T_{\mu K_i}} \right] x_{i+1} + \left[ \frac{1}{T_{\mu}}, 0 \right] u_i$$

$$+ \left[ \frac{\partial \Delta P_{M1}}{\partial \Delta h_i} \frac{1}{T_{\mu K_i}}, \frac{1}{T_{\mu}} \right] w_i + \left[ 0, 1 \right] \frac{dw_i}{dt}$$

$$\frac{dx_{12}}{dt} = \left[ \frac{\partial \Delta P_{M1}}{\partial \Delta h_i} \frac{1}{T_{\mu}} - \frac{1}{T_{\mu}}, 0, \frac{\partial \Delta P_{M1}}{\partial \Delta T_{M1}} \frac{1}{T_{\mu}} \right] x_1$$

$$+ \left[ 0, 0, 0, \frac{\partial \Delta P_{M1}}{\partial \Delta T_{\mu}} \frac{1}{T_{\mu}} \right] x_{i+1} + \left[ -\frac{\partial \Delta P_{M1}}{\partial \Delta h_i} \frac{1}{T_{\mu}}, 0 \right] w_i$$

$$\frac{dx_{13}}{dt} = \left[ 0, 0, -\frac{1}{T_{\mu}}, 0 \right] x_{i+1} + \left[ 0, \frac{1}{T_{\mu}} \right] u_i$$

$$\frac{dx_{14}}{dt} = -\frac{Eb_i}{L_i} \left[ \frac{\partial \Delta f_{i-1}}{\partial \Delta h_{i-1}} h_{i-1} V_{M-1} - V_{M-1}, 0, 0, \frac{\partial \Delta f_{i-1}}{\partial \Delta T_{M-1}} h_{i-1} V_{M-1} \right] x_{i-1}$$

$$+ \frac{Eb_i}{L_i} \left[ \left( \frac{\partial \Delta f_i}{\partial \Delta h_i} h_i V_M + V_M \right), 0, -(1+f_{i-1}) h_{i-1}, \left( -\frac{\partial \Delta f_i}{\partial \Delta T_M} h_i V_M - \frac{\partial \Delta f_{i-1}}{\partial \Delta T_{M-1}} h_{i-1} V_{M-1} \right) \right] x_i$$

$$+ \frac{Eb_i}{L_i} \left[ 0, 0, (1+f_i) h_i, \frac{\partial \Delta f_i}{\partial \Delta T_M} h_i V_M \right] x_{i+1}$$

$$+ \frac{Eb_i}{L_i} \left[ -\frac{\partial \Delta f_i}{\partial \Delta h_i} h_i V_M, 0 \right] w_i - \frac{Eb_i}{L_i} \left[ -\frac{\partial \Delta f_{i-1}}{\partial \Delta h_{i-1}} h_{i-1} V_{M-1}, 0 \right] w_{i-1}$$

또한 연속 압연공정을 다음과 같은 상태공간 모델식으로 간략히 표현하기로 한다.

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_{i-1} x_{i-1}(t) + A_i x_i(t) + A_{i+1} x_{i+1}(t) + B_i u_i(t) \\ \quad + E_{i+1} w_{i+1}(t) + E_i w_i(t) + E_i^T \dot{w}_i(t) \\ y_i(t) = C_i x_i(t) \end{cases} \quad (11)$$

여기서 시스템행렬  $A_{i-1}$  과  $A_{i+1}$  은 각각 후방 스탠드와 전방 스탠드로부터 받는 영향을 나타내는 항이다. 그리고 상태벡터  $x_i$ , 제어입력벡터  $u_i$ , 외란벡터  $w_i$  그리고 출력벡터  $y_i$  는 각각 다음과 같다.

