

평형점 근접 방법을 통한 이산 포화 시스템의 보상

°박종구, 최종호

서울대학교 공과대학 제어측정공학과

Compensation of Discrete-time Saturating Systems through Equilibrium Point Matching Method

°Jong-Koo Park and Chong-Ho Choi

Department of Control and Instrumentation Engineering,
Seoul National University

Abstract

This paper presents an ARW(Anti-Reset Windup) method for discrete-time control systems with saturation nonlinearities. The method is motivated by the concept of the equilibrium point. The design parameters of the ARW scheme is explicitly derived by minimizing a reasonable performance index. The proposed method is closely related with the singular perturbed theory. The proposed method is applicable to any open-loop stable plants with saturation nonlinearities whose controllers are determined *a priori* by some design technique.

1. 서론

제어 입력 신호의 포화 현상(saturation phenomenon)은 가장 흔히 발견되는 비선형 가운데 하나이다. 이러한 포화 현상은 대상 시스템의 성능을 나빠지게 할 뿐만 아니라, 그러한 현상이 일어났을 때에는 되먹임 루우프(feedback loop)가 끊어지는 상태가 되기 때문에 전체 시스템의 안정도를 해치게 된다. 제어 시스템 설계 분야에서 이러한 현상을 'reset windup,' 'integrator windup,' 또는 'integral windup'이라 하고, 이를 방지하는 구조를 'anti-reset windup (ARW)' 구조라 한다. 실제 플랜트 제어시 이러한 포화 현상은 매우 심각한 문제로 대두될 수 있으며, 이에 대한 적절한 대처 방법이 요구된다.

제어 입력 신호의 포화 현상을 다루는 데에는 크게 두 가지 접근 방법이 있다. 하나는, 제어가 설계 과정에서부터 제어 한계(control bound)를 고려하여, 결코 제어기의 출력이 제한된 값을 넘지 못하도록 하는 방법이며, 다른 방법으로는 제어기 설계의 첫 단계에서는 포화 현상을 고려하지 않고 설계한 다음, 포화 현상으로 인한 부정적인 영향(side effect)을 보상하기 위하여 적절한 보상 구조를 채택하는 방법이 있다. 후자의 방법은 포화 시스템에 있어서 '2단계 설계 기법(two-step design technique)'이라 한다[3,7,18].

대부분의 포화 시스템에서는 후자의 방법, 즉 2단계 설계 기법이 광범위하게 사용되고 있다. 초강기의 이같은 방법은 기술자의 경험에 의존하거나 많은 양의 시뮬레이션을 통한 시행 착오(trial-and-error) 방법을 통하여, 특정한 시스템에 적합한 특정한 보상 구조를 설계하는 것이었다. 그러나 최근에는 많은 연구자들이 포화 요소를 갖는 제어 시스템에 대한 일반적인 보상 방법을 마련하는 것에 관심을 기울여 왔다[2-7,12,13,15,17-21]. 그 중에서도 연속 시간 시스템에서의 Park과 Choi[18]의 포화 보상 방법은 이론적인 타당성이 있는 일반적인 ARW 기법이다.

이 논문은 [18]의 포화 보상 방법의 이산 시간 시스템에의 적용에 해당된다. 즉 본 논문은 포화 요소를 가진 이산 제어 시스템의 2단계 설계 기법에 관해 다루도록 한다. 2단계 설계 절차에서의 첫 단계, 즉 포화 요소가 존재하지 않는다고 가정 한 상태에서의 다변수 선형 제어 시스템에 대한 만족할 만한 응답 특성을 주는 선형 제어기는 이미 존재한다고 가정한다. 이때의 제어기는 널리 알려진 선형 제어기 설계 기법들 중의 임의의 방법으로 설계되어질 수 있다. 그래서 본 논문은 두 번째 단계에 초점이 맞추어져 있다. 즉 포화 상황에서 성능 저하를 완화하기 위하여, 추가적인 보상기를 어떻게 설계할 것인가에 목적이 있다.

2. 문제의 설정과 설계 목표

그림 1에 포화 요소를 갖는 이산 시스템을 도시하였다. 플랜트와 제어기는 다음과 같은 최소의(minimal) 차분 방정식(difference equation)으로 나타낼 수 있다.

