

몬테카를로 방법에 의한 제어기의 강건성해석

정우용, 홍성경, 김종성
국방과학연구소

A Analysis of the Robustness of a Controller by Monte-Carlo Method

Wooyoung Jung, Sengkeong Hong, Jongseong Kim
Agency for Defense Development

ABSTRACT

In this paper, the Monte-Carlo method was applied to the controller robustness evaluation problems with respect to the uncertainty of critical plant parameters. The plant studied is a aerial vehicle. The variable parameters are nondimensional stability derivatives, inertias. The nominal nondimensional stability derivatives were obtained from wind tunnel test. Also the nominal inertia parameters were calculated from the mass distribution along the vehicle axes. But the parameters obtained from the test or calculations are at best probable and always contain some uncertainties which one can not figure out. So some kinds of robustness evaluation method should be applied. The parametric robustness of the designed classical controller evaluated by the method turned out to be satisfactory.

1. 서론

무인 항공기의 경우 원격 조종의 어려움으로 인하여 사실상 조종사는 유인기와는 달리 비행 자동 조종 장치의 도움이 없이는 조종이 불가능하다.

이와같은 이유로 인해 비행 자동 조종 장치의 개발은 무인 항공기의 개발에 있어서 중요한 위치를 점하고 있다.

따라서 비행 자동 조종 장치의 하드웨어 및 소프트웨어를 시험 및 평가하는 일도 중요하다 하겠다.

그리고 비행 자동 조종 소프트웨어 (Autopilot) 는 비행영역 (Flight envelop) 중 순항 조건을 기준으로 설계가 되어 있다. 비행 영역이 그리 크지 않으므로 비행영역안에서의 공력 계수의 변화도 크지 않으리라 생각된다.

그러나 공력 계수가 변화하지 않더라도 풍동실험에서 추출된 값들은 실험 조건에 따라 다소간의 오차를 가지고 있고 그 오차들의 범위라든지 방향은 정확히 알 수가 없다. 만약 수행된 풍동 실험의 실험오차가 상대적으로 크다 생각되면 문제는 더욱 커진다.

그리고 공력 계수들의 불확실성의에도 다른 비행 변수들의 값들도 마찬가지로 불확실하다.

실제비행시 비행체의 진 (true) 공력계수들과 설계시 비행체 모델에 쓰인 공력계수들 간에 많은 차이가 난다면 비행 자동 조종 소프트웨어의 설계 성과와는 상이한 결과를 비행시 얻게 되어 최악의 경우 비행체의 손실을 가져오고 적어도 의도한 임무를 수행할 수 없게 된다.

그러므로 공력 계수를 포함한 비행체 변수의 불확실성에 대한 비행 자동 조종 소프트웨어 즉 제어기의 성능과 안정성이 어느 정도 보장될 수 있나 아는 것은 매우 중요하다.

이를 고전적인 제어기의 설계에서는 위상 여유 (phase margin) 와 이득 여유 (gain margin) 로 다루고 있으나 이는 비행 변수의 불확실성과는 직접 관련지어 생각할 수 없다.

따라서 본 연구에서는 공력 계수를 포함한 비행 변수의 변화 가능한 범위와 분포에 대해서 적절한 가정을 근거로 통계학적 모의 실험인 몬테 카를로 시뮬레이션을 수행하여 설계된 고전적 제어기 (classical

여기서는 불확실성의 확률적인 분포는 균일한 (uniform) 분포와 정규 (gaussian) 분포인 경우 두가지를 고려하였다. 정규 분포인 경우는 표준 편차를 위의 값으로 정하였다. (그림 1)

위에 정의된 바와 같이 중운동과 횡운동에 큰 영향을 미치는 공력 계수들의 변화 가능성은 매우 크다.

이러한 변수들의 변화에 대해 우리들의 관심사는 비행체 모델과 제어를 포함한 전체모델의 안정성과 성능이 얼마나 변화할 것인가이다.

