'93 한국자동제어학술회의논문집 (1993. 10. 20~22)

멀티플렉스방식의 측정장치가 있는 시스템의 적응예측제어

지 규 인
건국대학교 공과대학 전자공학과

Adaptive Predictive Control of Systmes with Multiplexed Measurements

Gyu-In Jee
Dept. of Electronics Engineering, KonKuk University

Abstract

This paper considers the adaptive predictive control problem of a system characterized by a multiplexed measurements and multi-rate sampling mechanism. Plant outputs are measured in various sampling rates through a multiplexed measurement system where a single common instrument is shared by several controllers. In general, output measurement sampling rate is assumed to be slower that input update rate. An adaptive predictive control algorithm is developed for systems with multiplexed measurements.

1 서론

제어목적으로 플랜트의 출력을 측정하기 위해 값 비싸고 관리 운용하기에 많은 비용을 요구하는 계측기(예로, chromatograph, mass spectrometer, 등...)를 다수의 독립적인 제어기들이 모두 필요로 할때, 모든 제어시스템이 각자의 계측기를 가지고 있는 대신 하나의 계측기를 멀티플렉스 방식으로 공용한다면 경제적인 제어시스템을 구성할 수 있다. 또한 어떤 경우에는 기술적인 문제 혹은 시스템의 특성상 멀티플렉스방식의 계측시스템이 요구되기도 한다. 그림1은 이러한 멀티플렉스방식의 측정장치가 있는 제어시스템을 보여준다.

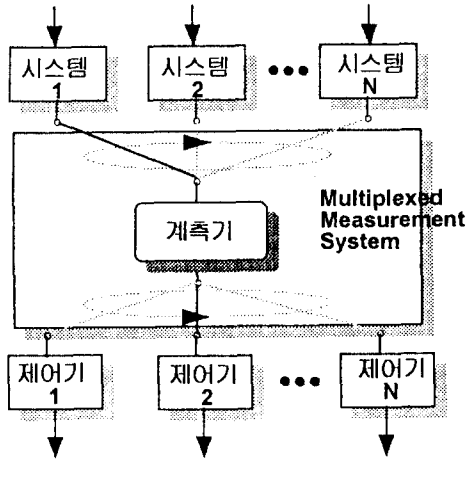

그림 1: 멀티플렉스 측정장치가 있는 제어시스템

이러한 상황의 한 예를 구체적으로 보기위해 의용제어시스템인 폐회로 마취가스 전달시스템(Closed Circuit Anesthesia)을 살펴보자 [1]. 이 시스템은 병원에서 환자를 마취할 때 쓰는 시스템으로 환자는 밀폐된 공급회로를 통해서 전달되는 산소, 산화질소, 액화 마취성 할로테인의 혼합가스에 의해 마취된다. 환자의 마취정도(Depth of Anesthesia)를 조절하기 위해 환자의 폐속에 존재하는 산소와 할로테인의 농도를 폐회로의 체적을 일정하게 유지하면서 제어할 필요가 있다. 마취된 환자의 숨으로부터 산소와 할로테인의 분할농도를 측정하기 위해 mass spectrometer가 쓰인다. 제어방법으로는 각기 다른 환자들 사이에서의 시스템 변수의 변화 그리고 동일한 환자일지라도 시간에 따른 시스템의 변수의 변화에 적응하기 위해 적응제어기의 사용이 요구된다. 고가의 장비이며 사용하기 위해 많은 권리를 요구하는 mass spectrometer를 단일 환자만을 치치하기 위해 모든 제어시스템이 제각기 갖추고 있는 것은 경제적으로 상당히 비효율적이다. 이 비용은 다수의 시스템이 한대의 mass spectrometer만을 멀티플렉스방식으로 공유한다면 상당히 줄일 수 있다. 멀티플렉스방식에서는 다른 장소에 위치한 다수의 환자로부터 채취된 가스 프로화일들이 긴 샘플링 캐시터를 통해 저장되었다가 중앙에 위치한 한대의 mass spectrometer로 보내진다. mass spectrometer는 각 환자의 가스농도를 측정하기 위해 캐시터들을 멀티플렉서를 통해 돌아 가면서 선택하여, 측정된 가스농도를 해당 제어시스템으로 보내준다 [2]