$$x_i = \begin{bmatrix} \Delta h_i \\ \Delta P_i \\ \Delta V_{Ri-1} \\ \Delta T_{bi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{출축 판두께 변동 (mm)} \\ \text{압연하중 변동 (kgf)} \\ \text{롤 속도 변동 (mm/s)} \\ \text{후방장력 변동 (kgf)} \end{bmatrix}$$

$$u_i = \begin{bmatrix} \Delta S_{pi} \\ \Delta V_{pi-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{롤 겹 명령 변동 (mm)} \\ \text{롤 속도 명령 변동 (mm/s)} \end{bmatrix}$$

$$w_i = \begin{bmatrix} \Delta H_i \\ \Delta S_{ri} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{입축두께 변동 (mm)} \\ \text{롤 겹 변동 (mm)} \end{bmatrix}$$

$$w_6 = [\Delta T_{75}] = [\text{최종 스탠드 전방장력 변동 (kgf)}]$$

$$y_i = \begin{bmatrix} \Delta h_i \\ \Delta T_{bi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{출축 판두께 변동 (mm)} \\ \text{후방장력 변동 (kgf)} \end{bmatrix}$$

### 3. LQ 최적 제어 이론

LQ 레귤레이터 문제를 정의하기 위해 우선 플랜트의 상태방정식을 다음과 같이 표현한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (12)$$

여기서  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^m$  이며 시스템  $[A, B]$  는 안정가능(stabilizable) 하다고 가정한다. 그리고 다음과 같이 LQ 레귤레이터의 가격함수  $J$  를 정의한다.

$$J = \int_0^{\infty} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt \quad (13)$$

여기서 가중행렬(weighting matrices)인  $Q \in R^{n \times n}$  와  $R \in R^{m \times m}$  은 각각 양의 반한정(positive semi-definite) 그리고 양의 한정(positive definite) 행렬인 설계 파라미터이다. 상태방정식의 구속조건 아래서 가격함수  $J$  를 최소화하는 제어법칙  $u(t)$  를 찾는 문제로서 최적제어의 해가 유일하게 존재할 뿐 아니라, 실시간에서 모든 상태변수를 측정할 수 있다면 최적 제어법칙  $u(t)$  는 다음과 같이 피드백 형태로 실현된다.

$$u(t) = -Gx(t) \quad (14)$$

여기서 LQ 제어게인행렬  $G \in R^{m \times n}$  은 다음과 같다.

$$G = R^{-1} B^T K \quad (15)$$

여기서  $K \in R^{n \times n}$  는 다음의 제어대수 Riccati 식의 유일한 해로써 상수값을 갖는 양의 한정 대칭행렬이다.

$$A^T K + KA + Q - KBR^{-1}B^T K = 0 \quad (16)$$

따라서 LQ 최적제어 문제는 가격함수  $J$  에 포함된 가중행렬  $Q, R$  을 설계사양에 부합되도록 적절히 선정함으로써 설계목표에 따른 최적화 설계를 구현하는 것이다. 페루프 시스템의 동특성을 나타내는 페루프 극점과 고유벡터는 가중행렬  $Q$  와  $R$  값에 따라 결정된다.

### 적분기의 추가

LQ 레귤레이터에서 외란이 존재하더라도 적절한 허용범위 내에서 만족스러운 외란제거 성능을 갖기를 원한다. 따라서 일반적으로 일정한 외란이 가해졌을 때 정상상태에서 이를 완전히 제거시킬 수 있도록 각 오차채널의 포워드(forward) 루프에 적분기를 포함시킨다. 또한 적분기의 추가는 LQ 제어시스템의 설계 파라미터들을 선정할 때 여유자유도를 갖게 하여 좀 더 만족스러운 루프형성을 할 수 있도록 한다. 적분기를 포함한 LQ 제어시스템을 설계하기 위해서는 우선 적분기를 포함한 설계플랜트 모델(design plant model)을 설정해야 한다. 설계플랜트 모델은 다음과 같은 2개 부분(플랜트와 적분기)의 동역학으로 구분된다.

플랜트 동역학:

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u(t) + E_p w(t) \\ y(t) = C_p x_p(t) \end{cases} \quad (17)$$

여기서

$$x_p(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ x_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{출력변수} \\ \text{나미지 상태변수} \end{bmatrix}$$

적분기의 동역학:

$$\dot{z}(t) = y(t) \quad (18)$$

여기서  $z(t) \in R^p$  는 플랜트 출력  $y(t)$  의 적분값이다.