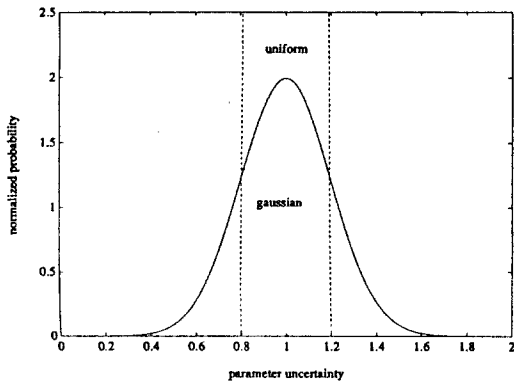


그림 1 비행변수 불확실성의 분포의 예

4. 몬테 카를로 모의 실험

우리가 공력 계수의 변화 가능한 범위와 분포에 대해서 적절한 가정을 할 수 있다면 흥미로운 통계학적 모의 실험을 할 수가 있게 된다.

이것이 사람들이 칭하길 몬테 카를로 모의 실험이라고 하는 것이다.

몬테 카를로 모의 실험이란 간단히 말하자면 우리가 어떤 사건이 일어날 확률을 아는 방법은 두가지가 있는데 첫 방법은 그 사건이 일어나는 내부적인 메카니즘 (mechanism) 을 파악해서 그 확률을 이론적으로 계산하는 것이고 두번째 방법은 여러번의 독립시행을 통하여 시행의 숫자를 충분히 크게 할수가 있다면 진 (true) 확률에 근접한 값을 얻을 수가 있을 것이다.

여기서 후자의 경우를 몬테카를로방법이라고 한다.

이 방법을 비행자동 조종 소프트웨어의 강건성평가에 적용시킨다면 각 공력 계수별로 변화 가능한 범위 내의 충분히 많은 수의 공력 계수들의 조합에 대하여 비행 자동 조종 소프트웨어 즉 제어기를 포함한 폐루프 (closed-loop) 의 성능 지표 (performance index) 분포를 통하여 제어기의 성능 강건성 (performance robustness) 을 알 수 있게 된다.

여기서 사용자의 판단과 상황에 따라 임의의 성능 지표를 사용할 수 있다.

그리고 안정 강건성 (stability robustness) 은 증대된 (augmented) 시스템행렬의 고유치를 복소평면 (complex plane) 위에 나타냄으로서 알 수 있다.

그래서 이를 확률적 근궤적 (Stochastic root locus) 이라고도 한다.

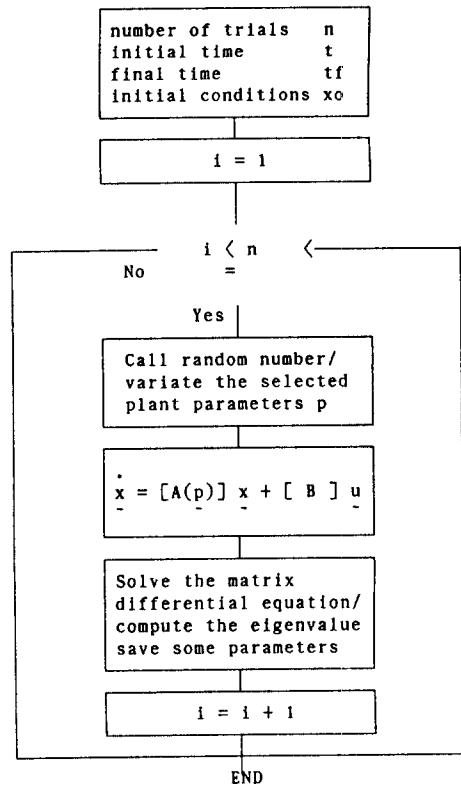


그림 2 Monte-Carlo simulation 의 계산흐름도

controller) 의 안정성과 성능의 강진성에 대한 평가를 수행하였다.

2. 비행제 및 제어기의 수학적 모델

2.1 피치 제어 폐루프 (Pitch control closed loop)

제어기의 형태는 내부 루프에 피치 댐퍼 (damper) 를 포함하고 있고 외부 루프에는 비례-적분기를 사용한다.

