

# 여유 자유도 매니플레이터의 작업공간 적응제어

°남현성, 유준  
충남대학교 공과대학 전자공학과

## Task-Based Adaptive Control of Redundant Manipulators

°Heon Seong Nam and Joon Lyou  
Dept. of Electrics Eng., Chungnam National Univ.

### Abstract

This paper present controller designs based on the configuration control framework for a redundant manipulator to accomplish the basic task of desired end-effector motion, while utilizing the redundancy to achieve the additional tasks such as joint motion control, obstacle avoidance, singularity avoidance, etc. A task based decentralized adaptive scheme is then applied for the configuration variables to track some reference trajectories as close as possible. Simulation results for a direct-drive three-link arm in the vertical plane demonstrate its capabilities for performing various useful tasks.

### 1. 서론

관절공간(joint space)의 자유도가 작업공간(task space)의 자유도보다 많을 때의 매니플레이터를 여유자유도를 갖는 매니플레이터라고 한다. 여유자유도를 갖는 매니플레이터는 기본 목표인 기준궤적 추적외에 여유자유도를 이용하여 다양한 부차적인 작업을 수행할 수 있다. 그러나 여유자유도 매니플레이터와 같이 자유도가 큰 매니플레이터일 경우 역기구학의 해를 구하는 것이 대단히 어려운 문제가 되고 또한 부하가 빈번히 변하거나 빠른 궤적을 추적할 때 매니플레이터의 동특성을 더 이상 무시할 수 없으므로, 복잡한 역기구학 방정식을 풀 필요가 없고 매니플레이터의 동특성을 고려한 작업공간 동적 제어방식의 도입이 요망된다.

최근 의사역행렬에 의존하지 않고 직접 작업공간상에서 매니플레이터의 형상을 제어하는(configuration control) 방법이 Seraji[2-4]에 의해 제시되었다. 이 방법은 부차적인 작업의 달성을 위한 매니플레이터의 형상이 반영된 기구학적 함수를 선정하고 이를 종단에 대한 원래의 기구학적 함수와 병합시켜 작업공간을 확장한 뒤 확장된 작업공간상에서 종단의 직교좌표 및 부차적인 작업에 관련된 형상변수들이 확장된 기준궤적을 추종하는 문제를 다룬다. 이렇게 함으로써 복잡한 역기구학 방정식을 풀 필요가 없고 매니플레이터의 동특성을 고려한 제어기의 설계가 보다 용이해진다.

본 연구에서는 형상제어의 framework하에서 다양한 부차적

인 작업목표에 대해 기구학적 함수를 선택하는 방법을 제시하고, 확장된 기준궤적의 추종오차를 줄이기 위하여 작업공간 동적 제어를 설계하며, 시뮬레이션을 통하여 본 방식의 유용성을 검토한다.

### 2. 형상 제어의 개요

형상 제어는 개념적으로 매니플레이터 종단이 기준 궤적을 추종하도록 함과 동시에 부차적인 작업목표에 부합되게 매니플레이터의 형상을 제어하는 방법이다[3].

■차원의 작업공간에서  $n(n>m)$ 개의 관절로 이루어진 매니플레이터에 대한 정기구학 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$Y = f(q) \tag{1}$$

여기서  $Y \in R^m$ 은 종단의 직교좌표 벡터이고,  $q \in R^n$ 은 관절각 벡터이며,  $f(q)$ 는 관절 각과 링크(link) 파라미터들에 관한 비선형 함수이다.  $r(n-m)$ 을 여유자유도라 부르며 이 여유자유도를 이용하여 여러가지 유용한 작업을 수행할 수 있다. 부차적인 작업목표가 주어졌을 때 이의 달성을 위해 매니플레이터의 형상이 반영된 기구학적 함수를 도입하자.

$$Z = g(q) \tag{2}$$

여기서  $g(q)$ 는  $r$ 차원의 벡터함수이고,  $Z$ 는 부차적인 작업에 관련된 형상변수들이다. 확장된 작업공간상에서의 정기구학 방정식과 기준궤적은 다음과 같이 정리된다.

$$X = \begin{Bmatrix} Y \\ Z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f(q) \\ g(q) \end{Bmatrix} \tag{3}$$

$$X_d(t) = \begin{Bmatrix} Y_d(t) \\ Z_d(t) \end{Bmatrix} \tag{4}$$

이제 문제는 여유자유도 매니플레이터의 동특성을 고려하면서 실제궤적  $X$ 가 기준궤적  $X_d$ 를 충실하게 추종하도록 작업공간 동적제어를 설계하는 것이다. 제어기로부터 생성되는 것은

힘(force)이므로 다음의 관계를 이용하여 관절토크를 계산한다.

$$\tau = \begin{bmatrix} J_o \\ J_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} F_o \\ F_c \end{bmatrix} = J^T F \quad (5)$$

여기서 F는 n차원의 힘 벡터이고, τ는 n차원의 토크 벡터이다.

