

# E.M. Log를 이용한 스트랩다운 관성항법장치의 초기정렬을 위한 칼만필터 구현

\*유명중, 진창배  
국방과학연구소

## The Kalman Filter Implementation for SDINS Alignment Using the E.M. Log

\*Myeong-Jong Yu, Chang-Bae Jeon  
The Agency for Defense Development

### Abstract

In an underwater vehicle, the navigation error is mostly caused by the initial misalignment, the bias of a gyro and an accelerometer, and the sea current. Therefore, it is important that these error sources are estimated and compensated in order to reduce the navigation error.

In this paper, the E.M. Log aided SDINS is designed by using the E.M. Log which measures the forward velocity of a vehicle. And the system error state equation and the measurement equation are derived and the suboptimal Kalman Filter is established for this aided SDINS. The simulation result showed that this had an important role in estimating and compensating these error sources, thus reducing the navigation error of an underwater vehicle.

### 1. 서론

최근의 관성항법장치는 각속도 측정범위가 넓고 성능이 우수한 자이로의 발달과 고속연산이 가능한 마이크로 컴퓨터의 발달로 기계적인 안정대(Stabilized Platform) 구조가 없으며, 동체에 직접 부착된 자이로스코프와 가속도계 출력을 이용하여 마이크로 컴퓨터로 기준좌표계에 대한 상대적 위치, 속도 및 동체좌표계에 대한 기준좌표계의 자세를 실시간으로 계산해 내는 스트랩다운 관성항법장치(Strapdown INS : SDINS)가 발달되는 추세이며, 특히 속도계, G.P.S. 등의 비관성센서를 이용하여 위치, 속도, 자세의 발산을 억제하고 더 정확한 값을 알아내기 위한 보정형 스트랩다운 관성항법장치가 널리 사용되고 있다.[1][2][3][4]

본 논문에서는 느리게 항해하는 수중항체에 순간적인 속도오차는 크지만 장시간 항해시 발산하지 않으며 직진방향의 속도를 측정하는 E.M. Log 속도를 기준 입력으로 칼만필터를 구현으로써 보정형 스트랩다운 관성항법장치를 구성하였다. 또한 항해하는 항체에서 항법오차에 주 요인으로 판단되는 항체

의 초기 자세오차 및 자이로와 가속도계의 바이어스, 그리고 환경오차인 해류등을 칼만필터로 추정하여 보상함으로써 장시간 항해시 항법오차가 발산하는 스트랩다운 관성항법장치의 단점을 보완하였다.

### 2. 기본 SDINS구성 항법방정식

기본 SDINS 항법방정식은 동체에 직접 부착된 자이로의 각속도와 가속도계의 가속도를 이용하여 항법에 필요한 항체의 위치, 속도 및 자세를 계산하는 방정식이다.

#### 2-1 속도계산 방정식

동체좌표계에서 측정된 가속도계의 측정치인 Specific Force  $\Gamma^b$ 에 대해 칼만필터에서 추정된 바이어스 값을 보상한  $\Gamma^b$ 을 이용하여 Local-Level 항법좌표계에서의 속도계산을 다음의 미분방정식을 적분하여 계산한다.[5]

$$\dot{V}^n = C^n_b \Gamma^b - (2\omega^n_{ie} + \omega^n_{en}) \times V^n + g^n \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} V^n &= [V_N, V_E, V_D]^T \\ \Gamma^b &= [f_x, f_y, f_z]^T \\ g^n &= [0, 0, g_0]^T \\ \omega^n_{ie} &= [\Omega_N, \Omega_E, \Omega_D]^T \\ \omega^n_{en} &= [\rho_N, \rho_E, \rho_D]^T \\ g_0 & \text{는 지구중력벡터} \end{aligned}$$

#### 2-2 위치계산 방정식

항체의 위치인 위도(L), 경도( $\lambda$ ), 고도(h)는 항체의 속도  $V^n$ 을 이용하여 다음의 미분방정식을 적분하여 구할 수 있다.[5]

$$\begin{aligned} \dot{L} &= V_N / (R_m + h) \\ \dot{\lambda} &= V_E / (R_t + h) \cos L \\ \dot{h} &= -V_D \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $R_m$ 는 지구의 Meridian radius이며,  $R_t$ 는 Tangential radius이다.