피치/피치 변화율 제어기를 중운동 상태 공간 행렬 미분 방정식에 증대 (augmented) 시켜 표현하면 아래와 같이 증대된 상태 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = [A]x + [B]u$$

그리고 상태 변수와 제어 입력의 정의는 아래와 같다.

$$x = [u \quad w \quad q \quad \theta \quad h \quad \delta e \quad \theta i]'$$

$$u = [\theta c]'$$

그때의 시스템행렬 A 의 차원 (dimension) 은 원래 중운동의 6 에서 7 로 증대되었다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_u & \dot{X}_w & 0 & -g \cos(\theta_0) & 0 & X \delta e & 0 \\ \dot{Z}_u & \dot{Z}_w & u_0 & -g \sin(\theta_0) & 0 & Z \delta e & 0 \\ \dot{M}_d w \delta Z_u & M_e + M_d w \delta Z_w & M_q + M_d w \delta u_0 & 0 & 0 & M \delta e + M_d w \delta Z \delta e & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_0) & -\cos(\theta_0) & 0 & u_0 \sin(\theta_0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_q / r & -k_q k_{th} / r & 0 & -1 / r & k_q k_{th} / r \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

그때의 제어분포 행렬 B 는 아래와 같다.

$$[0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad k_q k_{th} / r \quad 1]'$$

2.2 롤 제어 (Roll control closed loop)

제어기의 형태는 내부 루프에 롤 댐퍼 (damper) 를 포함하고 있고 외부 루프에는 비례-적분기를 사용한다. 그리고 더치-롤 댐퍼 (yaw damper) 와 선회시 옆미끄러짐각을 없게 하는 균형 선회 (coordinated turn) 을 위한 루프를 사용한다.

롤/롤 변화율 제어기를 중운동 상태 공간 행렬 미분 방정식에 증대 (augmented) 시켜 표현하면 아래와 같이 증대된 상태 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = [A]x + [B]u$$

그리고 상태 변수와 제어 입력의 정의는 아래와 같다.

$$x = [v \quad p \quad r \quad \phi \quad \psi \quad \delta a \quad \delta r \quad w \quad \phi i]'$$

$$u = [\phi c]'$$

그때의 시스템행렬 A 의 차원 (dimension) 은 원래 횡운동의 7 에서 9 로 증대되었다.

$$\begin{bmatrix} Y_v & Y_p & Y_r - u_0 & g \cos(\theta_0) & 0 & 0 & Y \delta r & 0 & 0 \\ L_v & L_p & L_r & 0 & 0 & L \delta a + L \delta r & L \delta a & 0 & 0 \\ +I_{xx} * N_v & +I_{xx} * N_p & +I_{xx} * N_r & 0 & 0 & I_{xx} * N \delta a & +I_{xx} * N \delta r & 0 & 0 \\ N_v & N_p & N_r & 0 & 0 & N \delta a & N \delta r & 0 & 0 \\ +I_{zz} * L_v & +I_{zz} * L_p & +I_{zz} * L_r & 0 & 0 & I_{zz} * L \delta a & +I_{zz} * L \delta r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan(\theta_0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 / \cos(\theta_0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_p / r & 0 & -k_p k_{ph} / r & 0 & -1 / r & 0 & 0 & k_p k_{pl} \\ 0 & 0 & -k_w k_{r} / r & -k_w k_{r} g & 0 & 0 & -1 / r & 0 & -k_w r \\ N_v & N_p & N_r & r * u_0 & 0 & 0 & N \delta a & N \delta r & -a \\ +I_{zz} * L_v & +I_{zz} * L_p & +I_{zz} * L_r & 0 & 0 & 0 & I_{zz} * L \delta a & +I_{zz} * L \delta r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

그때의 제어분포 행렬 B 는 아래와 같다.

$$[0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad k_p k_{ph} / r \quad 0 \quad 0 \quad 1]'$$