(가) 플랜트 $P(z)$ 의 동특성:

$$x_p(k+1) = Ax_p(k) + Bu(k), \quad (1)$$

$$y(k) = Cx_p(k) + Du(k), \quad (2)$$

$$u(k) = \text{sat}(v(k)). \quad (3)$$

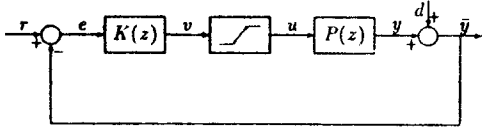


그림 1: 포화 요소가 내재된 이산 제어 시스템

(나) 제어기 $K(z)$ 의 동특성:

$$x_c(k+1) = Fx_c(k) + Ge(k), \quad (4)$$

$$v(k) = Hx_c(k) + Le(k), \quad (5)$$

$$e(k) = r(k) - y(k) - d(k). \quad (6)$$

여기서 $r(k) \in \mathbb{R}^n$ 는 기준 입력 벡터, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어 입력 벡터, $y(k) \in \mathbb{R}^n$ 는 출력 벡터, $v(k) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어기의 출력 벡터, $d(k) \in \mathbb{R}^n$ 는 외부 교란 벡터, $x_p(k) \in \mathbb{R}^p$ 는 플랜트의 상태 변수 벡터, 그리고 $x_c(k) \in \mathbb{R}^n$ 는 제어기의 상태 변수 벡터이다. 상수 행렬 A, B, C, D, F, G, H , 그리고 L 의 차수는 각각 $p \times p, p \times m, n \times p, n \times m, q \times q, q \times n, m \times q$, 그리고 $m \times n$ 이다.

$\text{sat}(\cdot)$ 는 포화 요소를 의미하며 그것의 동작은 다음과 같다.

$$\text{sat}(v(k)) := [\text{sat}(v_1(k)) \quad \text{sat}(v_2(k)) \quad \cdots \quad \text{sat}(v_m(k))]^T, \quad (7)$$

여기서 $v_i(k), i = 1, \dots, m$, 은 v 의 i 번째 원소를 뜻하며, 각각의 포화 요소는 어떤 상수 $v_{i,l} (< 0)$ 과 $v_{i,h} (> 0)$ 에 대하여

$$\text{sat}(v_i(k)) := \begin{cases} v_{i,l} & v_i(k) < v_{i,l} \\ v_i(k) & v_{i,l} \leq v_i(k) \leq v_{i,h} \\ v_{i,h} & v_i(k) > v_{i,h} \end{cases} \quad (8)$$

와 같이 동작한다.

구동기가 포화되었을 때는 플랜트에 인가되는 실제의 제어 입력 $u(k)$ 는 제어기에서 발생된 원하는 입력 $v(k)$ 와 다르다. 이러한 차이는 기준 입력과 시스템의 출력간에 큰 오차 $e(k)$ 를 발생시키며, 이러한 오차는 시스템이 포화 상태에서 벗어날 때까지 오랜 시간 동안 유지된다. 이때 제어기에 적분이나 비교적 느린 동특성이 있다면, 제어기의 상태는 임의로 커지는 리셋 와인드업 현상이 일어난다. 따라서 이러한 왜곡된 응답을 보상해 주는 추가적인 보상기(compensator)가 필요하다.

광범위하게 사용되는 ARW 구조는 제어기 출력 신호 $v(k)$ 와 포화된 제어 신호 $u(k)$ 의 차이를 이용하여 제어기 주변에 국부적인 보상 구조를 삽입하는 형태이다[2-5,7,10,12,16,17]. 이러한 구조는 Fertik과 Ross[10]의 역 계산법(back calculation)이 표시였으며, 이 보상 개념은 SISO인 PI 제어기 구조에 일반화시킨 CAW(conventional anti-reset windup) 구조[11]로 이어

지고, 근래에 이를 일반적인 제어 시스템에 확장시킨 Åström과 Wittenmark[2]의 관측자 기법(observer technique)으로 이어진다. 그림 2에 관측자 기법을 도시하였다. 대부분의 ARW 구조는 관측자 기법의 형태로 재정의할 수 있다[19]. 여기서 보상된 제어기의 동특성은 다음과 같다.