이제 증가된 상태벡터  $x(t) \in R^{n+p}$  를 다음과 같이 정의한다.

$$x(t) = [z(t) \ y(t) \ x_r(t)]^T \quad (19)$$

이 때 설계플랜트 모델의 상태방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ew(t) \quad (20)$$

여기서

$$x = \begin{Bmatrix} z \\ x_p \end{Bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & C_p \\ 0 & A_p \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_p \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 \\ E_p \end{bmatrix}$$

그리고 설계플랜트 모델에 대한 LQ 제어법칙  $u(t)$ 는 다음과 같다.

$$u(t) = -Gx(t) \quad (21)$$

여기서

$$G = [G_z \ G_y \ G_r]$$

Fig. 4는 적분기를 포함한 LQ 레귤레이터의 구조를 나타낸다.

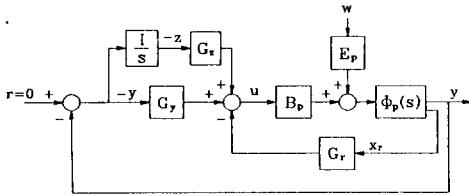


Fig. 4 Block diagram of the LQ regulator with integrator

### 루프형성 기법에 의한 설계 파라미터 선정

루프형성 기법을 LQ 제어기 설계에 도입하면 명령추종, 외란 제거 등의 시스템 성능과 모델링 오차에 대한 안정도-강인성 문제를 설계시에 직접 고려할 수 있고, 또한 루프형성 문제로서 설계파라미터 선정에 융통성을 부여할 수 있게 된다. 한편 루프형성시 융통성을 갖기 위하여 일반적으로 플랜트 모델의 출력 변수를 적분하는 제어요소를 추가하여 설계플랜트 모델을 설정한다. 이 때 설계플랜트 모델의 전달함수행렬(TFM)  $G(j\omega)$ 의 특이값을 저주파 및 고주파에서 모든 방향에서 일치시킬 수 있게 되어 바람직한 성능 및 안정도-강인성을 갖는 LQ 제어시스템을 보다 조직적이며 쉽게 설계할 수 있게 된다.

LQ 레귤레이터의 가격함수  $J$ 를 다음과 같이 다시 정의한다.

$$J = \int_0^{\infty} [x(t)^T N^T N x(t) + \rho u(t)^T u(t)] dt \quad (22)$$

여기서  $N (= [N_L \ N_H])$  과  $\rho$  는 설계 파라미터이며 앞서 언급한 표준 LQ 최적제어 문제의 가격함수와 비교해 보면  $Q = N^T N$  이고  $R = \rho I$  임을 알 수 있다.

이제 설계 파라미터  $N$ 을 선정하기 위해 다음과 같은 주파수 역 동작식<sup>(8)</sup>을 이용하기로 한다.

$$\sigma_i [I + G_{LQ}(s)] = \sqrt{1 + \frac{1}{\rho} \sigma_i^2 [N(sI-A)^{-1}B]} \quad (23)$$

여기서  $\sigma_i[\cdot]$ 는 행렬  $[\cdot]$ 의 특이값을 의미하며,  $G_{LQ}(s)$ 는 LQ 루프 TFM으로서  $G_{LQ}(s) = C(sI-A)^{-1}B$  이다. 그리고  $N(sI-A)^{-1}B$  항은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} N(sI-A)^{-1}B &= N \left\{ \begin{bmatrix} sI & 0 \\ 0 & sI \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & C_p \\ 0 & A_p \end{bmatrix} \right\}^{-1} B \\ &= [N_L \ N_H] \begin{bmatrix} \frac{1}{s}I & \frac{1}{s}C_p(sI-A)^{-1} \\ 0 & (sI-A)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ B_p \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{s}N_L C_p (sI-A_p)^{-1} B_p + N_H (sI-A_p)^{-1} B_p \quad (24) \end{aligned}$$

위 식으로부터 저주파 및 고주파에서  $N(sI-A)^{-1}B$ 의 극한값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{cases} s \rightarrow 0 \text{ 일때 } N(sI-A)^{-1}B \rightarrow \frac{1}{s}N_L C_p (-A_p)^{-1} B_p \\ s \rightarrow \infty \text{ 일때 } N(sI-A)^{-1}B \rightarrow \frac{1}{s}N_H B_p \end{cases} \quad (25)$$