본 논문에서는 하나의 측정장치를 다수의 제어기가 공유하는 Multiplexed Measurement System에서의 제어기 설계문제를 다루며 제어방법으로는 시스템의 특성상 적응예측제어를 사용한다. 공동의 측정기를 공유하는 제어시스템의 수가 많아지면 측정기의 효율성은 증아지지만 각 제어기의 샘플링주기가 커지므로 제어성능의 감소를 가져올 수 있다. 출력 샘플링 시간 와 입력갱신 시간 그리고 제어성능과의 관계를 고려하여 최적의 샘플링시간을 선택하여야한다. 어떤 제어기들은 특정한 순간 다른 제어기들에 비해 보다 빠른 속도의 제어입력 갱신을 요구하는 경우가 있다. 예를 들어 어느 순간 어떤 제어시스템은 정상상태에 있고 다른 것은 제어상태의 변화로 과도상태에 있다면 후자는 보다 많은 제어입력을 필요로 한다. 이 경우, 공유된 측정기가 다른 것에 우선해서 이 제어기로 출력 측정치를 자주 보내 주어야한다. 즉 공동의 측정기를 우선적으로 사용할 수 있는 우선권(Priority)의 문제가 제어성능의 관점에서 중요하다 [3]

2 시스템모델 및 예측제어

시스템은 선형연속시간 전달함수로 주어진다:

$$y(t) = G_c(\rho)u(t) = \frac{b(\rho)}{a(\rho)}u(t) \tag{1}$$

이때 ρ는 미분연산자($\rho \triangleq d/dt$)를 $u(t)$와 $y(t)$는 각기 입력과 출력을 나타낸다. T_s를 연속적인 출력 측정 사이의 시간, 즉 출력측정 주기로 정의하고, h를 가능한 입력 갱신 사이의 시간으로 정의하자. T_s와 h 사이에 다음의 관계가 있다고 가정한다:

$$T_s = mh, \quad m = 1, 2, \ldots \tag{2}$$

만약 이 입출력 모델을 상태공간 모델로 변환하고 샘플링 주기 h와 영차홀드(zero-order hold) 입력을 가정하여 이산화한다면 다음과 같이 입출력모델을 역이동(backward shift) 연산자 형태로 표현할 수 있다:

$$A(h,q^{-1})y_t = B(h,q^{-1})u_{t-1} \tag{3}$$

이때, $y_t \triangleq y(th)$이며 $u_t \triangleq u(th)$이다 $(t=0,1,\ldots)$. $A(h,q^{-1})$와 $B(h,q^{-1})$는 샘플주기 h의 함수이다.

예측제어에서는 여기에 시스템의 외란을 고려하여 다음과 같은 CARIMA (Controlled AutoRegressive Integrated Moving Average) 모델로 시스템을 표현한다:

$$A(q^{-1})y_t = B(q^{-1})u_{t-1} + \frac{T(q^{-1})}{\Delta}\xi_t \tag{4}$$

여기서 Δ는 차분연산자 $1-q^{-1}$이며, ξ_t는 일반적인 외란(disturbance)을 나타낸다. 외란부분은 모델-플랜트 사이의 불일치(mismatch)를 모델하기 위해 쓰이기도 한다[6]. 이 경우 $T(q^{-1})$는 모델되지 못한 동특성(dynamics)이 있을 때 제어기의 강인성(robustness)을 개선시킬 수 있는 설계 다항식으로 사용될 수 있다.

다음의 Diophantine식들이 j-step-ahead 출력예측을 위하여 필요하다.

$$T(q^{-1}) = E_j(q^{-1})A\Delta + q^{-j}F_j(q^{-1}) \tag{5}$$

$$E_j(q^{-1})B(q^{-1}) = G_j(q^{-1})T(q^{-1}) + q^{-j}\Gamma(q^{-1}) \tag{6}$$

약간의 대수적인 계산 후에 y_{t+j}의 예측치는 다음과 같이 표현된다:

$$\hat{y}_{t+j} = G_j(q^{-1})\Delta u_{t+j-1} + \hat{y}_{t+j|t} \tag{7}$$

이때 $\hat{y}_{t+j|t}$는 시간 $t-1$ 이후 제어증분이 영이라는 가정 아래 y_{t+j}의 예측이다:

$$\hat{y}_{t+j|t} = \Gamma_j(q^{-1})\frac{\Delta}{T}u_{t-1} + F_j(q^{-1})\frac{\Delta}{T}y_t \tag{8}$$

위의 예측식으로부터 플랜트 입출력 관계식은 다음의 벡터식으로 표현된다:

$$\hat{y}_t = G\tilde{u}_t + f_t \tag{9}$$

여기서

$$\hat{y}_t = [\hat{y}_{t+1}, \hat{y}_{t+2}, \ldots, \hat{y}_{t+N_2}]^T, \tag{10}$$

$$\tilde{u}_t = [\Delta u_t, \Delta u_{t-1}, \ldots, \Delta u_{t+N_u-1}]^T, \tag{11}$$

$$f_t = [\hat{y}_{t+1|t}, \hat{y}_{t+2|t}, \ldots, \hat{y}_{t+N_2|t}]^T, \tag{12}$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N_u-1} & g_{N_u-2} & \cdots & g_0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{N_2-1} & g_{N_2-2} & \cdots & g_{N_2-N_u} \end{bmatrix}, \tag{13}$$

N_2, N_u는 각기 costing horizon과 control horizon을 나타낸다.