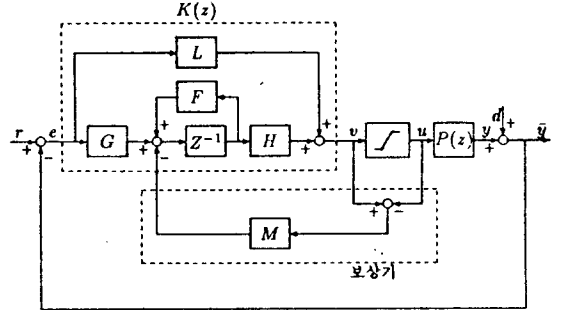


그림 2: 되먹임 행렬 ARW 구조를 채택한 이산 시스템

(다) 보상된 제어기 $K(z)$ 의 동특성:

$$x_c(k+1) = Fx_c(k) + Ge(k) - M(v(k) - u(k)) \quad (9)$$

$$= (F - MH)x_c(k) + (G - ML)e(k) + Mu(k),$$

$$v(k) = Hx_c(k) + Le(k), \quad (10)$$

$$e(k) = r(k) - y(k) - d(k), \quad (11)$$

여기서 M 은 $q \times m$ 차의 보상 행렬로서 설계 변수이다.

관측자 기법에서의 보상 행렬의 선택은 시스템의 성능에 직접적인 영향을 미치지 않지만 어떻게 M 을 선정하는 것이 가장 적합한 방법인지에 대해 알려져 있지 않다. 보상 행렬 M 은 신중하게 선택되어야 하는데, 만일 적절한 M 을 선정하는 합당한 방법이 있다면, 포화 시스템에 대한 2단계 설계 기법은 효과적인 설계 방안이 될 것이다. 다음 절에서는 이에 관해 다루도록 한다.

3. 보상 행렬의 유도

포화 현상이 존재하는 경우와 존재하지 않는 경우의 시간에 따른 시스템의 상태 변수 차이를 성능 평가의 척도(performance index)로 잡을 수 있다. 즉 포화 시스템의 상태 변수값들이 포화 요소가 없는 시스템의 상태 변수값에서 많이 벗어나지 않으면 얻을수록, 2단계 설계 기법의 관점에서 보았을 때 성능 저하는 덜 일어나게 될 것이다. 따라서 구동기의 포화가 자주 일어나는 경우에는 구동기가 포화될 때마다 포화된 시스템의 상태 변수값들을 포화되지 않은 시스템의 그것들에 최대한 비슷하게 유지할 필요성이 있다. 이와 같은 개념을 실현하려면 그림 2와 같은 되먹임 행렬 ARW 구조에서는 다소의 근사화(approximation)가 필요하다.

포화 요소를 가진 제어 시스템에서 평형점의 의미를 살펴보자. 포화 요소가 없을 때의 안정한 페루우프 시스템의 평형점은 주어진 기준 입력에 따라 유일하게 결정된다. 그런데 포화 요소의 작용으로 인하여 유일했던 평형점은 여러 개의 가상의(virtual) 평형점으로 분리된다[7,17,18]. 시스템의 성능은 상태 변수의 궤적과 관계되며 상태 변수의 궤적은 평형점과 관계가 있으므로, 이와 같은 상태 공간 상의 평형점의 위치 변화가 시스템의 성능 저하를 유발시키는 요인 중의 하나라고 파악된다. 이런 관찰에 근거하여, 포화된 시스템과 포화되지 않은 시스템의 평형점 사이의 거리를 근접시킬 수 있다면 시스템의 성능은 향상되리라고 기대된다.

이제 이러한 보상 개념에 기초하여 그림 2의 ARW 구조에서 보상 행렬 M 을 설계하도록 한다. 이를 위해 사전 작업으로서 플랜트의 동특성 (1)과 보상된 제어기의 동특성 (9)를 포화 요소의 존재 유무에 따라 통합하여 다시 기술한다.