### 2-3 자세계산 방정식

자세계산 방정식은 계산속도 및 정확도를 위해 오일러각 방법이나 방향 코사인 방법보다 유리한 Quaternion을 사용하였다. [6][7][8] 자이로의 출력치로부터 칼만필터에서 추정된 바이어스를 보상하고 식(3)과 같이  $\omega^{b_{nb}}$ 를 구한 다음 회전벡터를 구하고 이를 이용하여 새로운 Quaternion을 구한다.

$$\omega^{b_{nb}} = \omega^{b_{ib}} - (C^b)^T \omega^{n_{in}} \quad (3)$$

여기서

$$\omega^{b_{ib}} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T : \text{보상된 자이로 측정치}$$

$$\omega^{n_{in}} = [\omega_N, \omega_E, \omega_D]^T$$

Quaternion 미분방정식은 다음과 같다.

$$\dot{Q} = 1/2 [Q]_B \omega^{b_{nb}} \quad (4)$$

그리고 회전벡터  $\Delta\phi^{b_{nb}}$ 를 이용한 Quaternion update 식은 다음과 같다.

$$Q(n) = Q(n-1) * q(\Delta t) \quad (5)$$

$$= \begin{bmatrix} q_0(n-1) \\ q_1(n-1) \\ q_2(n-1) \\ q_3(n-1) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos(|\Delta\phi^{b_{nb}}|/2) \\ \Delta\phi_p/|\Delta\phi^{b_{nb}}| \sin(|\Delta\phi^{b_{nb}}|/2) \\ \Delta\phi_q/|\Delta\phi^{b_{nb}}| \sin(|\Delta\phi^{b_{nb}}|/2) \\ \Delta\phi_y/|\Delta\phi^{b_{nb}}| \sin(|\Delta\phi^{b_{nb}}|/2) \end{bmatrix}$$

여기서  $\Delta\phi^{b_{nb}} = [\Delta\phi_p, \Delta\phi_q, \Delta\phi_y]^T$

$$|\Delta\phi^{b_{nb}}| = (\Delta\phi_p^2 + \Delta\phi_q^2 + \Delta\phi_y^2)^{1/2}$$

또한 동체좌표계에 대한 항법좌표계의 좌표변환 행렬  $C^b$ 은 다음과 같다.

$$C^b = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$= \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$$

### 3. 비관성센서인 E.M.\_Log 와 해류(Sea Current)

수중항체에 대한 속도 보정형 칼만필터에 기준입력으로서 비관성센서인 E.M.\_Log의 측정치를 사용하므로 가속도계와 같은 관성센서의 측정값을 이용하여 칼만필터를 구성할 경우, 동적환경인 해류 오차모델을 고려하여야 한다. 항체의 직진방향 속도를 측정하는 E.M.\_Log의 원리는 참고문헌[9]에 설명되어 있으며, E.M.\_Log의 측정 오차모델  $\Delta V^b$ 은 바이어스  $V_{R^b}, BIAS$ , Scale Factor  $\delta V_{SF}$ , 그리고 백색잡음(White Noise)  $\eta_v$ 로 구성

된다고 가정하여 식(7)과 같이 구성하였다. [10][11]

$$\Delta V^b = [\delta V_{SF}] V_{R^b} + V_{R^b} \cdot BIAS + \eta_v \quad (7)$$

또한 동적환경 특성인 해류는 시간 뿐만아니라 거리와도 연관된 잡음(Distance Correlated Noise)이며, 저주파수대를 포함하므로 1차 마코프(1-Markov)로 모델링 하였다. [12][13]

$$\dot{V}_{SC} = -(1/\tau_v) V_{SC} + \omega \quad (8)$$

여기서  $\tau_v = d/v$ ,  $d$ : Correlation거리,  $v$ : 항체의 속도

### 4. 칼만필터 구성

E.M.\_Log 보정형 칼만필터를 구성하기 위해 기본 SDINS의 구성방정식에 대한 선형화된 오차상태방정식을 유도하고 [2][14][15][16], E.M.\_Log의 속도를 기준입력으로써 측정방정식을 유도하였다.