GPC 목적함수는 다음과 같이 미래예측오차와 미래입력증분의 자승합으로 설정된다.

$$J_{GPC} = (\hat{y}_t - r_t)^T(\hat{y}_t - r_t) + \lambda\tilde{u}_t^T\tilde{u}_t \tag{14}$$

$$\text{s.t.} \quad \Delta u_{t+j} = 0, \quad j = N_u, \cdots, N_2 \tag{15}$$

이때 r는 기준신호로부터 다음과 같이 정의된다:

$$r_t = [r_{t+1}r_{t+2}\cdots r_{t+N_2}]^T \tag{16}$$

GPC 목적함수를 최소화하는 최적제어증분 $\tilde{u}$는 다음과 같다.

$$\tilde{u}_t = (G^TG + \lambda I)^{-1}G^T(r_t - f_t) \tag{17}$$

비록 미래의 제어입력들이 미리 계산되지만, 종종 $\tilde{u}$의 첫번째 요소인 현재 입력신호 Δu_t만이 실제로 구현된다. 그 다음 순간, 새롭게 측정된 출력정보로부터 새로운 미래입력들이 계산된다. 이것을 receding horizon control 방법이라 부른다. 이 경우 입력을 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$u_t = u_{t-1} + G_1(r_t - f_t), \quad t = 1, 2, \cdots \tag{18}$$

여기서, G_1는 $(G^TG + \lambda I)^{-1}G^T$의 첫번째 행이다.

3 다중속도 예측제어

3.1 다중속도 시스템

이제 멀티플렉스된 출력측정을 갖는 예측제어 문제를 고려해보자. 그림 1에 보이는 것처럼 m개의 제어시스템이 각각의 출력측정을 위하여 한대의 계측기를 공용하도록 구성되어 있다고 가정한다. 만약 각 제어시스템이 동등한 우선순위를 갖고 계측기를 순차적으로 사용하도록 되어 있고, 제어입력이 샘플링 주기 h로 변화할 수 있다면, 각 제어시스템에 대해 출력은 기껏해야 매 $T_s = mh$ 주기에 한번 측정될 수 있다. 출력측정이 입력갱신 속도에 비해 느리게 진행되므로 이 시스템은 내부적으로 단일의 샘플링 속도가 아닌 복수의 샘플링속도를 가지고 있으며, 이러한 시스템을 다중속도(Multirate) 시스템이라 한다.

이 샘플치 시스템에 GPC를 구현하는 직접적인 한 방법은, 연속시스템 $G_c(s)$를 샘플링 주기 T_s로 이산화해서 식 (17)의 $\tilde{u}$를 모델계수 $A(T_s,q^{-1})$와 $B(T_s,q^{-1})$에 근거해 매 T_s 시간마다 계산하는 것이다. 비록 제어입력은 h의 주기로 보다 빠르게 갱신될 수 있지만, $u(t)$는 T_s 시간 동안 상수로 유지된다:

$$u(\tau) = u_t, \quad th < \tau < (t+m)h. \tag{19}$$

긴 샘플링 시간때문에, 결과적으로 얻어지는 제어기는 m이 점점 커져감에 따라 성능 저하를 겪게된다.

다중속도 시스템을 제어하는 방법으로 다음과 같은 두가지 방법을 고려할 수 있다. 첫번째는 실출력측정(actual output measurement) 순간 사이의 출력값으로 출력예측에 근거한 $m-1$개의 가출력측정값(pseudo output measurement)들을 사용하여 h의 주기로 입력을 계산하여 갱신하는 것이고, 둘째로는 예측제어법칙을 변형시켜 제어입력이 Ts의 주기로 측정되는 실출력값들, 즉 $\{y_t, y_{t-m}, y_{t-2m}, \cdots\}$만의 식으로 표현되도록 한다. 이 경우 실출력측정 사이의 출력값들은 제어입력을 계산할 때 필요하지 않다.

3.2 가출력 측정값을 이용한 제어

식 (19)으로 구해지는 제어입력은 일반적으로 m이 커질수록 긴 출력갱신 주기때문에 제어성능 저하를 겪게된다. 이 문제에 대한 한 해결방법으로 제어입력 u_t를 긴 주기인 T_s가 아닌 매 h 주기마다 갱신한다. 그러자면 식 (17)의 $\tilde{u}$는 h의 주기로 모델변수 $A(h,q^{-1})$와 $B(h,q^{-1})$에 근거하여 계산되어야 한다. 그러나 실제 출력 측정치 y_t는 단지 $t = im(i = 1,2,\ldots)$일 때만 얻어지므로, 일종의 가출력측정(pseudo output measurement)이 $t \neq im$일 때 식 (8)의 y_t를 대신하기 위하여 필요하다.