이상의 내용은 요약하면 그림 1과 같다.

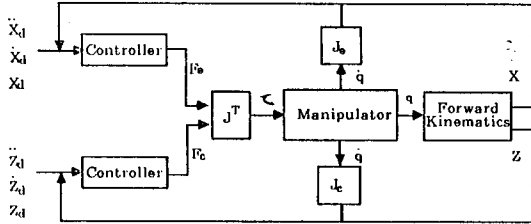


그림 1. 형상 제어기의 구조

### 3. 형상 제어기의 설계

매니플레이터의 형상 제어를 위해서는 부차적인 작업목표에 부합되는 기구학적 함수를 선정하고, 작업공간 동적제어기가 설계되어야 한다.

#### 3.1 부차적인 기구학적 함수의 선정

여유자유도의 적절한 사용을 통하여 우리가 최적화하고 싶은 목적함수를  $\phi(q)$ 라 하자. 스칼라(scalar) 함수  $\phi(q)$ 는 매니플레이터의 기구학적 성능을 평가하는 어떤 것이라도 될 수 있다(예: 조작성). 그러면 형상제어 문제는 종단의 정기구학 방정식인  $Y=f(q)$ 의 제약아래서  $\phi(q)$ 를 최적화하는 관절배치  $q$ 를 구하는 것이 된다[3]. 이 최적화 문제의 해는 Lagrange Multiplier를 이용하여 구할 수 있다. 동호 제약조건이 포함된 목적함수를 정의하고

$$\phi^*(q) = \phi(q) + \lambda^T [Y - f(q)] \quad (6)$$

여기서  $\lambda \in R^r$ 은 Lagrange Multiplier, 최적해가 되기 위한 필요조건을 유도하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi^*}{\partial q} = 0 \rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial q} = \left( \frac{\partial f}{\partial q} \right)^T \lambda = J_o^T \lambda \quad (7)$$

$$\frac{\partial \phi^*}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow Y = f(q) \quad (8)$$

(7)의 변형된 형태를 얻기 위하여  $n \times r$ 차원이고 full-rank인 행렬  $N_o$ 를 도입하자. 이때  $N_o$ 의 열들(columns)은 종단의 자코비안 행렬  $J_o \in R^{m \times n}$ 의 null space  $\in R^r$ 를 span하도록 선택된다. 즉  $N_o$ 의 열들은  $J_o N_o = 0$ 이 되도록 (null space의 bases가 되도록) 선택한다. (7)의 양변에 앞쪽에서부터  $N_o^T$ 를 곱하면

다음의 간략화된 최적조건이 도출된다.

$$N_o^T \frac{\partial \phi}{\partial q} = 0 \quad (9)$$

참고로 (9)식은  $\phi$ 의 gradient를  $J_o$ 의 null space에 투영하였을 때 0이 되어야 한다는 것을 의미한다. 이제 부차적인 기구학적 함수(이하 부가함수로 약함)는 (9)와 관련하여 다음과 같이 선정될 수 있다.

$$Z = g(q) = N_o^T \frac{\partial \phi}{\partial q} \quad (10)$$

$$Z_d = 0 \quad (11)$$

경우에 따라서는 매니플레이터의 주변환경으로부터 부과되는 기구학적 구속조건을 자연스럽게 부가함수로 채택하기도 한다. 예를 들어 장애물 회피가 이에 해당된다. 만약 구속조건이 등식으로 주어졌다면

$$\rho(q) = a \quad (12)$$

여기서  $\rho$ 는 r차원의 벡터함수이고 a는 r차원의 상수벡터. 부가함수는 다음과 같이 선정된다.

$$Z = g(q) = \rho(q) \quad (13)$$

$$Z_d = a \quad (14)$$

구속조건이 부등식( $\geq$  또는  $\leq$ )으로 주어졌다면 구속조건이 위배될 때만 여유자유도를 사용하면 되므로 위배시에( $<$  또는  $>$ ) 등식을 만족하도록 처리해 주면 된다.