(가) 포화 요소가 존재하지 않을 때의 페루우프 시스템의 동특성:
앞의 (1)-(6)으로 부터

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_c(k+1) \\ x_p(k+1) \end{bmatrix} &= A_l \begin{bmatrix} x_c(k) \\ x_p(k) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} G[I - D(I + LD)^{-1}L] \\ B(I + LD)^{-1}L \end{bmatrix} (r(k) - d(k)), \end{aligned} \quad (12)$$

여기서

$$A_l := \begin{bmatrix} P & Q \\ R & S \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$:= \begin{bmatrix} F - GD(I + LD)^{-1}H & -G[I - D(I + LD)^{-1}L]C \\ B(I + LD)^{-1}H & A - B(I + LD)^{-1}LC \end{bmatrix}$$

이다.

(나) 포화 요소가 존재할 때의 페루우프 시스템의 동특성:

하나 이상의 포화 요소가 동작하는 양식의 가짓수는 $3^m - 1$ 개이다. 각각의 동작 양식에 대하여 다음과 같은 상태 방정식을 세울 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{c,i}(k+1) \\ x_{p,i}(k+1) \end{bmatrix} &= A_{sat} \begin{bmatrix} x_{c,i}(k) \\ x_{p,i}(k) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} (G - ML)(r(k) - d(k)) + [M(I + LD) - GD]sat_i(v(k)) \\ Bsat_i(v(k)) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (14)$$

여기서

$$A_{sat} := \begin{bmatrix} F - MH & -(G - ML)C \\ 0 & A \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 3^m - 1, \quad (15)$$

이다.

본 논문에서는 개루우프적으로 안정한 플랜트만을 다루기로 한다. 그 외에 보상 행렬 M 을 설계하는 데 필요한 몇 가지 가정을 한다.

가정 1:

[A.1] 플랜트 $P(z)$ 는 안정하다. 즉 (1)에서 시스템 행렬 A 의 고유치는 모두 단위원 안에 있다.

[A.2] 포화 요소가 없을 때의 선형 이산 제어 시스템은 성능과 안정도 면에서 만족할 만하다.

[A.3] $A - B(I + LD)^{-1}LC$ 의 고유치는 단위원 상에 존재하지 않는다.

이산 시간 시스템 $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$ 에서의 평형점은 $x(k+1) = x(k)$ 로부터 얻게 된다. $(\bar{x}_c^T, \bar{x}_p^T)^T$ 를 (12)의 평형점이라 하고, $(\bar{x}_{c,i}^T, \bar{x}_{p,i}^T)^T, i = 1, \dots, 3^m - 1$,를 (14)의 가상 평형점이라 할 때 다음과 같은 정리를 말할 수 있다.

정리 1:

그림 2와 같은 되먹임 행렬 ARW 구조에서, 시스템이 가정 [A.1]-[A.3]을 만족시킨다 하자. 그러면 성능 평가 척도

$$\min_M J = \sum_{i=1}^{3^m-1} [(\bar{x}_c - \bar{x}_{c,i})^T (\bar{x}_c - \bar{x}_{c,i}) + (\bar{x}_p - \bar{x}_{p,i})^T (\bar{x}_p - \bar{x}_{p,i})]^{1/2} \quad (16)$$

를 최소화시키는 보상 행렬 M^* 는 다음과 같이 유일하게 결정된다.

$$\begin{aligned} M^* &= G[D + C(I - A)^{-1}B][(I + LD) + LC(I - A)^{-1}B]^{-1} \quad (17) \\ &= GD(I + LD)^{-1} + G[I - D(I + LD)^{-1}L]C \\ &\quad \times \{I - [A - B(I + LD)^{-1}LC]\}^{-1}B(I + LD)^{-1}. \end{aligned}$$

증명: 생략

제한된 (17)의 보상 행렬 M^* 의 형태를 보면, 포화된 시스템과 포화되지 않은 시스템 사이의 평형점 사이의 거리는 기준 입력 r , 외부 교란 d , 그리고 포화치에 관계없이 표현되어 있다. 이는 M^* 가 이와 같은 요인들에 상관없이 항상 평형점 사이의 가장 가까운 거리를 보장해 준다는 것을 의미한다. 실제로 제한된 방법은 이런 요인들에 관계없이 $\bar{x}_{c,i} = \bar{x}_c$ 가 되게한다.