시간 $t-1$까지의 정보에 근거한 one-step-ahead 출력예측 $\hat{y}_t$가 시간 t에서의 가출력측정치로 사용할 수 있다. 식 (7)으로부터, $t = t-1$이고 $j = 1$일 때

$$\hat{y}_t = g_0\Delta u_{t-1} + \hat{y}_{t|t-1} \tag{20}$$

시스템에 잡음이 없고 모델-플랜트 불일치가 존재하지 않을 때 $\hat{y}_t$은 y_t와 같다.

GPC 수식 (5)-(17)중에서, 단지 식 (8)의 y_t 항만이 다음과 같이 변화한다:

$$y_t = \begin{cases} y_t, & \text{실측정치}, \quad t = im \\ \hat{y}_t, & \text{가측정치}, \quad t \neq im \end{cases} \tag{21}$$

여기서 $i = 1,2,\ldots$. 이때 $u(t)$는 h 샘플링 시간동안 상수로 유지된다.

$$u(\tau) = u_t, \quad th < \tau < (t+1)h. \tag{22}$$

3.3 실출력 측정값만을 이용한 제어

예측제어법칙을 변형시켜 제어입력이 T_s의 주기로 측정되는 실출력값들, 즉 $\{y_t, y_{t-m}, y_{t-2m}, \cdots\}$만의 식으로 표현되도록 한다면, 실출력측정 사이의 출력값들, $\{y_t, y_{t+1}, y_{t+2}, \cdots, y_{t+m-1}\}$은 제어입력을 계산할 때 필요하지 않다. 이를 위해서는 우선 식 (4)의 CARIMA 모델을 측정가능한 입출력데이터들, $\{y_t, y_{t-m}, y_{t-2m}, \cdots, u_t, u_{t-1}, u_{t-2}, \cdots\}$로만 표현되도록 변형해야 한다.

식 (4)를 다시 쓰면 다음과 같다:

$$\Delta A(q^{-1})y_t = \Delta B(q^{-1})u_{t-1} + T(q^{-1})\xi_t \tag{23}$$

윗식의 양변에 다항식:

$$\sum_{i=1}^{m}[q^{1-i}]\cdot\prod_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}[(\lambda_i q)^{1-j}] \tag{24}$$

을 곱하여 정리하면 다음과 같다:

$$\Delta_m A_m(q^{-m})y_t = B_m(q^{-1})\Delta u_{t-1} + T_m(q^{-1})\xi_t \tag{25}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
\Delta_m &= 1-q^{-m} && (26)\\
A_m(q^{-m}) &= 1+a_{m1}q^{-m}+a_{m2}q^{-2m}+\cdots+a_{mn}q^{-nm} && (27)\\
B_m(q^{-1}) &= b_{m0}+b_{m1}q^{-1}+\cdots+b_{m(l+m-1)}q^{-l-m+1}, l=m(28)\\
T_m(q^{-1}) &= 1+t_{m1}q^{-1}+\cdots+t_{m(l+m-1)}q^{-l-m+1} && (29)
\end{aligned}$$

이후부터, 제어법칙 유도를 간략히 보이기 위해 잡음이 없는 시스템만을 고려한다.

최소화될 목적함수로 다음과 같은 함수를 설정한다:

$$J_m(u,t) = \sum_{j=N_1}^{N_2}[y_{t+jm}-r_{t+jm}]^2 + \lambda\sum_{j=1}^{N_u m}[\Delta u_{t+j-1}]^2 \tag{30}$$

$$\text{s.t.} \qquad \Delta u_{t+j}=0, \qquad j=N_u m,\cdots,N_2 m \tag{31}$$

목적함수의 출력오차항을 보면 출력이 실제로 측정될 때인, $\{t,\ t+m,\ t+2m,\ \cdots\}$ 순간에서만의 출력오차가 고려되었다. jm-step-ahead 출력예측을 위하여 다음의 Diophntine식들이 필요하다:

$$1 = E_j(q^{-1})A_m\Delta_m + q^{-jm}F_j(q^{-m}) \tag{32}$$

$$E_j(q^{-1})B_m(q^{-1}) = G_j(q^{-1}) + q^{-jm}\Gamma(q^{-1}) \tag{33}$$

약간의 대수적인 계산후에 y_{t+jm}의 예측치는 다음과 같이 표현된다:

$$\hat{y}_{t+jm} = G_j(q^{-1})\Delta u_{t+jm-1} + \hat{y}_{t+jm|t} \tag{34}$$

이때 $\hat{y}_{t+jm|t}$는 시간 $t-1$ 이후 제어증분이 영이라는 가정 아래 y_{t+jm}의 예측이다:

$$\hat{y}_{t+jm|t} = \Gamma_j(q^{-1})\Delta u_{t-1} + F_j(q^{-m})y_t \tag{35}$$

여기서 $\hat{y}_{t+jm|t}$들은 과거 실출력측정값들인, $\{y_t,\ y_{t-m},\ y_{t-2m},\ \cdots\}$만의 함수인 것을 알 수 있다. 위의 예측식으로부터 플랜트 입출력 관계식은 다음의 벡터식으로 표현된다:

$$\hat{y} = G\tilde{u} + f \tag{36}$$

여기서

$$\hat{y} = [\hat{y}_{t+m}, \hat{y}_{t+2m}, \cdots, \hat{y}_{t+N_2 m}]^T, \tag{37}$$

$$\tilde{u} = [\Delta u_t, \Delta u_{t-1}, \ldots, \Delta u_{t+N_u m-1}]^T, \tag{38}$$

$$f = [\hat{y}_{t+m|t}, \hat{y}_{t+2m|t}, \cdots, \hat{y}_{t+N_2 m|t}]^T, \tag{39}$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N_u m-1} & g_{N_u m-2} & \cdots & g_0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{N_2 m-1} & g_{N_2 m-2} & \cdots & g_{(N_2-N_u)m} \end{bmatrix}, \tag{40}$$

N_2, N_u는 각기 costing horizon과 control horizon을 나타낸다. 목적함수는 다음과 같은 벡터식으로 표현된다:

$$J_m = (\hat{y}-r)^T(\hat{y}-r) + \lambda\tilde{u}^T\tilde{u} \tag{41}$$

이때 r은 기준신호로부터 다음과 같이 정의된다:

$$r = [r_{t+m} r_{t+2m} \cdots r_{t+N_2 m}]^T \tag{42}$$

최적제어증분을 구해주는 해는

$$\tilde{u} = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (r-f) \tag{43}$$

이렇게 구한 $N_u m$개의 미래입력들을 그대로 시스템에 인가하는 것이 아니라 receding horizon control 방법을 이용하여 $t+m-1$순간까지의 입력들인 $u_t, u_{t+1}, u_{t+2}, \cdots, u_{t+m-1}$만을 시스템에 인가하고, 그 다음 출력측정 순간인 $t+m$에서 새롭게 측정된 출력정보로부터 새로운 미래입력들을 계산한다.

4 시스템변수 추정

시스템의 변수를 모를 경우 시스템의 입출력데이터로부터 시스템변수를 추정할 수 있다. 이절에서는 출력이 멀티플렉스 방식에 의해 측정되어 입력과는 달리, 매 m주기에 한번씩 측정될 경우의 시스템변수 추정에 대해 살펴본다.

4.1 m-스텝 순환방법

선형 연속시간 시스템을 샘플주기 h로 이산화된 다음과 같은 시스템을 고려하자:

$$A(h,q^{-1})y_t = B(h,q^{-1})u_{t-1} \tag{44}$$

이것을 선형회기(linear regression)형태로 표현하면,

$$y_t = \phi_{t-1}^T\theta_o \tag{45}$$

여기서 ,

$$\begin{aligned}
\phi_{t-1} &= [-y_{t-1}, -y_{t-2}, \cdots, -y_{t-n}, u_{t-1}, u_{t-2}, \cdots, u_{t-n}]^T && (46)\\
\theta_o &= [a_1, a_2, \cdots, a_n, b_1, \cdots, b_n]^T && (47)
\end{aligned}$$

시스템변수 추정을 위한 순환알고리즘의 일반적인 형태는,

$$\hat{\theta}_t = \hat{\theta}_{t-1} + f(y_t - \phi_{t-1}^T\hat{\theta}_{t-1}, t) \tag{48}$$

매 스텝마다 입출력데이터 u_t, y_t를 받아서 새로운 변수추정을 행하며, 시간이 무한대로 갈수록 특정한 조건아래서 변수추정치는 실제변수값으로 수렴한다. 그러나 이절에서 고려하는 시스템은 출력이 m-스텝에 한번씩만 측정 가능하므로 위의 알고리즘을 그대로 쓸수는 없다. 두가지 방법을 고려할 수 있다.

첫째는 위의 알고리즘을 그대로 유지하며 단지 실제 출력이 측정될 순간에만 변수추정 알고리즘을 사용하는 것이다, 즉 m-스텝에 한번씩만 알고리즘을 순환시킨다. 이 경우 사용되는 입출력데이터는 $\{y_t, y_{t-m}, y_{t-2m}, \cdots, u_t, u_{t-m}, u_{t-2m}, \cdots\}$등이다. 그러나 추정된 변수는 결과적으로 원래의 연속시간 시스템을 출력 측정주기인 $T_s = mh$로 이산화한 시스템인

$$A(T_s,q^{-1})y_t = B(T_s,q^{-1})u_{t-1} \tag{49}$$

의 변수 추정치에 해당한다. 또한 이 방법은 m이 커질수록 변수추정에 의한 시스템 출력추정 성능이 현저하게 나빠진다.