또한, 칼만필터의 수평축과 수직축을 분리하여 수평축만을 고려하였으며, 오차방정식을 선형화로 가정하는데 유리한 간접피드백(Indirect Feedback) 방법으로 칼만필터를 구성하였다. [4]

#### 4-1 칼만필터의 오차상태 방정식 및 측정방정식

이상적인 속도와 자세계산 방정식은 식(1), (4)와 같으며 여기에 자이로나 가속도계의 특성오차 및 계산오차들이 포함될 경우, 이들 방정식은 오차성분을 가진 방정식이 되며, 이를 선형화된 오차미분방정식으로 유도한 다음, E.M.\_Log 오차 모델 및 해류의 모델을 식(7), (8)과 같이 가정하여 준 최적 칼만필터의 오차상태 방정식 및 측정방정식을 식(9), (10)과 같이 각각 구할 수 있다. 그리고, 준 최적 칼만필터의 오차상태변수는 자이로와 가속도계 오차들중 항법오차에 가장 영향을 많이 주는 바이어스 성분들을 포함하여 아래와 같이 가정하였다.

준 최적 칼만필터를 구성하는 상태변수(15차)

속도오차	$\delta V_N, \delta V_E$
자세오차	$\delta q_0, \delta q_1, \delta q_2, \delta q_3$
가속도계 바이어스오차	$B_x, B_y$
자이로 바이어스오차	$\delta \omega_x, \delta \omega_y, \delta \omega_z$
E.M._Log S.F. 오차	$\delta V_{SF}$
E.M._Log 바이어스오차	$V_{R^b}, BIAS$
해류오차	$V_{SCN}, V_{SCE}$

오차상태 방정식

$$\dot{X}_r = F_r X_r + G_r \omega_r \quad (9)$$

측정방정식

$$Z_r = H_r X_r + R_r V_r \quad (10)$$

여기서

$X_f$ 는 칼만필터 구성 상태변수

$$X_f = [ \delta V_N, \delta V_E, \delta q_0, \delta q_1, \delta q_2, \delta q_3, B_x, B_y, \delta \omega_X, \delta \omega_Y, \delta \omega_Z, \delta V_{SF}, V_R^b, BIAS, V_{SCN}, V_{SCE} ]^T$$

$\omega_f$ 는 공칭 백색잡음,  $E[\omega_f(t)\omega_f^T(t)] = Q_f\delta(t-\tau)$

$V_f$ 는 측정 백색잡음,  $E[V_f(t)V_f^T(t)] = R_f\delta(t-\tau)$

$F_f, H_f, G_f, R_f$ 는 이득행렬이며, 아래식(11), (12), (13)에서 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{V}_N \\ \delta \dot{V}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 2(\Omega_D + \rho_D) \\ -2\Omega_D + \rho_D, & \text{TanLVN}/R_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta V_N \\ \delta V_E \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} \delta q_0 \\ \delta q_1 \\ \delta q_2 \\ \delta q_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{ax} \\ \gamma_{ay} \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서

$R_0$ : 지구반경

$$E_{11} = C_{21} * f_x + C_{22} * f_y + C_{23} * f_z, \quad E_{12} = C_{31} * f_x + C_{32} * f_y + C_{33} * f_z,$$

$$E_{21} = C_{11} * f_x + C_{12} * f_y + C_{13} * f_z$$

$$M = \begin{bmatrix} q_3 * E_{11} - q_2 * E_{12}, & q_2 * E_{11} + q_3 * E_{12} \\ -q_3 * E_{21} + q_1 * E_{12}, & -q_2 * E_{21} - q_0 * E_{12} \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} -q_1 * E_{11} + q_0 * E_{12}, & -q_0 * E_{11} - q_1 * E_{12} \\ q_1 * E_{21} + q_3 * E_{12}, & q_0 * E_{21} - q_2 * E_{12} \end{bmatrix}$$