#### (1) 특이점 회피

종단이 기준궤적을 추종하도록 하는데 있어 특이점 회피는 중요한 문제이다. Yoshikawa[1]는 조작성(manipulability)이라는 성능지수를 정의해서 조작성을 향상시키면 매니플레이터가 특이점을 회피할 수 있다고 보았다. 조작성은 다음과 같이 정의된다.

$$\text{조작성} = \sqrt{\det(J_o J_o^T)} \quad (15)$$

조작성이 0이면 매니플레이터가 특이점에 빠져서 자유도가 상실되므로 어떤 방향으로 무한대의 토크를 인가해도 움직일 수 없다. 조작성이 0 이외의 값을 가지도록 매니플레이터의 형상을 조절한다면 특이점을 회피할 수 있다. (15)에서 알 수 있듯이 조작성은 자코비안과 관계가 있고 자코비안은 관절 각의 함수이다. 특이점 회피를 위하여 부가함수를 다음과 같이 선택한다.

$$Z = \sqrt{\det(J_o J_o^T)} \quad (16)$$

이때  $Z_n$ 는 임의의 양의 상수이다.

### (2) 하중 토오르크의 감소

매니플레이터 동력학에서 중력에 의한 토오르크는 매니플레이터의 형상에 따라 큰 차이를 보인다. 따라서 종단이 기준궤적을 추종할때 하중 토오르크를 가능하면 적게 유발하는 형상을 찾기 위해 목적함수를 다음과 같이 정한다[4].

$$\phi(q) = \sum_{i=1}^n w_i [b_i(q)]^2 \quad (17)$$

여기서  $w_i$ 는  $i$ 번째 링크의 중력항  $b_i(q)$ 에 대한 양의 가중치이다. 가중치를 크게 함으로써 무거운 링크의 하중 토오르크를 줄일 수 있으며, 이의 달성을 위한 기구학적 함수는 (10) 및 (11)과 같이 선정된다.

### (3) Mechanical Advantage 향상

매니플레이터가 주변장치와 접촉하면서 일할때 접촉력으로 부터 관절이 받는 토오르크는 매니플레이터의 형상에 따라 다르다. 바꾸어 말하면 일정한 접촉력을 내기 위해 가해주어야 될 관절 토오르크는 형상에 따라 다르다. [4]에서는 Mechanical Advantage라는 성능지수를 다음과 같이 정의하여

$$MA = \frac{\|F\|}{\|\tau_c\|} \quad (18)$$

여기서  $\tau_c = J_c^T F_c$ . MA가 크면 일정한 접촉력  $F_c$ 에 대해 관절 토오르크  $\tau_c$ 의 크기(norm)를 작게 하는 형상이라 간주하였다. 종단이 일정한 접촉력이 요구되는 기준궤적을 추적할때  $\tau_c$ 를 가능하면 적게 인가해도 되는 형상을 찾기 위해 목적함수를 다음과 같이 정한다[4].

$$\phi(q) = \sum_{i=1}^n w_i \tau_{ci}^2 \quad (19)$$

여기서  $w_i$ 는  $i$ 번째 관절 토오르크  $\tau_{ci}$ 에 대한 양의 가중치이다. 가중치를 크게 함으로써 부담이 큰 관절의 토오르크를 줄일 수 있으며, 이의 달성을 위한 기구학적 함수는 (10) 및 (11)과 같이 선정된다.

### (4) Compliance 감소

부하 하중이 변하거나 외부로 부터의 힘(외란)이 작용할때 매니플레이터 종단에 변위가 발생한다. 이때 변위  $\Delta Y$ 와 힘의 변화량  $\Delta F$  사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\Delta Y = A(q)\Delta F \quad (20)$$

여기서  $A(q)$ 는 형상에 의존하는  $n \times m$ 차원의 compliance행렬이다. 종단의 기준궤적을 추적할때 (20)의  $\Delta Y$ 를 가능하면 적게 유발하는 형상을 찾기 위해 목적함수를 다음과 같이 정한다 [4].

$$\phi(q) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_{ij}^2(q) \quad (21)$$

여기서  $a_{ij}$ 는  $A$ 의  $(i, j)$ 번째 원소이다. 목적함수 (21)을 최소화하기 위한 기구학적 함수는 (10) 및 (11)과 같이 선정된다.

### 3.2 작업공간 동적 제어기의 설계

산업용 로봇에 적용되고 있는 제어기는 일반적으로 미리 결정된 상수 이득에 의해 각 관절의 독립적으로 제어되는 독립 관절제어기를 기본으로 하고 있어 집어서 옮겨 놓기와 같은 단순 반복적인 작업을 원만히 수행할 수 있으나, 부하(payload)가 빈번히 변하거나 빠른 궤적을 추적할 경우에 만족할 만한 성능을 기대할 수 없다. 이는 비선형적이고, 관절운동간의 상호연관이 심하게 나타나며, 시스템 파라미터의 불확실성이 내포된 (예: 부하 하중의 변동) 매니플레이터의 동특성을 직접적으로 고려하지 않았기 때문이다.