성능 평가 척도 J 에서 $(\bar{x}_p - \bar{x}_{p,i})$ 는 보상 행렬 M 으로써 영향을 줄 수 없으므로, 성능 평가 척도를

$$\min_M J = \sum_{i=1}^{3^m-1} [(\bar{x}_c - \bar{x}_{c,i})^T (\bar{x}_c - \bar{x}_{c,i})]^{1/2} \quad (18)$$

와 같이 놓고 보상 행렬 M 을 설계하더라도 (17)과 동일한 결과를 얻는다. 그러나 r , d , 그리고 포화치들의 영향이 커진다면 페루우프 시스템의 성능은 그만큼 저하되는 것이다. 이는 그림 2의 ARW 구조 자체가 제어를 보상하는 형태임을 고려한다면 당연한 결과이다. 결국 2단계 설계 기법에 있어서 플랜트와 제어가 이미 설계되어 있다면, 이들을 (1)-(6)과 같이 표현할 수 있고, 제안된 보상 행렬 M^* 는 이들의 조합으로 구성되어 있으므로, M^* 는 직접적으로 계산된다.

주 1: 컨디쇼닝 기법[3,12]은 플랜트의 동특성을 반영하지 못하고 오직 제어기의 동특성만을 고려하는 방법인데 반하여, 제안된 방법은 제어기와 플랜트의 동특성을 모두 반영하고 있다. 또한 컨디쇼닝 기법은 제어기의 고주파 이득 행렬 L 이 완전(full rank) 행렬이 아니면 직접적으로 적용할 수 없으나[3,7,17], 제안된 방법에서는 가능하다. 예를 들어, $L = 0$ 인 경우 (17)로부터 보상 행렬은

$$M^* = GD + GC(I - A)^{-1}B \quad (19)$$

와 같이 구할 수 있다.

주 2: (17)의 보상 행렬 표현은 [18]에서의 보상 행렬식과 유사하지만 다소 차이가 있음을 알 수 있다. 이 차이는 연속 시간 시스템과 이산 시간 시스템의 평형점 정의의 차이에서 비롯된다.

4. 제안된 보상 방법의 타당성 분석

제안된 보상 방법은 시스템의 축소 차수 모델을 얻는 잘 알려진 방법 중의 하나인 섭동 모델 축소 이론(singular perturbational model reduction theory)[9,16]과 밀접한 관계가 있다. 섭동 모델 이론은 하나의 전체 근사 기법(approximate aggregation technique)이라 할 수 있는데, 그 기법이란 축소된 모델이 시스템에서의 주요 동작 모드(dominant mode)를 유지하도록 하는 방법이다.

포화된 시스템의 페루우프 동특성 (14)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{c,i}(k+1) &= (F - MH)x_{c,i}(k) - (G - ML)Cx_{p,i}(k) \quad (20) \\ &\quad + (G - ML)(r(k) - d(k)) \\ &\quad + \{M(I + LD) - GD\}sat_i(v(k)), \\ x_{p,i}(k+1) &= Ax_{p,i}(k) + Bsati(v(k)). \quad (21) \end{aligned}$$

앞의 (17)과 같이 보상 행렬 M^* 가 설계된 경우, 직접적인 대입으로 다음의 식들이 성립한다.

$$F - M^*H = P + Q(I - S)^{-1}R, \quad (22)$$

$$G - M^*L = T + Q(I - S)^{-1}U, \quad (23)$$

$$-(G - M^*L)C = Q(I - S)^{-1}(I - A), \quad (24)$$

$$M^*(I + LD) - GD = -Q(I - S)^{-1}B. \quad (25)$$

여기서

$$T := G[I - D(I + LD)^{-1}L], \quad (26)$$

$$U := B(I + LD)^{-1} \quad (27)$$

이고, P , Q , R , 그리고 S 는 (13)에 정의되어 있다. 위의 (22)-(25)를 (20)에 대입하면

$$\begin{aligned} x_{c,i}(k+1) &= [P + Q(I - S)^{-1}R]x_{c,i}(k) \\ &\quad + [T + Q(I - S)^{-1}U](r(k) - d(k)) \\ &\quad + Q(I - S)^{-1}[x_{p,i}(k) - Ax_{p,i}(k) - Bsati(v(k))] \\ &= [P + Q(I - S)^{-1}R]x_{c,i}(k) \quad (28) \\ &\quad + [T + Q(I - S)^{-1}U](r(k) - d(k)) \\ &\quad + Q(I - S)^{-1}[x_{p,i}(k) - x_{p,i}(k+1)] \end{aligned}$$