$\gamma_{ax}, \gamma_{ay}$ 는 가속도계의 X, Y축 백색잡음

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{q}_0 \\ \delta \dot{q}_1 \\ \delta \dot{q}_2 \\ \delta \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_X + \omega_N & -\omega_Y + \omega_E & -\omega_Z + \omega_D \\ \omega_X - \omega_N & 0 & -\omega_Z + \omega_D & -(\omega_Y + \omega_E) \\ \omega_Y - \omega_E & -(\omega_X + \omega_N) & 0 & \omega_X + \omega_N \\ \omega_Z - \omega_D & \omega_Y + \omega_E & -(\omega_X + \omega_N) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta q_0 \\ \delta q_1 \\ \delta q_2 \\ \delta q_3 \end{bmatrix} + 1/2 \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & q_0 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1/R_0 \\ -1/R_0 & 0 \\ 0 & -\text{TanLVN}/R_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta V_N \\ \delta V_E \end{bmatrix} + 1/2 \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \omega_X \\ \delta \omega_Y \\ \delta \omega_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{gx} \\ \gamma_{gy} \\ \gamma_{gz} \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서  $\gamma_{gx}, \gamma_{gy}, \gamma_{gz}$ 는 자이로의 X, Y, Z축 백색잡음

$$\begin{bmatrix} z_{1f} \\ z_{2f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 6 & 70 & 0 & 11 & 12 & -C_{11}V_{RX} & -C_{11} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{21}V_{RX} & -C_{21} & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} X_f + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{vx} \\ \gamma_{vy} \end{bmatrix} \quad (13)$$

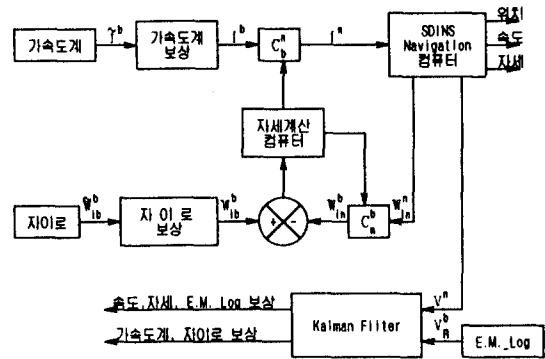
여기서  $\gamma_{vx}, \gamma_{vy}$ 는 X, Y축 측정 백색잡음

$$I = -2 \begin{bmatrix} q_3 * S_{11} - q_2 * S_{12}, & q_2 * S_{11} + q_3 * S_{12} \\ -q_3 * S_{21} + q_1 * S_{12}, & -q_2 * S_{21} - q_0 * S_{12} \end{bmatrix}$$

$$L = -2 \begin{bmatrix} -q_1 * S_{11} + q_0 * S_{12}, & -q_0 * S_{11} - q_1 * S_{12} \\ q_1 * S_{21} + q_3 * S_{12}, & q_0 * S_{21} - q_2 * S_{12} \end{bmatrix}$$

$$S_{11} = C_{21} * V_{RX}, \quad S_{12} = C_{31} * V_{RX}, \quad S_{21} = C_{11} * V_{RX}$$

#### 4-2 E.M.\_Log속도 보정형 칼만필터를 포함하는 SDINS의 구성도



#### 5. 시뮬레이션 및 결과

시뮬레이션을 위해 수중에서 15ft/sec로 운행하는 항체를 가정하였으며, 기관추성을 높이기 위하여 항체궤도를 초기 3분 직진후, 초당 1도씩 80도 회전한다. 그리고 다시, 2분 직진후, 초당 1도씩 -80도 회전하고, 직진하는 항체궤도를 가정 하였다. 또한 지렛대 효과는 충분히 보상된것으로 가정한다. 시뮬레이션 방법은 공분산 해석방법을 이용하였으며, 칼만필터를 3초마다 계산하였다. 그리고 초기자세오차(1-Sigma)는 Roll각 오차 1도, Pitch각오차 1도, Heading각오차 5도로 각각 가정하였으며, 오차상태변수의 초기값(1-Sigma)은 가속도계 바이어스 오차  $6 \times 10^{-4}g$ , 자이로 바이어스 오차 4 degree/hr, E.M. Log Scale Factor 오차 5%, E.M. Log 바이어스 오차 1 ft/sec, 해류 오차 2 ft/sec로, 또한 가속도계 백색잡음은  $3 \times 10^{-5}g$ , 자이로 백색잡음은 0.3degree/hr, 측정잡음은 1ft/sec 각각 가정하여 시뮬레이션을 수행하였다.