독립 관절제어기가 갖는 미비점을 보완하기 위하여 매니플레이터의 동적 모델에 기반을 둔 방법과 적용 제어를 이용하는 방법이 활발히 연구되어 왔다[5,6]. Computed Torque Method[5]로 대표되는 전자의 방법은 상당히 정확한 동적 모델을 요구하여 모델링 오차가 큰 경우에 성능 저하가 현저하고, 복잡한 모델의 사용으로 인하여 제어 계산량이 방대해지는 단점을 가진다. 반면에 후자의 방법은 동적 모델에 관한 자세한 사전 지식이 없어도 적용기구를 통하여 제어입력을 구하므로 전자의 방법에 비해 계산량을 많이 줄일 수 있으나, 대부분[6]이 집중식 구조로 편성되어 계산량 측면에서 여전히 개선의 여지를 남긴다. 근래에 비집중 적용 제어기법을 매니플레이터에 도입하는 연구가 관심있게 진행되고 있다[7]. 이는 각 자유도를 하나의 부시스템으로 간주하여 각 부시스템 마다 극부 적용제어기를 구성하는 접근 방식이다. 분산형의 간단한 제어구조를 도입함으로써 계산량 부담이 더욱 줄고 매니플레이터의 넓은 동작범위에 대해 비교적 만족스러운 성능을 얻을 수 있다.

본 연구에서는 [7]의 설계 개념을 바탕으로 여유자유도 매니플레이터의 확장된 기준궤적 추적을 위한 작업공간 비집중 적용 제어방식이 제시되었다. 본 방식과 [7]의 방식을 비교해 보면 극부제어기가 앞먹임(feedforward)과 되먹임(feedback) 부분으로 구성되는 측면에서 구조상 비슷하나, 극부 제어입력을 구하는데 필요한 제어 파라미터가 다르고 따라서 적용기구에 차이가 있고 적용법칙은 [7]의 것에 비해 간단한 형태로 유도된다. 이는 [7,8]의 Lyapunov 설계법을 응용하여 얻어진 결과이다.

직교좌표계에서 여유자유도·매니플레이터의 종단 및 부차적인 작업에 관련된 정상변수들이 추종할 원하는 궤적이  $(x_{d1}, \dot{x}_{d1}, \ddot{x}_{d1})$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  으로 주어졌을 때 위치, 속도, 가속도 오차와 극부제어기가 활용하게 될 신호들을 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i &= x_i - x_{d1}, \quad \tilde{\dot{x}}_i = \dot{x}_i - \dot{x}_{d1}, \quad \tilde{\ddot{x}}_i = \ddot{x}_i - \ddot{x}_{d1} \\ s_i &= \tilde{x}_i + \lambda_i \tilde{\dot{x}}_i \\ \tilde{x}_{ri} &= \dot{x}_{d1} - \lambda_i \tilde{x}_i, \quad \tilde{\dot{x}}_{ri} = \ddot{x}_{d1} - \lambda_i \tilde{\dot{x}}_i \end{aligned} \quad (22)$$

여기서  $\lambda_i$ 는 양의 상수로 선정되는 설계변수이다. 이제 추종 오차를 (가능하면 빨리) 0으로 보내기 위하여, Lyapunov 설계법[7, 8]에 입각한 분산형 적응제어기를 다음과 같이 제시한다.

$$f_i = \hat{d}_i(t) + \hat{c}_{11}(t)\tilde{\dot{x}}_{ri} + \hat{h}_{11}(t)\tilde{\ddot{x}}_{ri} - k_1 s_i \quad (23)$$

$$\dot{\hat{d}}_i = -\gamma_{11} s_i \quad (24)$$

$$\dot{\hat{c}}_{11} = -\gamma_{12} s_i \tilde{\dot{x}}_{ri} \quad (25)$$

$$\dot{\hat{h}}_{11} = -\gamma_{13} s_i \tilde{\ddot{x}}_{ri}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (26)$$

여기서  $\hat{d}_i(t)$ ,  $\hat{c}_{11}(t)$ ,  $\hat{h}_{11}(t)$ 는 조정변수들로서 적용기구(24)-(26)을 통하여 매순간 계산된다.  $\gamma_{11}$ ,  $\gamma_{12}$ ,  $\gamma_{13}$ 는 가중치로서 양의 상수로 선택되며,  $k_1 > 0$ 는 고정된 비례 미분이득으로서 추종오차의 과도 특성을 개선하기 위하여 첨가되었다.