을 얻는다. 플랜트의 상태 변수는 제어기의 상태 변수에 비하여 빠른 특성을 지니고 있으므로 $x_{p,i}(k) \cong x_{p,i}(k+1)$ 이고, 따라서

$$\begin{aligned} x_{c,i}(k+1) &\cong [P + Q(I - S)^{-1}R]x_{c,i}(k) \quad (29) \\ &\quad + [T + Q(I - S)^{-1}U](r(k) - d(k)) \end{aligned}$$

를 얻는데, 이는 포화 요소가 없을 때의 선형 페루우프 시스템에 섭동 모델 축소 이론을 적용하여 얻은 축소 모델의 형태이며, 따라서 섭동 이론에 의하여[15] $x_{c,i}(k) \cong x_c(k)$ 이다.

5. 전체 시스템의 안정도 해석

포화 요소를 가진 제어 시스템에서의 안정도 문제란, 포화되었을 때 되먹임 루우프가 끊어지는 상태가 되기 때문에, 제어기가 개루우프적으로 불안정한 경우 (예를 들어, PI 제어기) 그것의 상태 변수들이 임의로 크게 발산해 버릴 수 있다는 것에 초점이 맞추어져 있다. 따라서 포화 요소를 포함한 제어 시스템의 안정도를 다룰 때에는 플랜트 출력의 안정도 보다는 시스템 내부의 상태 변수의 안정도 문제를 언급하는 것이 바람직하다. 이에 따라 본 논문에서는 전체적 안정도(total stability)[17]에 관해 논하기로 한다. 전체적으로 안정된 시스템은, 제한된 에너지를 갖는 입력이 인가될 경우, 출력 뿐만 아니라 모든 상태 변수들이 제한된 에너지를 갖는다는 개념으로, 다른 말로하면 BIBS(bounded-input bounded-state) 안정도에 해당된다. 여기서 다음과 같은 정리를 말할 수 있다.

정리 2:

가정 [A.1]-[A.3]을 만족시키는 그림 2와 같은 이산 제어 시스템을 고려하자. 이때

$$|\lambda_i(F - M^*H)| < 1, \quad \forall i \quad (30)$$

이면, 이 제어 시스템은 전체적으로 안정(totally stable)하다.

증명: 생략

그림 2와 같은 이산 ARW 보상 구조에서, (17)과 같이 보상 행렬 M^* 를 선정한다면, 보상된 제어기는 포화 요소가 없을 때의 선형 폐루프 시스템을 섭동 모델 축소 이론으로 축소한 모델의 형태를 갖게 된다는 것을 알 수 있었다. 이때 (22)에 의하여 $F - M^*H$ 는 축소된 모델의 시스템 행렬에 해당되므로, 포화 요소가 없었을 때의 선형 시스템 (12)에 섭동 모델 축소 이론을 적용하여 얻어진 축소 모델이 안정하다면, 제안된 보상 행렬 M^* 의 값을 선택했을 때 대상 시스템은 전체적 안정도를 만족시킨다.

제안된 방법대로 보상 행렬 M^* 가 선정되는 경우 $F - M^*H$ 는, 폐루프 플랜트의 시스템 행렬 $S = A - B(I + LD)^{-1}LC$ 가 안정 행렬이라면, (13)의 처음 q 개의 고유치를 근사화시키게 된다. 그런데, S 가 안정 행렬이라는 조건은 잘 설계된 대부분의 제어 시스템이라면 만족시킬 수 있는 것이므로, 제안된 보상 방법으로 선정된 시스템은 대부분 안정도를 만족시키게 된다.

6. 제어 입력 신호의 방향성 보상

여러 개의 포화 요소를 가진 다변수 시스템의 경우 각각의 포화 요소들은 다른 포화 요소들과 서로 독립적으로 동작하기 때문에, 제어 입력 신호가 포화되는 방향은 여러 갈래일 수 있다. 이에 따라 포화 현상으로 인하여 제어 입력 신호의 방향성이 바뀌어질 수 있으며, 이것 또한 폐루프 시스템의 성능 향상에 좋지 않은 영향을 미칠 수 있다.