이제 위의 결과로부터 모든 방향에서 특이값을 일치시킬 수 있는 각 압연 스탠드의 설계 파라미터  $N_i$ 를 다음과 같이 선정할 수 있다.

$$\begin{aligned} N_i &= [N_{Li} \ N_{Hi}] \\ &= [(C_{pi} (-A_{pi})^{-1} B_{pi})^{-1} (B_{pi}^T B_{pi}) B_{pi}^T] \quad (26) \end{aligned}$$

이 때  $\sigma_i[G_{LQ}(j\omega)]$ 의 값은 다음과 같은 극한 값을 갖는다.

$$\begin{cases} \omega \rightarrow 0 \text{ 일때 } \sigma_i[G_{LQ}(j\omega)] \rightarrow \frac{1}{\omega \sqrt{\rho}} \\ \omega \rightarrow \infty \text{ 일때 } \sigma_i[G_{LQ}(j\omega)] \rightarrow \frac{1}{\omega \sqrt{\rho}} \end{cases} \quad (27)$$

이와 같이 설계 파라미터  $N_i$ 를 선정함으로써 바람직한 루프형상을 얻을 수 있고, 다음 나머지 설계 파라미터  $\rho_i$ 를 적절히 선정하여 루프형상을 위 아래로 움직여 요구되는 교차주파수 혹은 대역폭을 만족시킬 수 있다. 이제 선정된 설계 파라미터  $N_i$ 와  $\rho_i$ 를 이용하여 가중행렬  $Q_i = N_i^T N_i$ 와  $R_i = \rho_i I_i$ 를 계산하고, 이를 이용하여 제어대수 Riccati 식의 해를 구하여 제어게인행렬  $G$ 를 선정할 수 있다.

### 4. 루프형성 LQ 제어기 설계

LQ 제어시스템의 안정도-강인성 시험<sup>(9)</sup>을 위해서는 플랜트 입력측으로 반영된 모델링 오차를 고려해야 하고 플랜트 입력측에서 절단한 페루프 TFM  $C_i(s)$ 에 대하여 안정도-강인성 시험을 적용한다. 플랜트 입력측에서 절단한 페루프의 대역폭은 모델링 오차에 의해 제한을 받는다. 본 논문에서는 안정도-강인성을 유지하기 위하여 플랜트의 입력측에서 절단한 페루프 TFM  $C_i(s)$ 의 대역폭  $\omega_b$ 가 20 Hz = 126 rad/sec 이하가 되도록 설계하기로 한다.

연속 냉간압연 제어시스템 설계의 주 목적인 외란제거 성능을 좋게 하기 위해서는 플랜트 출력측으로 반영된 외란이 에너지 갖는 주파수역에서 플랜트 출력측에서 절단한 루프 TFM  $T(j\omega)$ <sup>(40)</sup>의 최소 특이값이 요구하는 외란제거 성능을 만족시킬 수 있는 값 이상으로 커야 한다.

연속 압연시스템의 외란 중 입력측에서의 모제 두께 변동이 가장 지배적이므로 연속 냉간압연 제어시스템 설계시 입력측의 두께 변동으로 인한 출력측의 두께 변동을 최소화 하는데 중점을 두기로 한다. 연속 냉간압연에서 모제의 두께 변동은 일반적으로  $1 \text{ Hz} \approx 6.3 \text{ rad/sec}$  이하에서 에너지를 가지므로 플랜트 출력측에서 절단한 루프 TFM  $T(j\omega)$ 의 최소 특이값이  $6.3 \text{ rad/sec}$  이하의 주파수역에서 충분한 외란제거 성능을 갖도록 저주파역에서 큰 값을 갖도록 한다.

또한 제어시스템이 센서잡음에 민감하지 않게 하기 위해서는 센서잡음이 에너지를 갖는 주파수역에서 플랜트 출력측에서 절단한 루프 TFM  $T(j\omega)$ 의 최대 특이값이 작게 되도록 하는 것이 바람직하다. 본 연구에서는 이 값이 센서잡음에 대한 저감도 성능을 만족시키기 위해  $60 \text{ Hz} \approx 377 \text{ rad/sec}$  보다 큰 고주파역에서의 장벽 ( $-10 \text{ dB}$ )보다 작은 값을 갖도록 한다.