본 작업공간 동적제어기는 그림 2와 같이 편성된다.

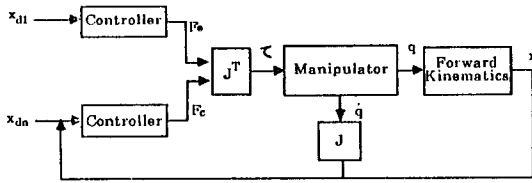


그림 2. 작업공간 동적제어기의 구조

#### 4. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션 대상은 수직 평면상을 움직이는 직결 구동형(direct-drive) 3축 매니플레이터이다[5]. 대상 매니플레이터의 기구학 방정식과 자코비안 행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(q_1) & \cos(q_2) & \cos(q_3) \\ \sin(q_1) & \sin(q_2) & \sin(q_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\sin(q_1) & -\sin(q_2) & -\sin(q_3) \\ \cos(q_1) & \cos(q_2) & \cos(q_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = J_a \dot{q} \end{aligned}$$

이로부터  $J_a N_a = 0$ 을 만족하는 행렬  $N_a$ 를 구할 수 있다.

$$N_a^T = [ \sin(q_3 - q_2) \quad \sin(q_1 - q_3) \quad \sin(q_2 - q_1) ].$$

대상 매니플레이터에 대한 동역학 방정식은 다음과 같이 비선

형 벡터 미분방정식으로 표현된다.

$$\tau = H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q)$$

여기서  $H(q)$ 는  $3 \times 3$ 관성행렬이고,  $C(q, \dot{q})$ 는 원심력과 코리올리스(Coriolis)력 벡터이고,  $G(q)$ 는 중력 벡터이다[4].

이제 매니플레이터의 종단이 추적해야 될 기준궤적을 설정하자. 특이점 회피에 대한 기준궤적은 직교 좌표상에서 매니플레이터 팁(tip)이 1초동안 초기위치  $x_{init} = 1.5$ ,  $y_{init} = 0.867$  에서 최종위치  $x_{final} = 1.1$ ,  $y_{final} = 1.3$  까지 직선을 그리도록 계획하였다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_d &= 1.5 + ((1.1 - 1.5)/2\pi)(2\pi t - \sin 2\pi t) \text{ meter} \\ y_d &= 0.867 + ((1.3 - 0.867)/2\pi)(2\pi t - \sin 2\pi t) \text{ meter} \end{aligned}$$

하중 토오크의 감소, Mechanical Advantage 향상, Compliance 감소에 대한 기준궤적은 직교 좌표상에서 매니플레이터 팁이 1초동안 초기위치  $x_{init} = 1$ ,  $y_{init} = 2$  에서 최종위치  $x_{final} = 1.5$ ,  $y_{final} = 2$  까지 직선을 그리도록 계획하였다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_d &= 1 + ((1.5 - 1)/2\pi)(2\pi t - \sin 2\pi t) \text{ meter} \\ y_d &= 2 \text{ meter} \end{aligned}$$

#### (1) 특이점 회피

대상 매니플레이터에 대한 조작성은 구체적으로 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \text{조작성} &= \sqrt{\det(J_a^* J_a^*)} \\ &= \sqrt{1.5 - 0.5(\cos(2(q_1 - q_2)) + \cos(2(q_2 - q_3)) + \cos(2(q_3 - q_1)))} \end{aligned}$$

조작성이 0이 아닌 값을 가진다면 특이점을 회피할 수 있다. 즉,  $\cos(2(q_1 - q_2)) + \cos(2(q_2 - q_3)) + \cos(2(q_3 - q_1)) = 0$ 이면 조작성은 0이 아닌 값을 갖는다.

특이점 회피를 위하여 조작성이 0이 안되도록 부가함수(15), (16)를 다음과 같이 정하자.