시스템에 따라서는 이러한 제어 입력 신호의 방향성 변화에 민감한 특성을 보이는 것이 있는데, 이 경우에는 제안된 방법만으로는 포화 현상이 일어났을 때 성능 보상이 불충분할 수가 있다. 따라서, 이에 대한 보상이 필요하게 되는데, 그 보상 방법은 제어 입력 신호 중에 어느 하나가 포화 되었을 때 그 방향성을 유지하도록 하는 것이다[3,6,15,18]. 이는 그림 3처럼 루우프안에 부가적인 블록 \mathcal{N} 을 삽입하면 성취된다[3,18].

이때 블록 \mathcal{N} 의 기능은 다음과 같다.

$$\bar{u} := \mathcal{N}(v) \quad (31)$$

$$= \begin{cases} v & v \text{가 선형 영역에서 동작할 때} \\ \alpha v & v \text{가 포화치를 넘어섰을 때,} \end{cases}$$

여기서

$$\alpha := \frac{1}{\max_i(v_i/\text{sat}(v_i))} \quad (32)$$

이다.

$\mathcal{N}(v(k))$ 의 역할은 제어 입력 신호를 포화치에 계속 붙잡아 두겠다는 것이 아니라, 포화 현상이 일어났을 때, $v(k)$ 의 방향성이 바뀌지 않도록 비례해서 줄여주는 작용을 하는 것이다. 블록 \mathcal{N} 을 삽입하는 경우, 포화 요소에 들어가는 입력 $\bar{u}(k)$ 는 항상 포화치 내

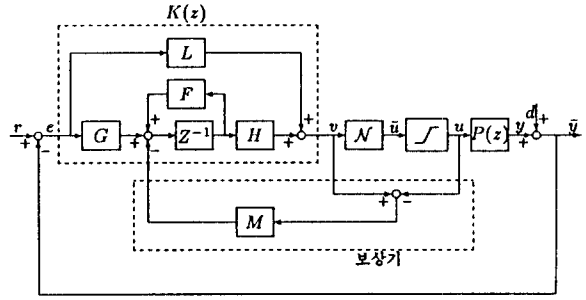


그림 3: 제어 입력 신호의 방향성 보상까지 고려한 ARW 구조

에 있게 되므로, 포화 요소는 아무런 역할도 하지 못한다. 그러나 $v(k)$ 에서 $u(k)$ 로의 전체 작용은 여전히 다른 형태의 포화 작용을 한다. 따라서 블록 \mathcal{N} 의 도입은 3절의 보상 행렬 M^* 의 설계 과정이나, 5절의 결과 시스템의 안정도 해석에 어떠한 영향도 미치지 않으므로, 제안된 방법과 병행하여 사용할 수 있으며, 정리 1과 정리 2의 결과를 그대로 적용할 수 있다.

7. 결론

본 논문에서는 제어 시스템에서 표준적인 ARW 기법으로 간주되고 있는 2단계 설계 기법을 연구하였다. 2단계 설계 기법 중에서도 두번째 단계에 중점을 두었다. 즉 포화 요소가 존재하지 않는다고 가정된 상태에서의 다변수 선형 제어 시스템에 대한 만족할 만한 응답 특성을 주는 선형 제어기는 이미 구성되어 있는 경우, 포화 상황에서 성능 저하를 완화하기 위하여 추가적인 보상기를 어떻게 설계할 것인가에 목적이 있었다.

여기서 제안한 이산 시간 시스템에서의 보상 행렬의 선정에 있어서 보상 구조는 Åström과 Wittenmark의 관측자 기법 구조를 표준적인 ARW 구조로 채택하였다. 제어 시스템에 포화 요소가 존재함으로써 유일했던 평형점이 여러 개의 가상 평형점으로 분리되어 시스템의 성능 저하를 일으키는 요인중의 하나라는 생각으로부터, 포화되지 않은 시스템과 포화된 시스템의 평형점사이의 거리를 최소화시킴으로써 보상 행렬을 구하였다. 제시된 보상 행렬은 기준 입력이나 외부 교란 그리고 포화치등에 무관하게 결정되며, 제어기와 플랜트의 매개변수들로서 직접적으로 구해지는 닫힌 형태(closed form)를 갖기 때문에, 2단계 설계 기법에서 미리 선형 제어가 설계되어 있기만 하면 직접적으로 쉽게 구해질 수 있다. 또한 제어기 설계의 첫단계에서 선형 제어 시스템에 섭동 모델 이론을 적용한 축소 모델이 안정하다면, 제시된 방법은 시스템의 전체적 안정도를 보장한다는 것을 기술하였다.