3. 불확실성의 정의

- 중운동 비행 변수의 불확실성

$$C_m \alpha \pm 20\%$$

$$C_m \delta e \pm 50\%$$

$$C_m q \pm 50\%$$

$$C_m \alpha \pm 30\%$$

$$I_{yy} \pm 30\%$$

- 횡운동 비행 변수의 불확실성

$$C_l \beta \pm 30\%$$

$$C_n \beta \pm 30\%$$

$$C_l p \pm 30\%$$

$$C_n r \pm 30\%$$

$$C_l \delta a \pm 35\%$$

$$C_n \delta r \pm 50\%$$

$$I_{xx} \pm 50\%$$

$$I_{zz} \pm 40\%$$

$$I_{xz} \pm 50\%$$

위의 값들의 의미는 설계시 쓰인 값을 공칭 (nominal) 값으로 가정하고 그 값을 중심으로 한 각 변수들의 불확실성의 범위를 공칭값의 퍼센트로 나타냈다.

그리고 이중에 특히 불만족한 성능을 초래한 공력 계수들의 조합들에 대해서는 다시 비행제 모델에 대입하여 해석하고 타당성 조사를 한다.

이와 같이 몬테 카를로 모의 실험은 한가지의 변수만 변화시켜 영향을 관찰하는 민감도 해석 (Sensitivity Analysis) 를 포함하는 것으로 생각할 수 있고 양자를 비교 해석하면 더욱 정교한 매개 변수 해석 (Parametric Analysis) 를 행할 수 있게 된다.

그림 2 는 몬테 카를로 모의 실험의 계산 흐름도이다.

4.1 강건한 안정성 (robust stability)

4.1.1 피치 제어 (그림 3)

공력 미계수가 변화함에 따라 단주기 모드에서 출발한 페루프 극점 매우 큰 영역에 분포됨을 알 수 있다.

주로 단주기 운동에 영향을 미치는 공력 미계수를 변화 시켰기 때문에 장주기 운동에서 출발한 페루프 극점은 거의 변화가 없다.

4.1.2 롤 제어 (그림 4)

공력 미계수와 관성이 변화함에 따라 개루프에서는 더치롤 모드가 가장 크게 변화하였다. 따라서 페루프 극점도 따라서 변한다.

그러나 그 분포영역이 감소비가 큰지역이기 때문에 성능의 저하는 없다. 그리고 스파이럴 모드가 안정화된 것을 확인할 수 있다.

이상에서 본바와 같이 피치, 롤 제어 모두 상당한 공력 미계수의 불확실성에도 페루프의 안정성이 보장됨을 알 수 있었다.

4.2 강건한 성능 (robust performance)

4.2.1 성능 지표

제어기의 성능을 재관화하는 기준으로 성능 지표를 목표에 합당하게 선정되어야 한다.