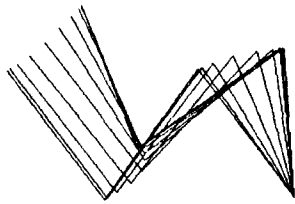
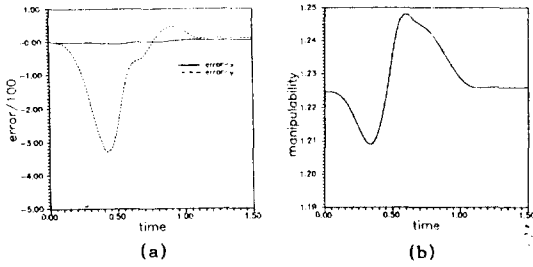
$$\begin{aligned} Z &= \cos(2(q_1 - q_2)) + \cos(2(q_2 - q_3)) + \cos(2(q_3 - q_1)) \\ Z_d &= 0 \end{aligned}$$

그리고 비집중 적용 제어기의 설계변수들을 다음과 같이 선정하여

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 50, \quad \lambda_2 = 50, \quad \lambda_3 = 15 \\ \gamma_1 &= 10, \quad \gamma_2 = 10, \quad \gamma_3 = 100 \\ k_1 &= 700, \quad k_2 = 700, \quad k_3 = 300 \end{aligned}$$

시뮬레이션한 결과가 그림 3에 주어져 있다. (a)는 기준궤적과 실제궤적사이의 오차를 나타내며 매니플레이터 팁이 기준궤적을 잘 추종하고 있음을 알 수 있다. (b)는 조작성 수치로서 조작성이 0이 아닌 값을 가짐을 알 수 있다. (c)는 매니플

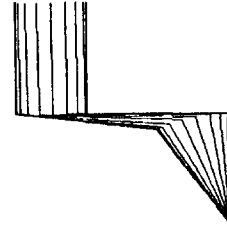
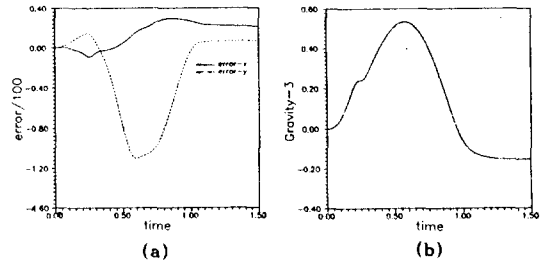
레이터의 형상변화를 보여주고 있다. 매니플레이터의 형상이 각 관절각을 조금씩 움직여서 뒷울 초기위치에서 최종위치까지 이동시키며 특이점을 회피함을 알 수 있다.



(c)  
그림 3. 특이점 회피

- (a) 기준궤적과 실제궤적의 오차 (b) 조작성  
(c) 매니플레이터의 형상변화

목적함수상에서 세번째 링크만을 고려하였기 때문에  $q_3$ 는  $90^\circ$ 의 수직자세로 부터 거의 변하지 않고  $q_1$ 과  $q_2$ 에 의해 기준궤적을 추종함을 알 수 있다.



(c)

그림 4. 하중 토오크의 감소

- (a) 기준궤적과 실제궤적의 오차 (b) 세번째 링크의 중력 토오크 (c) 매니플레이터의 형상변화

## (2) 하중 토오크의 감소

세번째 링크의 중력 토오크를 적게 유발시키기 위한 목적함수를 도입하고

$$\Phi_{GT} = G_3(q)^2$$

$\Phi_{GT}$ 를 최소화하는 부가함수를 (10)과 (11)식에 의거하여 구하면 다음과 같다.

$$Z = N_6^T \frac{\partial \Phi_{GT}}{\partial q} = -25g^2 \sin(q_2 - q_1) \sin(2q_3)$$

$$Z_d = 0$$

비집중 적용 제어기의 설계변수들을 다음과 같이 선정하여

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 40, \lambda_2 = 40, \lambda_3 = 50 \\ \gamma_1 &= 200, \gamma_2 = 200, \gamma_3 = 70 \\ k_1 &= 1000, k_2 = 1000, k_3 = 300 \end{aligned}$$

시뮬레이션한 결과가 그림 4에 주어져 있다. (a)는 기준궤적과 실제궤적 사이의 오차를 나타내며, 매니플레이터 뒷울 기준궤적을 잘 추종하고 있음을 알 수 있다. (b)는 세번째 링크의 하중 토오크로서 그 값이 상당히 작음을 볼 수 있다. (c)는 매니플레이터의 형상변화를 보여주고 있다. 어떤 링크가 하중 토오크를 적게 받으려면 지면에 대해 수직이어야 한다.