4.2 다중속도 변수추정 알고리즘

두번째 방법으로 2.3절에서와 같이 시스템식을 변경한후, 이것에 적용될 수 있도록 변수추정 알고리즘을 변경하는 것이다. 본 연구에서는 시스템변수를 모를 경우의 적응제어를 위하여 Lu와 Fishser [8], [9] 에 의해 제안된 아래와 같은 다중속도 변수추정 알고리즘을 사용한다.

식 (44)와 ARMA 모델을 2.3절의 방법을 써서 측정가능한 입출력 데이터들로만 표현하면 다음과 같다:

$$A_m(q^{-m})y_t = B_m(q^{-1})u_{t-1} \tag{50}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
A_m(q^{-m}) &= 1+a_{m1}q^{-m}+a_{m2}q^{-2m}+\cdots+a_{mn}q^{-nm} && (51)\\
B_m(q^{-1}) &= b_{m1}q^{-1}+b_{m2}q^{-2}+\cdots+b_{ml}q^{-l} && (52)
\end{aligned}$$

선형회기형태로 다시 쓰면,

$$y_t = \phi_{t-1}^T\theta_o \tag{53}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
\phi_{t-1} &= [-y_{t-m}, -y_{t-2m}, \cdots, -y_{t-nm}, && (54)\\
&\quad u_{t-1}, u_{t-2}, \cdots, u_{t-l}]^T && (55)\\
\theta_o &= [a_{m1}, a_{m2}, \cdots, a_{mn}, b_1, b_2, \cdots, b_l]^T && (56)
\end{aligned}$$

추정모델은 다음과 같이 주어진다:

$$\hat{A}_m(t,q^{-m})\hat{y}_t = \hat{B}_m(t,q^{-1})u_{t-1} \tag{57}$$

회기형태로 쓰면,

$$\hat{y}_t = \hat{\phi}_{t-1}^T\hat{\theta}_t \tag{58}$$

여기서,

$$\bar{\phi}_{t-1} = [-\bar{y}_{t-m}, -\bar{y}_{t-2m}, \cdots, -\bar{y}_{t-nm}, \quad (59)$$

$$u_{t-1}, u_{t-2}, \cdots, u_{t-l}]^T \quad (60)$$

$$\hat{\theta}_t = [\hat{a}_{m1t}, \hat{a}_{m2t}, \cdots, \hat{a}_{mnt}, \hat{b}_{1t}, \hat{b}_{2t}, \cdots, \hat{b}_{lt}]^T \quad (61)$$

다음의 변수들을 정의한다:

$$\eta_t = y_t - \hat{y}_t \quad (62)$$

$$\hat{y}_t = \bar{\phi}_{t-1}^T \hat{\theta}_{t-1} \quad (63)$$

$$e_t = y_t - \hat{y}_t \quad (64)$$

$$\bar{\eta}_t = D(q^{-m})\eta_t \quad (65)$$

여기서,

$$D(q^{-m}) = 1 + d_1 q^{-m} + d_2 q^{-2m} + \cdots + d_l q^{-lm} \quad (66)$$

는 고정된 moving averageing 필터이고,

$$\bar{v}_t = e_t + [D(q^{-m}) - 1]\eta_t \quad (67)$$

위에서 정의된 변수들을 이용하여, 변수추정 알고리즘이 아래와 같이 주어진다:

순환 출력오차 최소자승 추정법:

$$\hat{\theta}_{tm} = \hat{\theta}_{tm-m} + \frac{P_{tm-2}\bar{\phi}_{tm-1}\bar{v}_{tm}}{1 + \bar{\phi}_{tm-1}^T P_{tm-2}\bar{\phi}_{tm-1}} \quad (68)$$

$$\hat{\theta}_{tm+i} = \hat{\theta}_{tm}, \quad i = 1, 2, \cdots, m-1 \quad (69)$$

$$P_{(t+1)m-2} = P_{tm-2} - \frac{P_{tm-2}\bar{\phi}_{tm-1}\bar{\phi}_{tm-1}^T P_{tm-2}}{1 + \bar{\phi}_{tm-1}^T P_{tm-2}\bar{\phi}_{tm-1}} \quad (70)$$

θ_0는 임의의 값을 가질 수 있다. 윗식에서 볼 수 있는 바와 같이, 출력 측정 순간들 사이에서 $\hat{\theta}_k$는 갱신되지 않으며 또한 P_t를 계산할 필요가 없다. ϕ_t의 초기값은 아래와 같이 설정한다:

$$\bar{\phi}_{-1} = \phi_{-1} \quad (71)$$

$$\bar{\phi}_{-1+i} = \text{임의 값}, \quad i = 1, 2, \cdots, m-1 \quad (72)$$

여기서 ϕ_{-1}은 측정데이타로부터 얻을 수 있다.