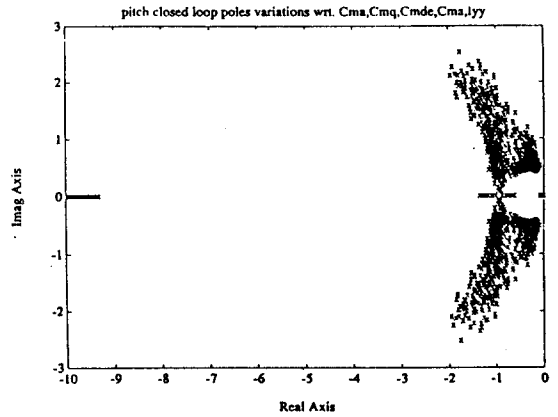


그림 3 피치 페루프 폴의 분포

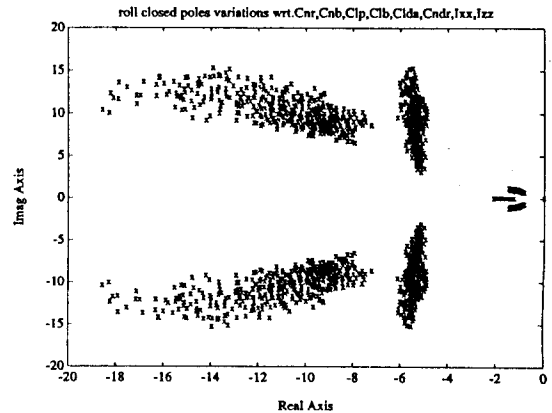


그림 4 롤 페루프 폴의 분포

여기서는 최대 과도 응답 (max. overshoot) 과 상승 시간 (rise time) 을 성능 지표로 삼았다. 상승 시간은 응답이 목표치의 95 % 에 이르는 시간으로 정의되었다. 최대 과도 응답과 상승시간은 고전적인 제어기의 성능의 지표로 자주 이용되고 있다.

4.2.2 시뮬레이션 결과 및 토의

시뮬레이션 결과 (그림 5,6) 피치루프는 최대 과도 응답과 상승 시간 모두에서 공칭 성능에서 크게 벗어나지 않았다.

반면 롤 루프는 상승 시간이 크게 늘어나는 분포를 보인다. (그림 7,8)

이 결과로 피치 루프는 공력 계수의 불확실성에 강건하다고 볼수있으나 롤 루프는 그렇지 않음이 나타났다.

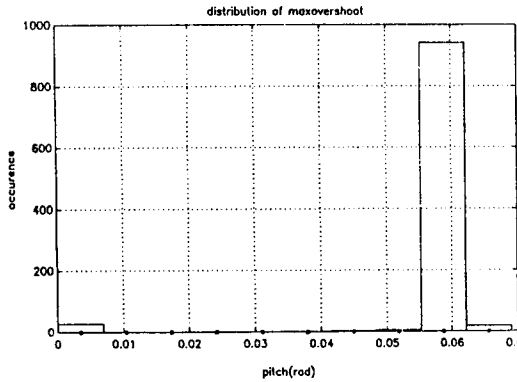


그림 5 최대과도응답의 분포 (피치)

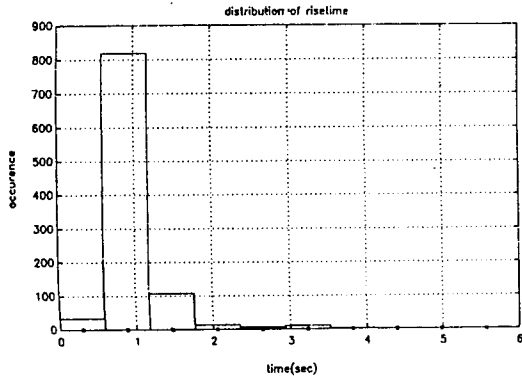


그림 6 상승시간의 분포 (피치)

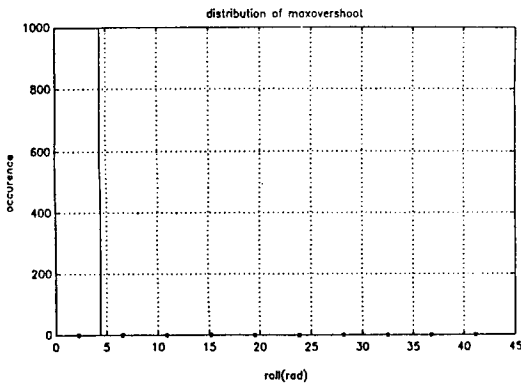


그림 7 최대과도응답의 분포 (롤)

그러므로 롤 루프가 어떤 공력 계수의 변화에 민감한가를 알아보기 위하여 허용할 수 있는 상승 시간의 최대치를 정하고 그 상승시간을 초과하는 시뮬레이션 일때 그때의 공력 계수를 저장하여 변수 막대 그래프 (parameter histogram) 을 그려보았다.