시뮬레이션 결과, 시간이 지남에 따른 자세오차 추정은 그림1, 그림2, 그림3과 같이 주어진다. 그리고 자이로의 X, Y축 바이어스는 500초후 90% 추정이 가능하며, 해류는 약50%, 가속도계 바이어스는 33%, 자이로의 Z축 바이어스의 경우 500초후에는 약 10%정도 추정된후 시간이 지남에따라 추정정도가 높아져 1200초후에는 50%까지 추정이 가능한것으로 나타났다.

그림1. Roll각 오차 추정( 초기 1-sigma오차: 60arcmin )

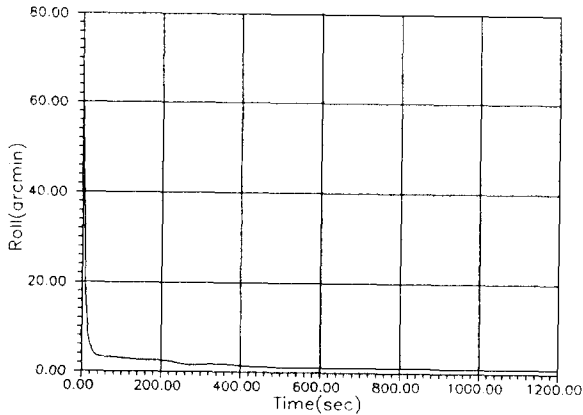


그림2. Pitch각 오차 추정( 초기 1-sigma오차: 60arcmin )

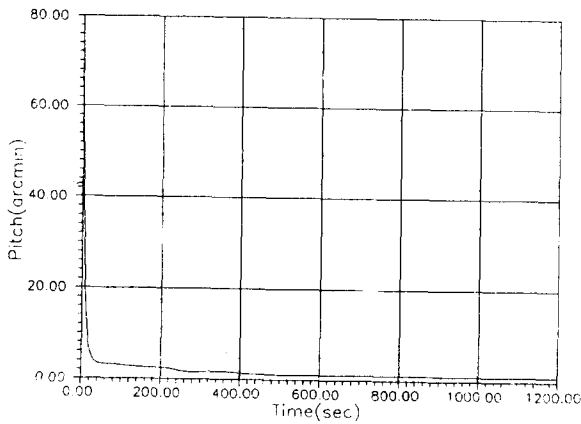
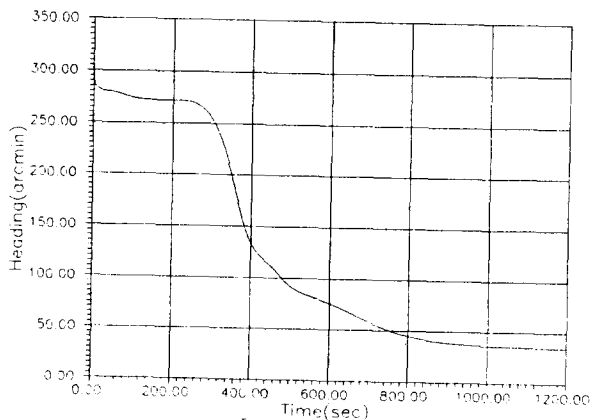


그림3. Heading각 오차 추정( 초기 1-sigma오차: 300arcmin )



## 6. 결론

수중항체에서 장시간 항해시 주요 오차요인인 초기자세오차 및 자이로와 가속도계의 바이어스, 그리고 해류의 영향등을 초기에 추정하여 보정함으로써 항법오차를 상당히 줄일 수 있는 E.M. Log 속도를 이용한 보정형 스트랩다운 관성항법장치를 구성하였다. 시뮬레이션 결과, 자세오차와 자이로의 X, Y축 바이어스는 초기에 추정이 가능하나, 가속도계 바이어스와 자이로의 Z축 바이어스는 시간이 지남에 따라 추정 정도가 높아지는 것으로 나타났다.