본 논문은 연속 시간 시스템에서의 결과[18]를 이산 시간 시스템에 적용한 것이었다. 따라서 [18]과 거의 유사한 결과를 얻었으나 보상 행렬의 형태는 다소 차이가 있었다.

참고 문헌

- [1] B. D. O. Anderson and J. B. Moore, *Linear optimal control*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1971.
- [2] K. J. Åström and B. Wittenmark, *Computer controlled systems: Theory and design*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1984.
- [3] P. J. Campo and M. Morari, "Robust control of processes subject to saturation nonlinearities," *Computers chem. Engng.*, Vol. 14, No. 4/5, pp. 343-358, 1990.
- [4] P. J. Campo, M. Morari, and C. N. Nett, "Multivariable anti-windup and bumpless transfer: A general theory," *Proc. Am. Control Conf.*, pp. 1706-1711, 1989.
- [5] 장원욱, 박영진, "포화 요소가 있는 계를 위한 와인드업 방지 보상 방법," *대한기계학회논문지*, 16권 7호, pp. 1332-1340, 1992.
- [6] B. S. Chen and S. S. Wang, "The stability of feedback control with nonlinear saturating actuator: Time domain approach," *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 33, No. 5, pp. 483-487, 1988.
- [7] C.-H. Choi and J.-K. Park, "ARW method for saturating systems," *Korean Automatic Control Conference*, pp. 229-234, 1992.
- [8] R. W. Cottle, "Manifestations of the Schur complement," *Lin. Alg. and Appl.*, Vol. 8, No. 3, pp. 189-211, 1974.
- [9] K. V. Fernando and H. Nicholson, "Singular perturbation model reduction of balanced systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 27, No. 2, pp. 466-468, 1982.
- [10] H. A. Fertik and C. W. Ross, "Direct digital control algorithms with anti-windup feature," *ISA Trans.*, Vol. 6, No. 4, pp. 317-328, 1967.
- [11] A. H. Glatfelter and W. Schaufelberger, "Stability analysis of single loop control systems with saturation and antireset-windup circuits," *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 28, No. 12, pp. 1074-1081, 1983.
- [12] R. Hanus, M. Kinnaert, and J. L. Henrotte, "Conditioning technique, a general anti-windup and bumpless transfer method," *Automatica*, Vol. 23, No. 6, pp. 729-739, 1987.
- [13] I. Horowitz, "A synthesis theory for a class of saturating systems," *Int. J. Contr.*, Vol. 38, No. 1, pp. 169-187, 1983.
- [14] T. Kailath, *Linear systems*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1980.
- [15] P. Kapasouris, M. Athans, and G. Stein, "Design of feedback control systems for stable plants with saturating actuators," *27th IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 469-479, 1988.
- [16] Y. Liu and B. D. O. Anderson, "Singular perturbation approximation of balanced systems," *Int. J. Control*, Vol. 50, No. 4, pp. 1379-1405, 1989.
- [17] 박종구, 최중호, "입력에 포화기를 가진 제어시스템의 성능 향상," *대한전기학회논문지*, 38권 5호, pp. 380-387, 1989.
- [18] J. -K. Park and C. -H. Choi, "A compensation method for improving the performance of multivariable control systems with saturating actuators," *Control - Theory and Advanced Technology*, Vol. 9, No. 1, pp. 305-323, 1993.
- [19] K. S. Walgama and J. Sternby, "Inherent observer property in a class of anti-windup compensators," *Int. J. Control*, Vol. 52, No. 3, pp. 705-724, 1990.
- [20] S. Yang, "Stability analysis of a control system with an antireset-windup limiter by liapunov's second method," *Korean Automatic Control Conference*, pp. 1289-1294, 1990.
- [21] 양상식, 홍석교, "지능적인 제한기를 갖는 포화 시스템에 관한 해석," *대한전기학회논문지*, 40권 4호, pp. 417-426, 1991.