이제 이상과 같은 설계사양이 만족되도록 각 압연 스탠드 ( $i=1\sim 5$ )의 설계파라미터  $Q_i$ 와  $R_i$ 를 다음과 같이 선정하기로 한다.

$$Q_i = N_i^T N_i, R_i = \rho_i I \quad (28)$$

여기서

$$N_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_i \end{bmatrix} \left[ (C_{P_i} (-A_{P_i})^{-1} B_{P_i})^{-1} (B_{P_i}^T B_{P_i})^T B_{P_i}^T \right]$$

위에 주어진 설계행렬  $N_i$ 는 식 (26)으로 표현되는 저주파 및 고주파에서 모든 입력방향에 대해 특이값을 일치시킴으로써 바람직한 루프형상을 얻을 수 있는 설계행렬  $N$ 에 설계 파라미터  $n_i$ 를 포함한 행렬을 곱하여 보정하였다. 그 이유는 식 (26)에서 주어진  $N_i$ 로 설계하면 플랜트 입력측에서 절단한 TFM  $T_i(j\omega)$ 의 특이값은 저주파 및 고주파역에서 모든 방향에서 일치될 수 있지만, 제어시스템 성능을 평가하기 위한 플랜트 출력측에서 절단한 루프 TFM  $T(j\omega)$ 에서는 특이값의 루프형상이 바뀌게 되어 일반적으로 만족스럽지 않게 되는 경우가 많다. 따라서 이를 보정하기 위하여 설계 파라미터  $n_i$ 를 제안하여, 적절한  $n_i$  값을 반복 설계하여 플랜트 출력측에서 절단한 루프 TFM  $T_i(j\omega)$ 가 바람직한 루프형상이 되는 값으로 선정한다.

## 5. 압연 제어시스템의 성능분석

루프형성 LQ 제어에 의한 압연 제어시스템의 외란제거 성능을 설계 파라미터를 보정한 경우와 보정하지 않은 경우에 대해 비교 검토하기로 한다. 압연 제어시스템의 기본 목표가 되는 압

연 모제의 판두께 변동을 최소화시키는 데 중점을 두어 압연 모제에 판두께 변동이 존재하고 각 압연 스탠드의 물에 편심이 존재하는 경우에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하기로 한다.

Fig. 5에는 No. 5 압연 스탠드에 대한 안정도-강인성을 조사할 수 있는 플랜트 입력측에서 절단한 루프 TFM  $T_{i5}(j\omega)$ , 그리고 제어시스템 성능 평가를 위한 플랜트 출력측에서 절단한 루프 TFM  $T_5(j\omega)$ 의 특이값선도가 표시되어 있다. Fig. 5로부터 교차주파수가 모든 방향에서  $20 \text{ Hz}$  이하이므로 요구되는 안정도-강인성을 만족할 수 있고, 또한 보정항을 추가하여 설계된 제어시스템이 특히 최대 특이값 방향의 교차주파수 근처에서 바람직한 루프 형상을 하고 있음을 알 수 있다.

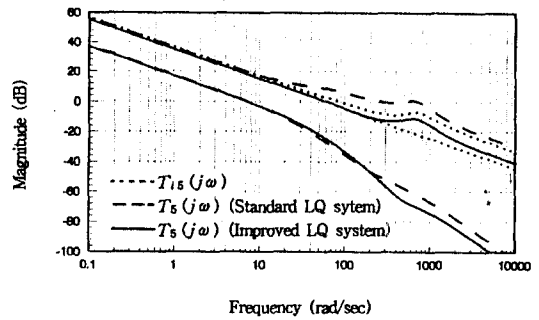


Fig. 5 Transfer function magnitude of LQ control system

Fig. 6은 개루프 시스템과 루프형성 LQ 제어시스템에서 No. 1, No. 3 그리고 No. 5 압연 스탠드들의 출력 판두께를 각각 나타낸다. 여기서는 비간섭 제어에 의해 압연 스탠드간의 간섭은 완전히 소거되었으며 압연 모제에는 진폭  $30\mu\text{m}$ , 주파수  $1 \text{ Hz}$  인 1 주기의 정현파 두께 변동이 존재한다고 가정하였다. Fig. 6a로부터 개루프 시스템에서 압연 모제 판두께 변동이 최종 압연 스탠드 출력에서 약  $1/10$ 로 그리고 LQ 제어시스템에서는 약  $1/30$ 로 감소되고 있음을 볼 수 있다. 따라서 루프형성 LQ 제어시스템은 판두께를 일정하게 유지하는 데 있어서 우수한 특성을 보이고 있다.