## (3) Mechanical Advantage 향상

매니플레이터가 직교좌표상에서 접촉력  $F = [0 \ 1]^T$ 을 내기 위해 가해 주어야 될 관절 토오크  $\tau_c$ 는 다음과 같다.

$$\tau_c = J_d F = \begin{bmatrix} -\sin(q_1) & -\sin(q_2) & -\sin(q_3) \\ \cos(q_1) & \cos(q_2) & \cos(q_3) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(q_1) \\ \cos(q_2) \\ \cos(q_3) \end{bmatrix}$$

MA를 향상시키기 위하여서는  $\tau_c$ 를 작게 해야 하는데, 첫번째 관절 토오크만을 고려한 목적함수를 도입하여

$$\Phi_{MA} = \tau_{c1}^2$$

$\Phi_{MA}$ 를 최소화시키는 부가함수를 (10)과 (11)에 의거하여 구하면 다음과 같다.

$$Z = N_6^T \frac{\partial \Phi_{MA}}{\partial q} = \sin(q_3 - q_2) \sin(2q_1)$$

$$Z_d = 0$$

비집중 제어기의 설계변수들은 다음과 같이 선정하여

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 150, \lambda_2 = 150, \lambda_3 = 50 \\ \gamma_1 &= 300, \gamma_2 = 300, \gamma_3 = 200 \end{aligned}$$

$$k_1 = 3000, k_2 = 3000, k_3 = 2000$$

시뮬레이션한 결과는 그림 5에 주어져 있다. (a)는 기준궤적과 실제궤적 사이의 오차를 나타내며, 매니플레이터 뒷이 기준궤적을 잘 추종하고 있음을 알 수 있다. (b)는 y축 방향으로의 접촉력, (c)는 매니플레이터의 형상변화를 보여주고 있다. (c)로부터 첫번째 관절각  $q_1$ 이  $\pi/2$ 를 유지함을 관찰할 수 있다. 이는  $q_1$ 이  $\pi/2$ 일때 부가함수 값이 0(최소)이 되는 직각과 일치한다.

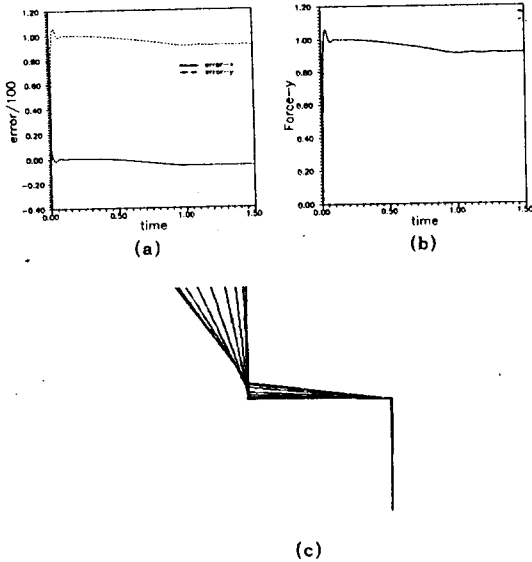


그림 5. Mechanical Advantage 향상

- (a) 기준궤적과 실제궤적의 오차 (b) y축 방향으로의 접촉력  
(c) 매니플레이터의 형상변화

#### (4) Compliance 감소

대상 매니플레이터의 compliance 행렬은 다음과 같이 주어진다[4].

$$A(q) = \begin{pmatrix} \sin^2(q_1)/k_1 + \sin^2(q_2)/k_2 & -\sin(2q_1)/2k_1 - \sin(2q_2)/2k_2 \\ \sin^2(q_3)/k_3 & -\sin(2q_3)/2k_3 \\ -\sin(2q_1)/2k_1 - \sin(2q_2)/2k_2 & \cos^2(q_1)/k_1 + \cos^2(q_2)/k_2 \\ -\sin(2q_3)/2k_3 & \cos^2(q_3)/k_3 \end{pmatrix}$$

여기서  $k_i$ 는 각 관절의 stiffness상수이다.  $k_i=1.25, i=1,2,3$ 으로 하고 매니플레이터가 5kg의 부하를 취급한다 했을때 부하하중에 의해 종단에 변위가 발생한다.

A의 첫번째 대각원소  $A_{11}$ 을 작은 값으로 유지시켜 줌으로써 x축 변위를 줄일 수 있으므로, 이의 달성을 위한 부가함수를 (13)와 (14)에 입각하여 다음과 같이 정하자.