회기벡터(Regressor) $\bar{\phi}_t$가 식 (60)로 정의되기 때문에, 비록 출력은 단지 m-스텝에 한번씩만 측정되지만, 매 스텝마다 추정출력인 $\bar{y}_t$와 $\hat{y}_t$를 식 (58)와 (63)로부터 구할 수 있다.

5 적응예측제어

지금까지 고려된 예측제어방법과 변수추정방법들을 통합하여 시스템 변수들을 모를 경우, 멀티플렉스 방식의 측정장치가 있는 시스템제어를 위한 적응예측제어 알고리즘을 제안한다.

3.3절에서 유도된 예측제어기와 4.2절에 소개된 변수추정법을 결합하여 적응제어기를 구성한다. 시스템모델로 다음과 같이 변형된 ARMA 모델을 가정한다:

$$A(q^{-m})\Delta_m y_t = B(q^{-1})\Delta u_{t-1} \quad (73)$$

여기서,

$$A(q^{-m}) = 1 + a_1 q^{-m} + a_2 q^{-2m} + \cdots + a_n q^{-nm} \quad (74)$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \cdots + b_l q^{-l}, \quad l = n \times m \quad (75)$$

선형회기형태로 다시 쓰면,

$$\Delta_m y_t = \phi_{t-1}^T \theta_o \quad (76)$$

여기서,

$$\phi_{t-1} = [-\Delta_m y_{t-m}, -\Delta_m y_{t-2m}, \cdots, -\Delta_m y_{t-nm}, \quad (77)$$

$$\Delta u_{t-1}, \Delta u_{t-2}, \cdots, \Delta u_{t-l}]^T \quad (78)$$

$$\theta_o = [a_1, a_2, \cdots, a_n, b_1, b_2, \cdots, b_l]^T \quad (79)$$

추정모델은 다음과 같이 주어진다:

$$\hat{A}(t, q^{-m})\Delta_m \bar{y}_t = \hat{B}(t, q^{-1})\Delta u_{t-1} \quad (80)$$

여기서,

$$\hat{A}(t, q^{-m}) = 1 + \hat{a}_{1t} q^{-m} + \hat{a}_{2t} q^{-2m} + \cdots + \hat{a}_{nt} q^{-nm} \quad (81)$$

$$\hat{B}(t, q^{-1}) = \hat{b}_t q^{-1} + \hat{b}_{2t} q^{-2} + \cdots + \hat{b}_{lt} q^{-l} \quad (82)$$

회기형태로 쓰면,

$$\Delta_m \bar{y}_t = \bar{\phi}_{t-1}^T \hat{\theta}_t \quad (83)$$

여기서,

$$\bar{\phi}_{t-1} = [-\Delta_m \bar{y}_{t-m}, -\Delta_m \bar{y}_{t-2m}, \cdots, -\Delta_m \bar{y}_{t-nm}, \quad (84)$$

$$\Delta u_{t-1}, \Delta u_{t-2}, \cdots, \Delta u_{t-l}]^T \quad (85)$$

$$\hat{\theta}_t = [\hat{a}_{1t}, \hat{a}_{2t}, \cdots, \hat{a}_{mt}, \hat{b}_{1t}, \hat{b}_{2t}, \cdots, \hat{b}_{lt}]^T \quad (86)$$

다음의 변수들을 정의한다:

$$\eta_t = \Delta_m y_t - \Delta_m \bar{y}_t \quad (87)$$

$$\Delta_m \hat{y}_t = \bar{\phi}_{t-1}^T \hat{\theta}_{t-1} \quad (88)$$

$$e_t = \Delta_m y_t - \Delta_m \hat{y}_t \quad (89)$$

$$\bar{\eta}_t = D(q^{-m})\eta_t \quad (90)$$

$$\bar{v}_t = e_t + [D(q^{-m}) - 1]\eta_t \quad (91)$$

$$\hat{\theta}_{tm} = \hat{\theta}_{tm-m} + \frac{P_{tm-2}\bar{\phi}_{tm-1}\bar{v}_{tm}}{1 + \bar{\phi}_{tm-1}^T P_{tm-2}\bar{\phi}_{tm-1}} \quad (92)$$

$$\hat{\theta}_{tm+i} = \hat{\theta}_{tm}, \quad i = 1, 2, \cdots, m-1 \quad (93)$$

$$P_{(t+1)m-2} = P_{tm-2} - \frac{P_{tm-2}\bar{\phi}_{tm-1}\bar{\phi}_{tm-1}^T P_{tm-2}}{1 + \bar{\phi}_{tm-1}^T P_{tm-2}\bar{\phi}_{tm-1}} \quad (94)$$

매 순간 t마다 식 (92)-(94)로부터 $\hat{\theta}_t$를 추정하여 식 (73)의 $\hat{A}(t, q^{-m})$과 $\hat{B}(t, q^{-1})$를 구한다.