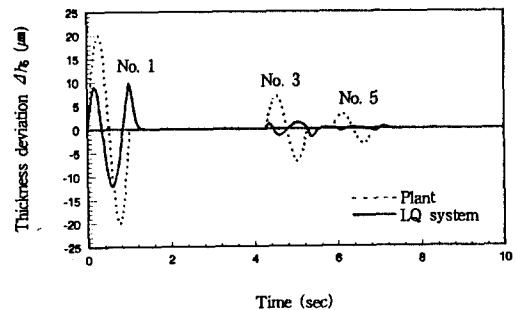


Fig. 6 Delivery strip thickness deviations of No. 1, No. 3, and No. 5 rolling stand

위의 경우는 비간섭 제어가 이상적으로 수행되었다고 가정할 것이다. 그래서 스탠드간의 간섭항이 제거되지 않은 압연 모델에 대한 시뮬레이션을 수행해 보기로 한다. Fig. 7은 압연 모재에 진폭  $30\mu\text{m}$ , 주파수 1Hz인 1 주기의 정현파 두께 변동이 존재할 때 압연기 출측의 두께 변동을 나타낸다. Fig. 7로부터 설계 파라미터  $N$ 을 보정하여 설계된 LQ 제어시스템의 경우에 두께 변동을 좀 더 감소시킬 수 있음을 알 수 있다. 보정항을 추가할 때 각 압연 스탠드에서의 두께 제어 성능에는 거의 변동이 없지만, 장력 제어 성능의 향상으로 압연 스탠드 간의 간섭이 줄어들기 때문에 압연기 출측의 판두께 변동이 감소되는 효과를 얻을 수 있다.

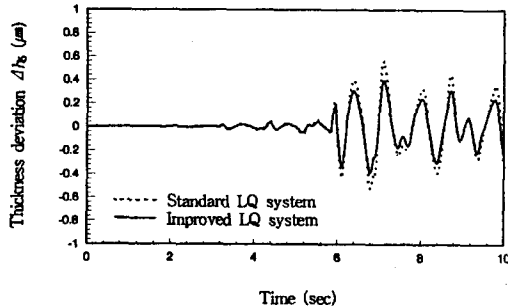


Fig. 7 Delivery strip thickness deviation of the tandem cold mills control system without non-interacting control

Fig. 8에는 각 압연스탠드의 롤에  $5\mu\text{m}$ 의 편심이 있을 때 압연기 출측의 판두께 변동이 나타나 있다. Fig. 8로부터 고주파역에서 에너지를 가지는 롤갭 변동에 대해서는 보정하여 설계된 LQ 제어시스템의 경우가 표준 루프형성 LQ 제어시스템에 비해 보다 더 큰 성능향상을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 그렇지만 모든 경우에 롤갭 변동에 대해서는 모재 두께 변동과 같은 우수한 외란제거 성능을 기대하기는 어려운 일임을 알 수 있다. 따라서 실제 연속 냉간 압연시스템의 성능향상을 위해서는 제어기 설계에 의한 성능향상뿐만 아니라 압연기 자체의 하드웨어적 특성이 우수해야 한다고 사료된다.

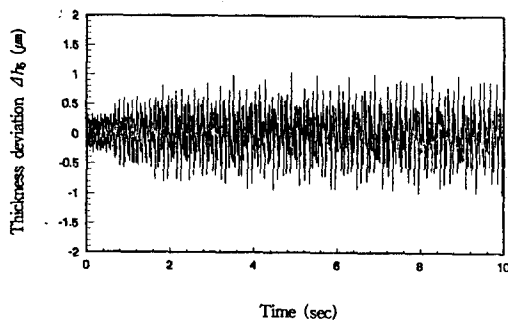


Fig. 8a Delivery strip thickness deviation due to roll gap deviation in case of the standard LQ system