$$A_{11} = \sin^2(q_1)/1.25 + \sin^2(q_2)/1.25 + \sin^2(q_3)/1.25 = 1.6$$

$$Z = \sin^2(q_1)/1.25 + \sin^2(q_2)/1.25 + \sin^2(q_3)/1.25$$

$$Z_d = 1.6$$

비집중 적응 제어기의 설계변수들은 다음과 같이 선정하여

$$\lambda_1 = 100, \lambda_2 = 100, \lambda_3 = 0.1$$

$$\gamma_1 = 100, \gamma_2 = 100, \gamma_3 = 0.1$$

$$k_1 = 1000, k_2 = 1000, k_3 = 3000$$

시뮬레이션한 결과는 그림 6에 주어져 있다. (a)는 기준궤적과 실제궤적 사이의 오차를 나타내며, 매니플레이터 뒷이 기준궤적을 잘 추종하고 있음을 알 수 있다. (b)는  $A_{11}$ 값의 변화, (c)는 매니플레이터의 형상변화를 보여주고 있다. (c)로부터 x축 변위가 상대적으로 적음을 알 수 있다.

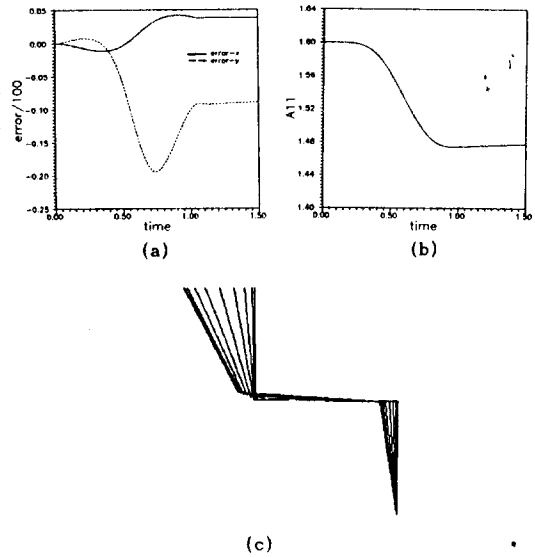


그림 6. Compliance 감소

- (a) 기준궤적과 실제궤적의 오차 (b)  $A_{11}$   
(c) 매니플레이터의 형상변화

#### 5. 결론

본 논문에서는 최근 Seraji에 의해 제시된 형상제어 framework하에서 작업공간 동적 제어기를 설계하였다. 구체적으로 특이점 회피, 하중 토오크의 감소와 같은 부차적인 작업의 달성을 위한 매니플레이터의 형상이 반영된 기구학적 함수를 선정하고, 이를 종단에 대한 원래의 기구학적 함수와 병합시켜 작업공간을 확장한 뒤 작업공간상에서 종단의 직교좌표 및 부차적인 작업에 관련된 형상변수들이 확장된 기준궤적을 추종하는 문제를 다루었으며, 확장된 기준궤적의 추종오차를 줄이면서 계산량 부담이 거의 없는 작업공간 비집중 적응 제어가 설계되었다. 아울러 수직평면상을 움직이는 직결구동

형(direct-drive) 3축 매니플레이터(여유자유도는 하나)를 대상으로 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 본 제어 방식을 적용해 본 결과, 기준궤적의 추적 외에 선택된 부차적인 작업이 만족스럽게 수행됨을 알 수 있었다.

본 연구에서는 부차적인 작업목표를 개별적으로 취급하였으나 여유자유도가 2이상인 경우에 여러개의 부차적인 기구학적 함수를 동시에 최적화(multi-objective optimization)시키는 문제의 해결이 추후과제이다.

#### 참 고 문 헌

- [1] T. Yoshikawa, "Analysis and control of robot manipulators with redundancy," in Proc. 1st Int. Symp. on Robotics Research (Bretton Woods, NH, 1983), pp. 735-747.
- [2] H. Seraji, "Configuration control of redundant manipulators : theory and implementation," IEEE J. Robotics & Automation, Vol. 5, pp. 472-490, 1989.
- [3] H. Seraji and R. Colbach, "Improved configuration control for redundant manipulators," J. Robotics Systems, Vol. 7, pp. 897-928, 1990.
- [4] H. Seraji, "Task-based configuration control of redundant manipulators," J. Robotics Systems, Vol. 9, pp. 411-451, 1992.
- [5] R. P. Paul, Robot manipulators : mathematics, programming and control, MIT Press, 1981.
- [6] T. C. Hsia, "Adaptive control of robot manipulators-a review," in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, (San Francisco CA, 1986), pp. 183-189.
- [7] H. Seraji, "Decentralized adaptive control of manipulators : theory, simulation and experimentation," IEEE J. Robotics and Automation, Vol. 5, pp. 183-201, 1989.
- [8] J. J. E. Slotine and W. Li, "On the adaptive control of robot manipulators," Int. J. Robotics Research, Vol. 6, pp. 49-59, 1987.