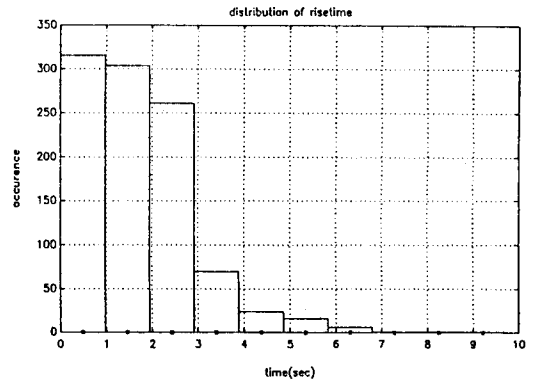


그림 8 상승시간의 분포 (롤)

시뮬레이션시 공력 계수의 불확실성을 균일 분포로 하였기 때문에 특별한 경향이 나타나지 않는 공력 계수의 분포는 공칭값이 중심인 균일 분포일 것이다.

이러한 사실은 변수 막대 그래프에서 명백히 드러난다. (그림 9,10,11,12)

$C_{l\beta}$, $C_{n\beta}$, $C_{n\delta r}$ 의 값들의 변화에 상승 시간, 즉 성능의 변화가 민감하다는 것을 알 수 있었다.

이것은 제어기의 개선방향을 우리에게 시사해준다.

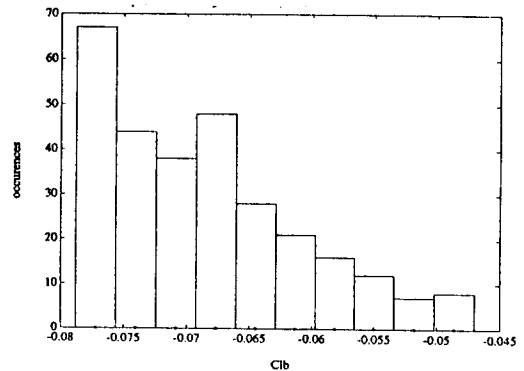
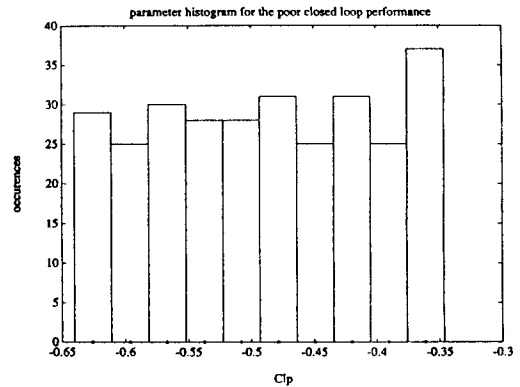


그림 9 $C_{l\beta}$, $C_{l\beta}$ 의 분포

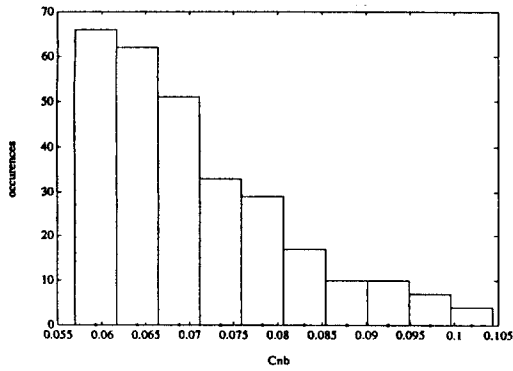
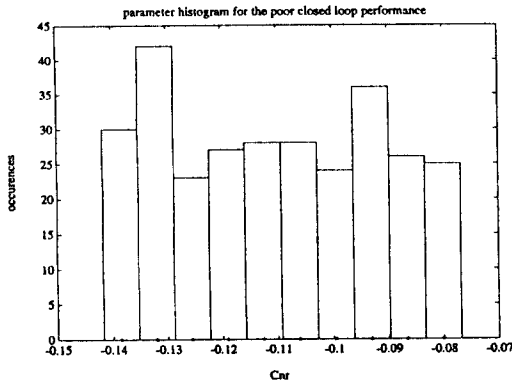