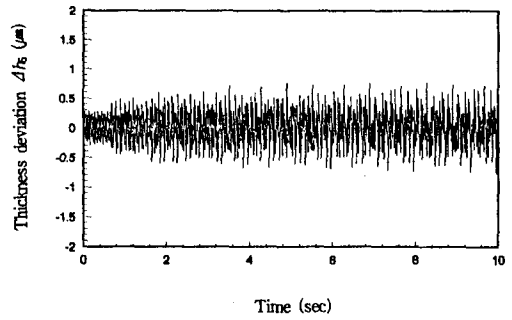


Fig. 8b Delivery strip thickness deviation due to roll gap deviation in the case of the improved LQ system

## 6. 결론

본 논문에서는 루프형성 LQ 제어기법을 도입하여 연속 냉간 압연시스템의 각 압연 스탠드에 대해 출측 판두께와 압연 스탠드간 장력을 일정하게 유지시키기 위한 판두께 및 장력 제어를 설계하였다. 압연 제어시스템의 일차적인 목적은 판두께를 일정하게 유지시키는 것이지만 연속 압연기에서는 두께 변동을 감소시키면 장력 변동이 커지는 경향이 있다. 장력 변동이 클 경우에 압연 과정중 압연재가 찢어질 가능성이 있고 또한 실제의 압연기에서 비간섭제어가 제대로 수행되지 않을 경우에는 전체 시스템의 성능이 크게 저하될 수 있으므로 바람직하지 못하다. 따라서 이러한 연속 압연시스템의 특성을 고려하여 루프형성 LQ 제어기 설계시 설계 파라미터에 보정항을 추가하였다. 새로운 압연 제어시스템은 모재의 판두께 변동에 대하여 우수한 판두께 및 장력제어 성능을 얻을 수 있었다. 그러나 고주파역에서 에너지를 갖는 또 다른 주요한 외란인 롤갭 변동에 대해서는 압연 제어시스템의 성능을 크게 기대할 수는 없다. 이것은 제어기 설계시 안정도-강인성 문제나 센서잡음에 대한 저감도 성능 그리고 하드웨어적인 특성 때문에 시스템의 대역폭에 한계가 있기 때문이다. 따라서 롤갭 변동에 대해서는 하드웨어적으로 외란의 요인을 작게 하여야 할 것으로 사료된다. 또한 우수한 성능의 압연 제어시스템의 구축을 위해서는 인접 압연 스탠드간의 간섭 효과를 줄일 수 있는 블록화 비간섭 제어기에 대한 연구가 더 보강되어야 할 것이다.

## 참고 문헌

- [1] Edward, W. J., "Design of Entry Strip Thickness Controls for Tandem Cold Mills", *Automatica*, Vol. 14, pp. 429-441, 1978.
- [2] Bryant, G. F., *Automation of Tandem Mills*, The Metal Society, Publication No. 160, London, 1973.
- [3] Safonov, M. G., "Robustness and Stability Aspects of Stochastic Multivariable Feedback System Design", Ph. D. Thesis, Dept. of EECS, M. I. T., 1979.

- [4] Athans, M., *Lecture Notes on Multivariable Control Systems*, M. I. T., 1986.
- [5] Bland, D. R. and Ford, H., "The Calculation of Roll Force and Torque in Cold Strip Rolling with Tensions", Proc. Institute of Mech. Eng., Vol. 159, pp. 144~153, 1948.
- [6] Ginzburg, V. B., "Basic Principles of Customized Computer Models for Cold and Hot Strip Mills", Iron and Steel Engineer, pp. 21~35, Sept. 1985.
- [7] Hoshino, I., Maekawa, Y., Fujimoto, T., Kimura, H. and Kimura, H., "Observer-based Multivariable Control of the Aluminum Cold Tandem Mill", Automatica, Vol. 24, No. 6, pp. 741-745, 1988.
- [8] Doyle, J. C. and Stein, G., "Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis", IEEE Trans. on AC, Vol. AC-26, pp. 4~16, 1981.
- [9] Lehtomaki, N. A., "Practical Robustness Measures in multivariable Control System Analysis", Ph. D. Thesis, Dept. of EECS, M. I. T., 1981.
- [10] 김종식, 선형 제어시스템 공학, 청문각, 1988.