## 7. 참고 문헌

- 1) J.E. Hammett, "Evaluation of a Proposed INS Kalman Filter in a Dynamic Flight Environment", AD-A008 472, 1974
- 2) M.H. Kao and D.H. Eller, "Multicon Figuration Kalman Filter Design for High-performance GPS Navigation", IEEE Trans on A.C., VOL. AC-28, NO. 3, March, 1983.
- 3) Itzhack Y. Bar-Itzhack, Daniel Serfaty, Yehoshua Vitek, "Doppler-Aided Low-Accuracy Strapdown Inertial Navigation System", AIAA 82-4127, J. Guidance, Vol. 5, Nov. 1982
- 4) P.S. Maybeck, "Stochastic Models, Estimation and Control", Vol. 1, Academic Press, 1979
- 5) K.R. Britting, "Inertial Navigation System Analysis", John Willey & Sons, Inc., 1971
- 6) Richard Mckern and Howard Musoff, "Strapdown Attitude Algorithms from a Geometric Viewpoint", AIAA 81-4311, J. Guidance and Control, VOL. 4, NO. 6, NOV.-DEC. 1981
- 7) Robin B. Miller, "A New Strapdown Attitude Algorithm", J. Guidance, VOL. 6, NO. 4, July-Aug. 1983
- 8) M.B. Ignagni, "Optimal Strapdown Attitude Integration Algorithms", J. Guidance, VOL. 13, NO. 2, March-April 1990
- 9) Lyman W. Griswold, "Under Water Logs", Navigation, VOL. 15, NO. 2, Summer, 1968
- 10) C.San Giovanni, Jr and E. Levinson, "Performance of a Ring Laser Strapdown Marine Gyrocompass", Navigation J. The Institute of Navigation, VOL. 28, NO. 4, Winter 1981-82
- 11) W. Kohl, "Accuracy Optimization of the LSR-85 Strapdown Inertial Reference System by Kalman Filtering", Symposium Gyro Technology, 1988
- 12) Stanley K. Jordan, Gary N. Sherman, "Spatial Gauss-Markov Models of Ocean Currents", IEEE. Trans. on AES, VOL. AES-15, NO. 6, Nov. 1979
- 13) Raymond a. Nash, "Effect of Vertical Deflections and

- Ocean Currents on a Maneuvering Ship", IEEE, Trans. on AES, VOL. SES-4, NO. 5, Sep. 1968
- 14) Bernard Friedland, "Analysis Strapdown Navigation Using Quaternions", IEEE Trans. on AES, AES-14, NO. 5, Sep. 1978
- 15) Minoru Shibata, "Error Analysis Strapdown Inertial Navigation Using Quaternions", J. Guidance, VOL. 9, NO. 3, May-June 1986
- 16) 박홍원, "스트랩다운 관성항법장치의 영속도 보정 칼만필터 구성 및 성능분석", 서울대학교 대학원 학위논문, 1988.
- 17) I. Y. Bar-Itzhack and I. Ziv, "Frequency and Time Domain Designs of a Strapdown Vertical Determination System", AIAA G.N. and C. CONF. aug. 1986
- 18) Itzhack Y. Bar-Itzhack and Boaz Porat, "Azimuth Observability Enhancement During Inertial Navigation System In-Flight Alignment", J. Guidance and Control, VOL. 3, NO. 4, July-Aug. 1980
- 19) Boaz Porat and Itzhack Y. Bar-Itzhack, "Effect of Acceleration Switching During INS In-Flight alignment", J. guidance and Control, Vol. 4, No. 4, July-Aug. 1981
- 20) Randy S. Miyasako, "application of Kalman Filtering to the Calibration and Alignment of Inertial Navigation Systems", IEEE, Trans. on A.C., VOL. 36, NO. 1, Jan. 1991