그림 10 C_{nr} , $C_{n\beta}$ 의 분포

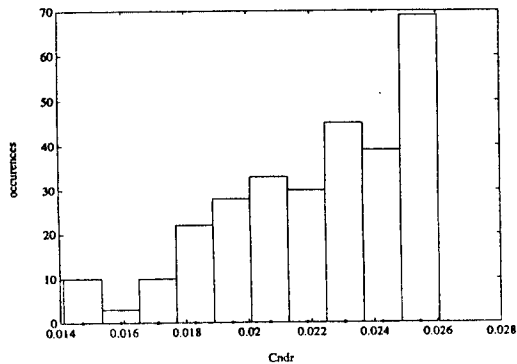
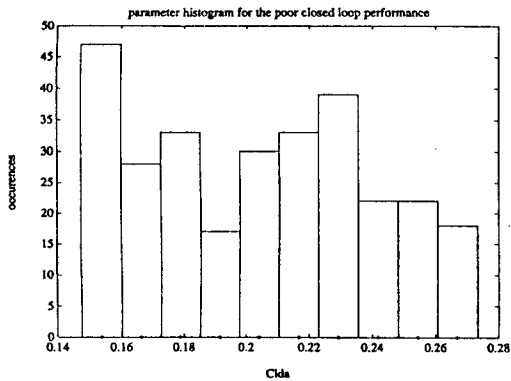


그림 11 $C_{l\delta a}$, $C_{n\delta r}$ 의 분포

5. 결론

본 연구에서는 비행 자동 조종 소프트웨어, 즉 제어기의 강건성을 몬테 카를로 모의 실험을 통하여 평가하였다.

공력 계수의 불확실성을 통계학적으로 모델링하여 비행체 모델과 제어기를 포함한 전체모델의 안정성과 성능에 미치는 영향을 해석하였다.

이러한 방법은 제어하고자 하는 대상의 변수가 불확실한 경우 즉, 구조적 불확실성 (structured uncertainty) 을 가지고 있는 경우 유용하게 사용될 수 있다.

o 기호 설명

u : perturbed body x axis velocity [ft/sec]
 v : perturbed body y axis velocity [ft/sec]
 w : perturbed body z axis velocity [ft/sec]
 u_0 : body x axis trim velocity [ft/sec]
 ϕ : perturbed roll angle [rad]
 θ : perturbed pitch angle [rad]
 ψ : perturbed yaw angle [rad]
 θ_0 : trim pitch angle [rad]
 h : perturbed altitude [ft]
 p : roll rate [rad/sec]
 q : pitch rate [rad/sec]
 r : yaw rate [rad/sec]
 δe : perturbed elevator deflection [rad]
 δa : perturbed aileron deflection [rad]
 δr : perturbed rudder deflection [rad]
 δec : elevator deflection command [rad]
 δac : aileron deflection command [rad]
 δrc : rudder deflection command [rad]
 ϕc : roll angle command [rad]
 θc : pitch angle command [rad]
 ϕi : roll integral augmented state
 θi : pitch integral augmented state
 τ : actuator time constant [sec]
 a : pole of the washout circuit
 kq : pitch damper gain
 k_{th}, k_{thi} : pitch PI controller gains
 k_p : roll damper gain
 k_{ph}, k_{phi} : roll PI controller gains
 k_w : yaw damper gain
 k_r : coordinated turn gain
 I^* : body axis inertias [slug*ft'²]
 g : gravity constant

o 참고 문헌

- [1] Jan Roskam, Airplane Flight Dynamics/Automatic Control, Roskam Aviation, 1979.
- [2] Robert Nelson, Flight Stability/Automatic Control, McGRAW-HILL, 1990.
- [3] John Blakelock, Automatic Control of Aircraft/Missiles, John Wiley & Sons, 1965.
- [4] MATLAB User's Guide, MathWorks, Inc., 1988.
- [5] Stengel, R. F. Some effects of parameter variations on the lateral-directional stability of aircraft, AIAA J. of Guidance and Control, 3, 124-131, 1980.