추정된 시스템 변수들을 이용한 다음의 Diophntine식들을 풀어서 $\hat{G}_t$와 $\hat{f}_t$를 구한다:

$$1 = \hat{E}_j(q^{-1})\hat{A}\Delta_m + q^{-jm}\hat{F}_j(q^{-m}) \quad (95)$$

$$\hat{E}_j(q^{-1})\hat{B}(q^{-1}) = \hat{G}_j(q^{-1}) + q^{-jm}\hat{\Gamma}(q^{-1}) \quad (96)$$

$$\hat{y}_{t+jm} = \hat{G}_j(q^{-1})\Delta u_{t+jm-1} + \hat{y}_{t+jm|t} \quad (97)$$

$$\hat{y}_{t+jm|t} = \hat{\Gamma}_j(q^{-1})\Delta u_{t-1} + \hat{F}_j(q^{-m})y_t \quad (98)$$

플랜트 입출력 관계식을 다음의 벡터식으로 표현한다:

$$\hat{y} = \hat{G}_t \tilde{u} + \hat{f}_t \quad (99)$$

여기서

$$\hat{y} = [\hat{y}_{t+m}, \hat{y}_{t+2m}, \cdots, \hat{y}_{t+N_2 m}]^T, \quad (100)$$

$$\tilde{u} = [\Delta u_t, \Delta u_{t-1}, \cdots, \Delta u_{t+N_u m-1}]^T, \quad (101)$$

$$\hat{f}_t = [\hat{y}_{t+m|t}, \hat{y}_{t+2m|t}, \cdots, \hat{y}_{t+N_2 m|t}]^T, \quad (102)$$

$$\hat{G}_t = \begin{bmatrix} \hat{g}_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hat{g}_1 & \hat{g}_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{g}_{N_u m-1} & \hat{g}_{N_u m-2} & \cdots & \hat{g}_0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hat{g}_{N_2 m-1} & \hat{g}_{N_2 m-2} & \cdots & \hat{g}_{(N_2-N_u)m} \end{bmatrix}, \quad (103)$$

최적 적응예측제어 증분을 다음과 같이 계산한다:

$$\tilde{u} = (\hat{G}_t^T \hat{G}_t + \lambda I)^{-1} \hat{G}_t^T (r - \hat{f}_t) \quad (104)$$

이렇게 구한 $N_u m$개의 미래입력들을 그대로 시스템에 인가하는 것이 아니라 receding horizon control 방법을 이용하여 $t + m - 1$순간까지의 입력들인 $u_t, u_{t+1}, u_{t+2}, \cdots, u_{t+m-1}$만을 시스템에 인가하고, 그 다음 출력측정 순간인 $t + m$에서 새롭게 측정된 출력정보로부터 새로운 미래입력들을 계산한다.

결국 위와 같이 m-스텝 receding horizon control방법을 이용해서 제어입력을 구현하는 경우, 변수추정 알고리즘과 제어계산 알고리즘은 매 단일스텝마다 순환될 필요없고 단지 매 m-스텝에 한번씩만 순환하면 된다.

참고 문헌

[1] Jee, G.-I., and R. Roy (1992). "Adaptive Control of Multiplexed Closed Circuit Anesthesia", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 39, No. 10, pp. 1071-1080.

[2] R. Scattolini (1988). "Self-tuning Control of Systems with Infrequent and Delayed Output Sampling", *IEE PROCEEDINGS*, Vol. 135, Pt. D., No. 4, pp. 213-221.

[3] R. Scattolini (1989). "Multirate Self-Tuning Control of Multivariable Systems", *3rd IFAC Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing*, Glasgow, UK, pp. 61-66.

[4] Colaneri, P., R. Scattolini, and N. Schiavoni (1990). "Stabilization of Multirate Sampled-data Linear Systems", *Automatica*, Vol. 26, No. 2, pp. 377-380.

[5] Middleton, R.H., and G.C. Goodwin (1990). *Digital Control and Estimation*, Prentice-Hall.

[6] Shook, D.S., C. Mohtadi, and S.L. Shah (1991). "Identification for Long-Range Predictive Control", *IEE PROC-D*, Vol. 138, No. 1, pp. 75-84.

[7] Clarke, D.W., and C. Mohtadi (1989). "Properties of Generalized Predictive Control", *Automatica*, Vol. 25, No. 6, pp. 859-875.

[8] Lu, W., and D.G. Fisher (1989). "Least-Sqares Output Estimation with Multirate Sampling", *IEEE AC*, Vol. 34, No. 6, pp. 669-672.

[9] Lu, W., and D.G. Fisher (1992). "Multirate Adaptive Inferential Estimation", *IEE PROC-D*, Vol. 139, No. 2, pp. 181-189